

HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE
ROYALE
DES SCIENCES.

ANNÉE M. DCCXXIX.

Avec les Mémoires de Mathématique & de Physique,
pour la même Année.

Tirés des Registres de cette Académie.

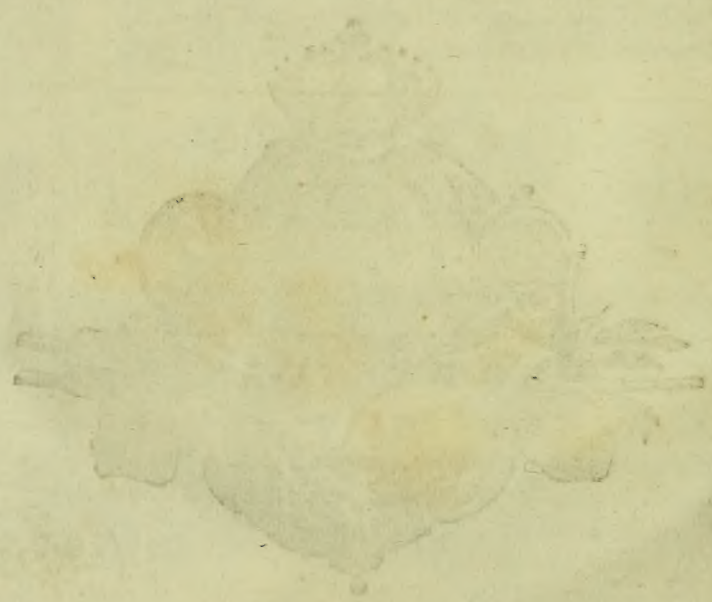


A PARIS,
DE L'IMPRIMERIE ROYALE.

M. DCCXXXI.

HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE
ROYALE
DES SCIENCES

ANNEE MDCCLXXII
Avec les Mémoires de M. l'Académie de Paris
pour la même année
Tous les Rois de France ont été



A PARIS
DE L'IMPRIMERIE ROYALE
MDCCLXXII

T A B L E
P O U R
L' H I S T O I R E.

P H Y S I Q U E G É N É R A L E.

<i>SUR la Lumière Septentrionale.</i>	Page 1
<i>Observations de Phisque générale.</i>	2

A N A T O M I E.

<i>Sur les Salamandres.</i>	5
<i>Observations Anatomiques.</i>	8

C H I M I E.

<i>Sur le Vinaigre concentré par la gelée.</i>	16
<i>Sur la Précipitation du Sel Marin dans la fabrique du Salpêtre.</i>	19
<i>Sur les Eaux Minérales chaudes de Bourbon-l'Archambaut.</i>	22

B O T A N I Q U E.

<i>Sur le Simarouba.</i>	28
<i>Sur l'accroissement des Plantes par les Pluyes.</i>	30
<i>Sur l'altération de la couleur des Pierres & des Plâtres des Bâtimens.</i>	32
<i>Observation Botanique.</i>	35

T A B L E.

G E O M E T R I E.

<i>Sur les Lignes du troisième ordre, ou Courbes du second.</i>	37
<i>Sur quelques affections des Courbes.</i>	44

A S T R O N O M I E.

<i>Sur le mouvement diurne de la Terre, ou sa rotation sur son Axe.</i>	51
<i>Sur le second Satellite de Jupiter.</i>	63
<i>Sur la Comete de 1729.</i>	68
<i>Sur des Observations Astronomiques faites en Amérique.</i>	72

M E C H A N I Q U E.

<i>Sur les Voûtes.</i>	75
<i>Sur les Machines à remonter les Bateaux.</i>	81
<i>Sur les Tourbillons célestes.</i>	87
<i>Machines ou Inventions approuvées par l'Académie en 1729.</i>	92
<i>Eloge du P. Sébastien Truchet, Carme.</i>	93
<i>Eloge de M. Bianchini.</i>	102
<i>Eloge de M. Maraldi.</i>	116



T A B L E
P O U R
L E S M E M O I R E S.

*O*BSERVATION de l'Eclipse totale de Lune, du 13 Février 1729. Par M. MARALDI. Page 1

Observation de l'Eclipse totale de Lune, du 13 Février 1729; faite à l'Observatoire Royal. Par M. CASSINI. 5

Observation de l'Eclipse de Lune, du 13 Février 1729 au soir; faite à l'Observatoire Royal. Par M. GODIN. 9

Observation de l'Eclipse de Lune, du 13 Février 1729, qui a été totale avec demeure. A Carré près d'Orléans. Par M. le Chevalier DE LOUVILLE. 12

Mémoire sur le Calcul analytique & indéfini des Angles des Triangles rectilignes & sphériques, indépendamment des Tables des Sinus, & sur les MINIMUM & les MAXIMUM de ce Calcul. Par M. DE LAGNY. 14

Observations Anatomiques sur la Rotation, la Pronation, la Supination, & d'autres mouvements en rond. Par M. WINSLOW. 25

Recherches d'un Spécifique contre la Dysenterie, indiqué par les anciens Auteurs sous le nom de MACER, auquel l'Ecorce d'un Arbre de Cayenne, appelé Simarouba, peut être comparé & substitué. Par M. DE JUSSIEU. 32

Nouvelles Conjectures sur la Cause du Mouvement diurne de la

T A B L E.

<i>Terre sur son Axe d'Occident en Orient.</i> Par M. DE MAIRAN.	41
<i>Examen du Vinaigre concentré par la gelée.</i> Par M. GEOFFROY le Cadet.	68
<i>De la Poussée des Voûtes.</i> Par M. COUPLET.	79
<i>Mémoire sur le Diaphragme.</i> Par M. SÉNAC.	118
<i>Observations physiques & anatomiques sur plusieurs espèces de Salamandres qui se trouvent aux environs de Paris.</i> Par M. DU FAY.	135
<i>Sur la Théorie des Mouvements variés, c'est-à-dire, qui sont continuellement accélérés, ou continuellement retardés; avec la manière d'estimer la Force des Corps en mouvement.</i> Par M. le Chevalier DE LOUVILLE.	154
<i>Quelle est la principale cause de l'altération de la Blancher des Pierres & des Plâtres des Bâtimens neufs?</i> Par M. DE REAUMUR.	185
<i>Traité des Lignes du troisième ordre, ou des Courbes du second genre.</i> Par M. NICOLE.	194
<i>De la Précipitation du Sel marin dans la fabrique du Salpêtre.</i> Par M. PETIT le Médecin.	225
<i>Problème physico-mathématique, dont la solution tend à servir de Réponse à une des Objections de M. Newton contre la possibilité des Tourbillons caelestes.</i> Par M. l'Abbé DE MOLIERES.	235
<i>Observations sur la structure & l'action de quelques Muscles des Doigts.</i> Par M. HUNAUD.	244
<i>Remarques sur les Aubes ou Pallettes des Moulins, & autres</i>	

T A B L E.

<i>Machines mues par le courant des Rivières.</i> Par M. PITOT.	253
<i>Essai d'Analyse en général des Eaux minérales chaudes de Bourbon-l'Archambaud.</i> Par M. BOULDUK.	258
<i>Sur quelques affections des Courbes.</i> Par M. DE MAUPERTUIS.	277
<i>Second Mémoire sur le Borax.</i> Par M. LÉMERY.	282
<i>Mémoire sur l'usage qu'on peut faire en Géométrie des Polygones rectilignes, arithmétiquement réguliers, par rapport à la Mesure des Lignes courbes. Avec plusieurs nouveaux Projets pour perfectionner la Trigonométrie & la Cyclométrie.</i> Par M. DE LAGNY.	301
<i>De l'Aurore boréale qui a paru le 16 Novembre de l'année 1729.</i> Par M. CASSINI.	321
<i>Second Mémoire sur la Porcelaine; ou suite des Principes qui doivent conduire dans la composition des Porcelaines de différents genres; & qui établissent le caractère des Matières fondantes qu'on peut choisir pour tenir lieu de celles qu'on y emploie à la Chine.</i> Par M. DE REAUMUR.	325
<i>Observation de l'Eclipse totale de Lune du 8 Août 1729.</i> Par M. CASSINI.	344
<i>Observation de l'Eclipse totale de Lune du 8 Août 1729.</i> Par M. GODIN.	346
<i>Recherches physiques de la cause du prompt accroissement des Plantes dans les temps de pluies. Et plusieurs Observations à ce sujet.</i> Par M. DU HAMEL.	349
<i>Observations astronomiques faites en divers lieux de l'Amérique</i>	

T A B L E.

Méridionale, comparées avec celles qui ont été faites en France.

Par M. CASSINI.

361

Comparaison entre quelques Machines mues par les courants des Fluides. Où l'on donne une Méthode très-simple de comparer l'effet de celles dont l'Arbre qui porte les Ailes ou Aubes est perpendiculaire au courant de l'eau, à l'effet de celles dont le même Arbre est parallele au courant. Par M. PITOT. 385

De l'Inclinaison de l'Orbe du second Satellite à l'égard de l'Orbe de Jupiter. Par M. MARALDI. 393

De la Comete qui a commencé à paroître à la fin du mois de Juillet de cette année 1729. Par M. CASSINI. 409

Observations Météorologiques pendant l'année 1729. Par M. MARALDI. 418

Mémoire sur une nouvelle manière d'opérer la Fistule lacrymale.
Par M. LAMORIER, de la Société Royale des Sciences de Montpellier. 421



HISTOIRE



HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES.

Année M. DCCXXIX.

PHISIQUE GENERALE.

SUR LA LUMIERE SEPTENTRIONALE.



A Lumière Septentrionale, que l'on croyoit V. les M.
sur sa fin, comme il a été dit dans l'Histoire P. 321.
de 1726 *, non seulement reparut en cette * p. 3.
année avec plus d'éclat & de beauté que jamais, & suiv.
& avec des circonstances toutes nouvelles, mais
après avoir cessé encore, du moins pour ce pays-ci, pendant
les années 1727 & 1728, elle s'est remontrée en 1729
Hist. 1729. A

2 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE
presque aussi belle & aussi surprenante qu'en 1726, & avec
une nouvelle circonstance très-considérable.

Elle parut le 16 Novembre à 6 heures du soir, & dura
jusqu'à 5 heures du matin, dans un assés grand mouvement;
dans une grande variation de colonnes ou jets de lumière,
d'ondulations, de cessations & de reprises, le tout assés sem-
blable au phénomène de 1726, à cette espece de couronne
près que l'on avoit vûë autour du Zénit. Nous laissons à M.
Cassini tout le détail particulier de l'Observation.

Mais ce qu'il y eut ici de singulier, c'est que la Lumière;
qui en 1726 ne s'étendoit pas dans la partie Méridionale du
Ciel à plus de 20 degrés au de-là du Zénit, s'étendit jusqu'à
l'Horison entre le Midi & le Couchant. On vit même un
arc lumineux qui du point Nord-Est de l'Horison se termi-
noit au point Sud-Oüest en passant par le Zénit, c'étoit donc
une moitié parfaite d'un grand Cercle Vertical, & jamais on
n'avoit rien vû de pareil. La Lumière Septentrionale devien-
droit aussi Méridionale, si ce n'étoit que le Foyer, le Réser-
voir de tout le Phénomene parut toujourns à l'ordinaire être
au Septentrion. Cependant on vit aussi des jets de lumière
s'élancer de la partie Méridionale de l'Horison. Plus ce phé-
nomene continue à se montrer, plus l'explication en devient
difficile jusqu'à présent, mais il est pourtant à esperer que
quand on l'aura assés vû, on en aura toutes les circonstances
nécessaires pour l'explication.

OBSERVATIONS DE PHYSIQUE GENERALE.

I.

MESSEIERS de l'Académie de Béziers ont écrit à
l'Académie en 1729 que le 7 Juin 1728 ils avoient
observé depuis 10 heures du matin jusqu'à midi un Cercle de
lumière, qui avoit le Soleil pour centre. C'étoit une espece
d'Arc-en-Ciel, dont les couleurs, à compter de la circon-

férence extérieure du Cercle, étoient suivant cet ordre, un rouge très-foible, un jaune lavé, un vert terminé par un Cercle blanc. A midi le dedans du Cercle passa par le Zénit, & comme le Soleil étoit alors élevé sur l'Horifon de $69^{\circ} 29'$, le rayon du Cercle qui l'environnoit étoit donc de $20^{\circ} 31'$. Le Soleil étoit ce jour-là couvert de vapeurs.

II.

Le 31 Mars vers les 6 heures $\frac{1}{4}$ du soir, M. de Mairan étant au pied de la Colline de Montmartre du côté du Roule, vit le Soleil si blanc, si peu ébloüissant, & cependant si bien terminé, qu'on l'eût pris pour la pleine Lune, quoique la Lune fût alors nouvelle, & bien éloignée de pouvoir paroître sous cette forme. C'étoit précisément la même chose que ce qui fut vû le 1 Juin 1721 pendant presque toute la journée *, * V. l'Hist. de 1721. P. 25. au lieu que ce dernier phénomène ne fut que de quelques Minutes. Le Soleil avoit été souvent caché par des nuages tout le reste du jour, & plus foible seulement qu'à son ordinaire, lorsqu'il s'étoit montré.

A mesure que le Soleil approchoit de l'Horifon, sa blancheur diminuoit, & il reprenoit sa couleur jaunâtre, mais lorsque son bord inférieur commençoit à se cacher, son disque devint considérablement plus elliptique qu'il n'a coutume de l'être dans cette même position, seconde circonstance remarquable du phénomène. Le diametre horifontal, toujours plus grand que le vertical, qui est le seul que les refractions accourcissent, étoit d'un quart le plus grand, ou comme 5 à 4, au lieu que le plus souvent cette différence n'est qu'à peine sensible. Cependant M. de Mairan avertit que le P. Skeiner, le premier qui ait apperçû & démontré cette ellipticité du disque du Soleil à l'Horifon, a quelquefois observé que le diametre horifontal étoit au vertical comme 4 à 3, ce qui est encore plus fort.

Il faut que le Soleil, pendant le peu de temps qu'il a paru blanc, ait été dépouillé de ses rayons par un broüillard transparent & peu épais, comme il le fut pendant tout le 1 Juin 1721, mais ce broüillard qui n'eut d'effet qu'à l'Horifon,

4 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE

& un effet si court, étoit & beaucoup moins élevé que l'autre, & beaucoup moins étendu. Pour la grande ellipticité du disque du Soleil à son coucher, il faut supposer de plus que la matière, qui fait les refractions dans l'Atmosphère, étoit plus rassemblée & moins élevée qu'elle ne l'est ordinairement, ou formoit une couche moins épaisse, car M. de Mairan a

* V. les M. démontré en 1721 * que les refractions horisontales en sont
P. 17. plus grandes, le reste étant égal.

V. les M. Nous renvoyons entièrement aux Mémoires
P. 418. Les Observations Météorologiques de cette année,
par M. Maraldi.



ANATOMIE.

SUR LES SALAMANDRES.

Les Salamandres dépouillées par les observations de M. V. les M.
 de Maupertuis en 1727*, des merveilleuses propriétés p. 135.
 qu'elles ne devoient qu'aux anciens Naturalistes, n'en sont
 pas devenues un objet de curiosité moins intéressant pour les
 modernes. C'est dans ces sortes d'Animaux que se découvre
 le mieux l'infinie variété du Méchanisme de la Nature, quoi-
 que toujours fondé à peu près sur le même plan, du moins
 pour le Globe que nous habitons. M. de Maupertuis avoit
 observé les Salamandres en Bretagne, M. du Fay a étudié
 celles des environs de Paris, il en a eu plus de 200, &
 dans toutes les saisons de l'année. * V. les M.
 de 1727.
 p. 27:

Les Auteurs, qui en ont traité, les distinguent en terrestres & en aquatiques. M. de Maupertuis n'en a vu que de terrestres, ou prises sur la terre, & il n'a point éprouvé si elles pouvoient vivre dans l'eau, il ne songeoit presque qu'à s'assurer au contraire si elles vivoient dans le feu. M. du Fay a trouvé que les siennes, quoique prises sur terre vivoient aussi bien dans l'eau, ou prises dans l'eau vivoient aussi bien sur terre ; ainsi il a jugé qu'elles étoient amphibies, ce qu'il faut restreindre à celles qu'il a vues.

Il n'a pas laissé d'en reconnoître trois especes tant par la différence de grandeur, telle qu'il la faut pour cette détermination, que par des variétés constantes de conformation extérieure, de couleur ou d'arrangement des taches de leur peau, &c. il ne se trouve pas d'ailleurs entre les trois especes une grande différence de propriétés plus essentielles. Nous allons rapporter les plus singulières des observations de M.

6 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE
du Fay sans le suivre dans tout le détail, même anatomique;
où il est entré.

Il a vû des Salamandres vivre plus de six mois sans manger. Ce n'est pas qu'il eût dessein de les priver d'aliments pour éprouver leur sobriété, mais il ne sçavoit de quoi les nourrir. Tout au plus elles se sont quelquefois accommodées ou de Mouches à demi-mortes, ou d'un certain frai de Grenouilles, ou de la Plante nommée *Lenticula aquatica*, mais tout cela elles le prenoient sans avidité, & s'en passaient bien.

Non seulement elles ne vivent pas dans le feu, mais tout au contraire elles vivent ordinairement très-bien dans de l'eau qui s'est glacée par le froid, & où elles ont gelé. A mesure que l'eau se dégele, on les voit expirer plus d'air qu'à l'ordinaire, apparemment parce qu'elles en avoient fait une plus grande provision dans leurs Poumons, tandis que l'eau se geloit. On a dit à M. du Fay qu'on trouvoit quelquefois en Été, dans des morceaux de Glace tirés des Glacières, des Grenouilles qui vivoient encore. On a vû dans le tronc bien sain d'un Arbre un Crapaud bien vivant & très-agile *. Quand cette propriété, déjà commune à ces différents Animaux, sera encore étendue à d'autres par les observations, comme elle le sera apparemment, on la connoîtra mieux, & on jugera mieux à quoi précisément elle tient.

* V. l'Hist.
de 1719.
p. 39 &
40.

Les Salamandres, qui sont dans l'eau, changent de peau tous les quatre ou cinq jours au Printemps & en Été, en Hiver ce n'est que tous les quinze jours. Elles s'aident de leur gueule & de leurs pattes pour se dépouiller, on voit quelquefois ces peaux, qui sont très-minces, flotter sur l'eau. Il peut arriver aux Salamandres un accident que M. du Fay a observé, il leur reste à l'extrémité d'une patte un bout de l'ancienne peau, dont elles n'ont pû se défaire, ce bout se corrompt, leur pourrit cette patte, qui tombe ensuite, & elles ne s'en portent pas plus mal. Tout conclut qu'elles ont la vie très-dure.

M. du Fay en a vû quelques-unes en petit nombre jeter par l'Anus un Corps presque aussi long que la Salamandre,

qu'il a soupçonné être quelque membrane intérieure, dont elles se dépouillent aussi, mais rarement. Les Ecrevisses changent d'Estomac *, quoique sans le jeter au dehors.

* V. l'Hist.
de 1709.
p. 16.

Dans un certain temps de l'âge d'une Salamandre, on lui voit, lorsqu'elle est dans l'eau, deux petits pennaches, deux petites houppes frangées, qui se tiennent droites, placées des deux côtés de la tête, précisément comme le sont les Oüyes des Poissons, & ce sont en effet des Oüyes, des Organes de la respiration, que M. du Fay ne croit pas qui ayent encore été remarqués. Mais, ce qui est très-singulier, au bout de trois semaines ces Organes s'effacent, disparaissent, & n'ont par conséquent plus de fonction. Il semble alors que les Salamandres fassent plus d'effort pour sortir de l'eau, qui ne leur est plus si propre, cependant elles y vivent toujours. M. du Fay en a conservé pendant plusieurs mois après la perte de leurs Oüyes dans de l'eau où il les avoit mises. Il est vrai qu'elles paroissent aimer mieux la terre, mais peut-être aussi cette nouvelle eau leur convenoit-elle moins que celle où elles étoient nées. Le Têtard est le seul Animal, que l'on sçache, qui perde ses Oüyes de Poisson, mais il les perd pour devenir Grenouille, & en se dépouillant d'une enveloppe générale, à laquelle ces Oüyes étoient attachées, ce qui est bien différent du cas de la Salamandre.

Quoiqu'elles ayent la vie extrêmement dure, M. du Fay a trouvé le poison qui leur est mortel, c'est du Sel en poudre. Il n'y a qu'à leur en jeter sur le corps, on voit assés par les mouvements qu'elles se donnent combien elles en sont incommodées, il sort de toute leur peau cette liqueur visqueuse, qu'on a crû qui les préservoit du feu, & elles meurent en trois Minutes.

Par la dissection anatomique, M. du Fay a facilement reconnu les Femelles, & ensuite en observant les différences extérieures qui sont entre elles & les Mâles, il a établi des marques pour reconnoître les deux Sexes dans ses trois especes. Malgré la longue suite, & l'assiduité de ses observations, il n'a jamais vû d'accouplement, & dans toutes les trois

especes les Salamandres ont jetté des Oeufs, avec cette seule difference que dans les deux 1^{res} especes ils étoient séparés, & dans la 3^{me} ils formoient comme deux filets de grains de Chapelet unis par une matière visqueuse. Les Poissons ne s'accouplent point, & sont presque tous ovipares, de-là il s'ensuivroit que la generation des Salamandres seroit semblable à celle des Poissons, elles ne feroient que frayer. Il est très-remarquable que M. du Fay n'a jamais pû voir d'Oeufs de Salamandre éclore, quoiqu'il les ait mis dans différentes eaux, à differents degrés de chaleur, & même sur terre, tant la génération de ces vils Animaux est misterieuse. Il n'a même jamais vû de petites Salamandres tout nouvellement écloses.

D'un autre côté M. de Maupertuis a vû dans une Salamandre cinquante-quatre petits presque tous vivants, & très-agiles, un Naturaliste Allemand en a vû trente-quatre. Selon toutes les apparences c'étoient des Salamandres absolument terrestres, & non pas les amphibies de M. du Fay. Combien d'attentions sont nécessaires pour les plus petits sujets ! Ils ne les mériteroient pas s'ils étoient effectivement petits, mais tout est grand dans la Nature. *

OBSERVATIONS ANATOMIQUES.

I.

M. De la Font, Ingénieur en chef à Nantes, envoya à M. de Mairan la Relation d'une Tortue extraordinaire prise dans des filets le 4 Août vers l'endroit appelé *la Pierre percée*, au Nord de l'embouchure de la Loire, à 13 lieues de Nantes. Dès qu'elle fut dans les filets, elle s'y entortilla, en se débattant, de façon à leur faire faire plusieurs fois le tour de

* On a trouvé dans les papiers de M. du Verney, mort depuis la lecture de ce Mémoire faite à l'Académie, plusieurs recherches sur les Salamandres, mais comme il n'en avoit rien communiqué, M. du Fay a eu lieu de croire que les siennes étoient nouvelles.

son corps, ce qui les sauva d'être mis en piéces par l'Animal, & lui ôta le moyen de s'en dégager. Les Pêcheurs, qui ne vouloient principalement que retirer & conserver leurs filets, eurent beaucoup de peine à les mettre à terre sur des Roches, ils furent effrayés de sa grandeur, & encore plus des horribles cris qu'il pouffoit, sur-tout quand ils eurent pris le parti de lui casser la tête avec les crochets de fer qui sont au bout de leurs Gaffes. On eût entendu ces hurlements d'un quart de lieüe, & de plus il exhaloit de sa gueule, toute écumante de rage, une vapeur si puante, que tout robustes qu'ils étoient, ils pensèrent s'en évanouïr.

Cet Animal avoit 7 pieds 1 ponce de long, 3 pieds 7. pouces de large aux épaules, 2 pieds dans sa plus grande épaisseur. Il avoit le port d'une Tortüe, son écaille étoit plutôt un cuir qu'une écaille, & c'est par cette raison que M. de la Font l'a comparée à la *Testudo coriacea* de Rondelet, L. 16. Chap. 4. qui est la même que celle de Gefner p. 1134. in-fol. Aldrouand & Jouston ne parlent de rien qui ressemble à celle-ci.

Elle a la tête fort différente de celle de Rondelet ou de Gefner, sur-tout en ce que ses deux Mâchoires sont garnies de dents, dont les deux du devant de chaque Mâchoire sont plus longues que toutes les autres. Les deux grandes de la Mâchoire supérieure sont plus grandes que celles de l'inférieure qui leur répondent. Les petites dents forment un double rang, & se courbent les unes sur les autres, comme celles du Requin. La Tortüe de Rondelet n'a qu'un bec, dont les bords sont tranchants. Le bord supérieur est fendu de manière à recevoir le bord inférieur.

Les quatre Nageoires de la Tortüe de Rondelet sont à peu près égales, composées de parties rangées par étages les unes sur les autres comme les plumes des Ailes des Oiseaux, elles sont garnies d'ongles crochus, dont Rondelet juge que ces Animaux se servent pour marcher sur terre. Mais les quatre Nageoires de la Tortüe de M. de la Font sont fort inégales, celles de devant beaucoup plus grandes que celles

de derriere. Leur surface est presque entierement unie, à la réserve de quelques plis qui ont très-peu de relief, c'est une peau grainée à peu près comme celle du Chagrin, & il n'y a point d'Ongles, ce qui fait croire que l'Animal ne doit pas aller sur terre.

La Queue de la Tortüe de Rondelet n'est que l'extrémité de son corps, terminée en pointe, & couverte de l'écaille, ou cuir, qui y est adhérent. Celle-ci a une Queue entierement dégagée de son corps, comme celles des Quadrupedes, longue de 16 pouces, & à laquelle le cuir ne tient point.

Comme cette Tortüe ne fut apportée à Nantes que 5 ou 6 jours après avoir été tuée, & cela dans un temps fort chaud, elle devint d'une si excessive puanteur qu'il fut impossible d'en entreprendre la dissection anatomique. On se contenta de la vider, & bientôt après on en jetta mal à propos la Tête, les Nageoires & la Queue dans la Loire. Il ne resta que l'écaille ou cuir, & la peau du ventre, encore cette peau ne put-elle être long-temps supportée, même par les Poissonniers, à cause de son odeur, & le cuir seul, qui sent aussi très-mauvais, quoiqu'un peu moins, est demeuré pendu au haut de la Poissonnerie. Il n'a rien perdu de sa figure, il a la consistance d'une peau de vache tannée. On l'a gratté en quelques endroits par le dessus pour voir la tissure de ses fibres, elles ressemblent à des pointes d'Engrêlures, qui entrent les unes dans les autres, comme les Sutures du Crane.

Plusieurs Habitants de nos Colonies d'Amérique, qui se trouverent alors à Nantes, assurèrent que cette Tortüe étoit très-différente de celles qu'on prend dans leurs Mers. Peu de temps auparavant il étoit arrivé de la Chine à l'Orient, qui est à l'embouchure de la Loire, deux Vaisseaux de la Compagnie des Indes; M. de la Font soupçonne que la Tortüe pourroit les avoir suivis, parce que la saison lui aura toujours fait trouver les eaux assez chaudes, car enfin il semble qu'il faut la faire venir d'un lieu le plus éloigné & le moins connu qu'il se pourra.

M. Chauvet, Medecin de l'Hôpital de Toulon, a envoyé à M. Helvétius, & par lui à l'Académie, la Relation d'un dérangement extraordinaire de parties, qu'il avoit trouvé le 11 Juin 1729 à l'ouverture du cadavre de M. de Robertot Lieutenant-Colonel du Regiment Royal Dauphin. Le Ventricule & le Colon étoient placés contre nature dans la cavité gauche de la Poitrine, où ils entroient en perçant le Diaphragme, la Rate y entroit aussi, mais seulement par sa moitié supérieure, & avoit de même son passage au travers du Diaphragme. Les endroits où le Diaphragme étoit percé contre l'état naturel, étoient des especes d'Anneaux cartilagineux, fortement adhérents aux corps qu'ils embrassoient, & qu'il falut couper avec le Scalpel, ce qui détermina M. Chauvet à croire que cette vicieuse disposition n'étoit pas récente, mais qu'elle venoit de la première conformation.

Le Colon, après avoir percé le Diaphragme vers sa partie latérale gauche, couvroit le Ventricule, & perçoit encore le Diaphragme vers sa partie moyenne pour rentrer dans sa cavité naturelle, & continuer le conduit Intestinal. Les Pouxmons comprimés par des corps étrangers, qui prenoient une grande partie de l'espace qu'ils auroient dû occuper, étoient minces, flétris, repliés en eux-mêmes, incapables d'une dilatation suffisante. Le côté droit de la Poitrine étoit rempli d'une serosité abondante, qui avoit formé une Hidropisie que M. Chauvet pronostiqua sur l'état où il vit le Malade, & qui fut la cause immédiate de sa mort. Le Cœur étoit extraordinairement gros, apparemment à cause des efforts continuels qu'il étoit obligé de faire pour pousser un sang peu animé d'air. Il est aisé de juger tout ce qui devoit s'enl suivre d'une si étrange conformation. Dans ces cas là on ne peut connoître que tard les véritables causes des maux, mais il auroit été inutile de les connoître plutôt. Il est pourtant bon de sçavoir que ces cas sont possibles, ne fût-ce que pour la justification de l'Art, qui n'y peut remédier.

III.

La Superfoetation est fort douteuse, ou plutôt elle est généralement niée. Cependant M. Masson, Docteur de la Faculté de Montpellier, & Médecin à Beziers, a dit à M. Bouillet, Médecin aussi à Beziers, & Secrétaire de l'Académie de cette Ville, qu'il avoit vu une Femme qui s'étant délivrée d'un Embryon enveloppé de ses Membranes, bien conformé dans toutes ses parties, & âgé environ de 40 jours, étoit accouchée le lendemain à terme d'une Fille se portant parfaitement bien. On ne peut guere demander une superfoetation plus sûre. C'est de M. Bouillet, Correspondant de l'Académie, qu'on tient cette Relation de M. Masson.

IV.

Le même M. Masson a attesté aussi à M. Bouillet, qu'il avoit traité trois personnes d'une Gonorrhée singulière. Il sortoit par les Glandes de la Couronne du Gland une matière parfaitement semblable à celle de la Gonorrhée virulente ordinaire, & qui ne demandoit que les mêmes remèdes. Il a ajouté qu'on lui avoit dit que feu M. Barbeyrac & quelques autres Médecins de Montpellier avoient déjà observé cette maladie, & l'avoient appelée *Gonorrhée bâtarde*. Voilà une preuve assez sensible des Glandes, qui, selon le sentiment de feu M. Litre*, sont à la Couronne du Gland, & en même temps voilà une Gonorrhée qu'il faut ajouter à celles dont il a fait le dénombrement*.

V.

M. Geoffroy le cadet a fait voir à l'Académie un Bézard d'une espece particulière. C'est une pierre irrégulièrement ronde, de 3 pouces 3 lignes dans sa plus grande longueur, & $2\frac{1}{2}$ pouces dans la plus petite, & qui cependant ne pèse pas 5 onces. Elle est d'un jaune verdâtre. On l'a trouvée dans la Vésicule du Fiel d'une Tortue de terre de l'Isle de Bourbon. M. de Jussieu en a une de même espece, plus plate, d'un pouce d'épaisseur, & grande comme la paume de la main. Elles sont toutes deux formées par couches, ainsi que tous les Bézards. On voit qu'il n'y a point de cavités dans le corps

* V. l'Hist.
de 1700.

P. 30.
2^{de} Edit.

* V. l'Hist.
de 1711.

p. 22.
& suiv.

des Animaux, de quelque espece qu'ils soient, où il ne se puisse former des concrétions pierreuses.

VI.

A l'ouverture du cadavre d'un jeune homme de condition, M. Morand a observé une Tumeur fort particulière. Elle occupoit une grande partie de la capacité du bas Ventre, principalement toute la région Omphalique, & s'étant allongée entre l'Aorte & la Veine Cavè, elle avoit écarté la Veine de l'Artere environ de deux doigts, de sorte qu'elle faisoit avancer la Veine en devant contre l'ordre naturel, & se prolongeant par en haut sous le Pancréas, avec lequel elle se confondoit, elle se portoit jusques dans la Poitrine en accompagnant l'Aorte. Elle étoit grosse, saillante, blanche, enveloppée par la double membrane du Mésentère, sur-tout par la portion qui attache les gros Intestins, avec laquelle elle s'attachoit postérieurement aux Vertèbres des Lombes.

On l'ouvrit, & on la trouva blanche en dedans comme en dehors, pleine d'une matière Chyleuse, fluide comme du Lait en quelques endroits, épaissie en d'autres comme du Fromage, & par-tout sans odeur. Cette Tumeur séparée, autant comme on l'a pû, des parties auxquelles elle tenoit, a pesé $7\frac{1}{2}$ livres, sans compter les portions qu'on en a laissées en quelques endroits, & la liqueur qui en a coulé dans la cavité du Ventre.

Il est visible qu'il s'étoit fait une grande obstruction dans les Glandes du Mésentère, d'où le Chyle ne couloit plus, comme il l'auroit dû, dans les Veines Lactées, ou n'y étoit plus poussé avec assez de force pour passer de-là dans son Réservoir. Aussi ces Veines tendues par du Chyle engorgé, étoient-elles visibles contre leur ordinaire, & quand on les ouvroit, il en sortoit du Chyle encore coulant, quoiqu'il y eût 26 heures que la mort fût arrivée. On conclurra sans peine que faute de la distribution du Chyle, le Sujet devoit être tombé dans une extrême maigreur.

Les Intestins situés autour de la Tumeur étoient fort rouges, & les Vaisseaux sanguins pleins & ramifiés, comme s'ils eussent été injectés.

L'Estomac gêné par la Tumeur étoit considérablement étreci avant que de former le Pilore, mais la Poitrine se trouvoit beaucoup plus endommagée. Un peu d'eau sanguinolente étoit épanchée du côté gauche, & il paroissoit en quelques endroits des Taches très-livides. Du côté droit le Poupon adhérent à la Pleure dans presque toute sa circonférence, étoit dur & squirreux dans une assés grande étendue de sa partie antérieure, & renfermoit en sa substance une petite Pierre. La partie postérieure étoit molle & flasque.

Tout le reste étoit dans l'état naturel. On se dispensa d'ouvrir la Tête, parce que les causes de mort se montrèrent assés manifestement.

VII.

Le même M. Morand, en ouvrant le corps d'un Marchand de Paris, qui après avoir été sujet à des palpitations de Cœur étoit mort brusquement, ne fut pas surpris de trouver des concrétions Polipeuses moulées dans l'Aorte, & dans les branches des Arteres & des Veines Pulmonaires, mais il le fut de quelques accidents plus singuliers. Au côté gauche du Cœur, une des deux Valvules Mitrales du Sac Pulmonaire étoit changée en une espèce de poche, dont le fond regardoit le Sac, & l'ouverture regardoit le Ventricule. Cette poche étoit la Valvule même dilatée jusqu'à pouvoir contenir le pouce, épaissie, & ayant de petits Os en plusieurs endroits. Pareillement les trois Valvules Sigmoïdes de l'Aorte considérablement épaissies avoient chacune en différents endroits de petits Os très-solides, irrégulièrement arrangés, & élevés en forme de Roche. Il est aisé de voir que du Sang qui tomboit du Sac Pulmonaire pour entrer dans le Ventricule gauche, une partie devoit s'arrêter dans la poche formée contre nature, & que l'autre ne pouvoit enfiler qu'avec beaucoup de peine la route de l'Aorte, dont les Valvules épaissies & ossifiées ne se laissoient pas aplattir, comme il l'eût falu.

Nous renvoyons entièrement aux Mémoires
L'Ecrit de M. Winslow sur la Rotation, la Pronation,
la Supination, &c. V. les M.
P. 25.

L'Ecrit de M. Senac sur le Diaphragme. V. les M.
P. 118.

Les Observations de M. Hunauld sur quelques Muscles
des Doigts. V. les M.
P. 244.



CHIMIE.

SUR LE VINAIGRE CONCENTRE.
PAR LA GELEE.V. les M.
p. 68.

LE Vinaigre n'est point un Extrait du Vin, ce n'est que du Vin, qui a conservé tous ses principes, mais autrement disposés entre eux. D'abord un grain de Raisin ne contient que de l'Eau ou un flegme, qui a été le véhicule d'une Terre assez grossière, où sont enveloppés un Sel Acide & une Huile, c'est de cette Terre que vient le goût âpre & stiptique du Raisin encore éloigné de la maturité. L'action du Soleil divise, affine, & ouvre toujours cette Terre, & les Sels Acides, aussi bien que l'Huile, commencent à se développer, & l'Huile, selon les apparences, un peu plus promptement, que les Acides. Dans un certain point de cet état, on ne tire du Raisin que du Verjus. Ensuite la Terre étant devenue toujours plus fine, ce qui fait disparaître le goût stiptique, les Acides & l'Huile plus développés viennent à être dans une proportion telle que le goût picquant des Acides est suffisamment modéré par la douceur de l'Huile, & alors le Raisin est mûr, & on en fait le Vin, qui n'est encore que du Moût, liqueur dont la trop grande douceur marque bien que l'Huile embarrasse encore trop les Acides. Par la grande fermentation du Moût dans la Cuve, les Acides se développent de l'Huile jusqu'au point que demande le Vin fait, & bon à garder. Mais cette fermentation d'abord si violente, continue dans le Tonneau, quoique presque insensible, les Acides se développent toujours de l'Huile, & quand ils se sont exaltés à la longue autant qu'ils peuvent l'être, le Vin n'est plus que du Vinaigre, après quoi ils perdroient eux-mêmes par un temps

temps encore plus long leurs pointes qui se romproient, & la liqueur deviendrait assés insipide.

Le Vinaigre se fait donc naturellement, & il n'est pas besoin que l'art y aide, si ce n'est peut-être en laissant une ouverture aux Tonneaux, afin que l'air extérieur hâte la fermentation, encore suffiroit-il de les mettre dans un air plus chaud que celui de la Cave, & il ne se feroit aucune dissipation des parties du Vin. On peut aussi mettre de nouveau Tartre dans les Tonneaux, parce que le Tartre qui contient le Sel essentiel du Vin ne peut qu'augmenter la quantité des Acides qu'on veut faire dominer. Du reste l'addition de certaines matières acres, que les Vinaigriers n'employent que trop souvent, n'est pas un secours qu'on puisse approuver, l'effet n'en dure pas long-temps, & ces matières étrangères ne passent point dans le Vinaigre distillé ou rectifié, qui est celui dont il va être uniquement question ici, d'après M. Geoffroy le cadet, car le Vinaigre, tel qu'il se fait naturellement, seroit trop foible pour les opérations Chimiques, mais rectifié, c'est le plus fort de tous les Acides Végétaux.

La rectification du Vinaigre est la séparation de ses Acides d'avec la plus grande partie du Flegme & de l'Huile qu'il se puisse; cela s'opère par des distillations longues & répétées. Nous ne nous arrêtons point sur les différents degrés de force que le Vinaigre distillé peut avoir selon les différents Vinaigres naturels dont il est tiré, & ces Vinaigres eux-mêmes selon les différents Vins, il nous suffira de dire que M. Geoffroy a employé, pour mesurer ces différents degrés de force, l'expédient rapporté en 1699 * d'après M. Homberg, moyennant quoi on a pour la force des Acides des évaluations physiques équivalentes aux géométriques.

Au lieu de l'opération lente & pénible de la distillation ordinaire du Vinaigre, l'illustre M. Stahl a proposé un moyen très-simple, c'est de l'exposer à une assés forte gelée. Ce moyen qui n'a été seulement qu'indiqué, M. Geoffroy l'a mis en pratique, & l'a suivi jusqu'au bout par un assés grand nombre d'expériences.

Hist. 1729.

. C

* p. 52.
& suiv.

Ce n'est que l'eau ou flegme du Vinaigre qui se gele. On retire les petits glaçons à mesure qu'ils se forment, les premiers sont parfaitement insipides au goût, & ne sont par conséquent que de l'eau pure, mais quand on commence à leur sentir quelque acidité, il faut les garder, parce qu'ils ne seront pas inutiles. Tous les glaçons qui se formoient ayant été enlevés, il reste une liqueur extrêmement réduite, comme au tiers de ce qu'elle étoit, & c'est un Vinaigre dont les Acides sont fort concentrés, & se trouvent, par la mesure qu'on y applique, très-considérablement augmentés de force. Il y a eu cependant quelques autres Acides, qui ont été retenus par le flegme qui se geloit, & c'est pour cela qu'on réserve les glaçons, qui ont eu une acidité sensible. On les fait fondre tous ensemble, on en tire par une nouvelle congélation les Acides qu'ils contenoient, & on les joint à ces premiers Acides si concentrés qu'on a eus d'abord, ce qui augmente d'autant la quantité du nouveau Vinaigre.

Les Acides, en quoi il abonde tant, sont encore mêlés avec toute l'Huile que contenoit le Vinaigre naturel, & même le Vin, qui est devenu ce Vinaigre. Il semble donc que le nouveau Vinaigre devrait être fort inflammable; car voilà tout ce que la Chimie demande pour l'inflammation, des Acides fort vifs, bien déflégmés, & de l'Huile. Cependant ce Vinaigre ne s'enflamme point, mais c'est par la raison même que les Acides sont trop concentrés, trop rapprochés; ils étouffent en quelque sorte l'Huile, qui n'est pas assez étendue, ni assez exposée à l'action de la flamme. Il faut une certaine dose précise, & dans la quantité & dans l'arrangement de ces deux différentes matières.

Si l'on distille le nouveau Vinaigre, l'Huile, contre l'ordinaire des distillations de ce Mixte, monte la première, apparemment parce que la grande concentration des Acides les fixe & les appesantit par rapport à elle. Cette Huile n'est d'abord inflammable que comme de l'Eau de vie, mais distillée une seconde fois, elle le devient comme l'Esprit de Vin le mieux rectifié, & c'est effectivement celui qui étoit

contenu dans le Vin naturel. M. Geoffroy croit que la concentration du Vinaigre par la Gelée est le meilleur, & peut-être le seul moyen de le défléger assés pour faire voir que l'Esprit ardent du Vin s'y est conservé tout entier.

Soit qu'on ait rectifié le Vinaigre par la distillation ordinaire, ou par la concentration à la Gelée, il reste au fond du Vaisseau une substance grasse, mielleuse & épaisse, qui n'a pû s'élever. M. Geoffroy a examiné particulièrement celle de la nouvelle opération. Elle est couverte d'une croûte saline qui a une odeur pénétrante, & par conséquent ce n'est point du Tartre, qui seroit sans odeur. On sçait d'ailleurs que le Tartre n'existe point sous cette forme dans le Vinaigre, car il ne s'en trouve jamais aux parois des Tonneaux des Vinaigriers. M. Geoffroy croit que la croûte saline est formée de l'Acide du Tartre étroitement lié avec des Souffres, qui lui donnent l'odeur. Cette matière poussée à un feu doux & sans se brûler, donne un dernier Esprit Acide, ou Vinaigre rectifié, le plus fort que l'on puisse avoir, les Acides les plus solides & les plus puissants s'étoient, pour ainsi dire, cantonnés dans ce dernier retranchement. Il ne nous appartient pas de suivre M. Geoffroy dans un plus grand détail, mais nous devons avertir que l'on verra dans la suite les usages & les applications du nouveau Vinaigre. Ce ne sera plus une simple curiosité.

SUR LA PRÉCIPITATION DU SEL MARIN DANS LA FABRIQUE DU SALPESTRE.

JE suppose la fabrique du Salpêtre connue. Quand la Lessive d'où l'on doit le tirer, & qu'on fait bouillir sur le feu pendant 72 heures, n'en a eu encore que 55 ou 60 de cuisson, il commence à se précipiter au fond de la Chaudière du Sel Marin pur, que l'on a soin de ne pas mêler ensuite avec le Salpêtre, qui en seroit altéré. Comme la Lessive qui contenoit & le Salpêtre & le Sel Marin, continue encore à bouillir, le Salpêtre continue pareillement à s'y former sans

V. les M.
p. 225.

se précipiter, & il n'y a alors que le Sel Marin qui se précipite. M. Petit le Médecin a cherché la raison de ce phénomène.

Les expériences auxquelles ce dessein l'a engagé, lui ont appris d'abord une propriété du Sel Marin, qu'il a été étonné qui fût encore inconnue aux Chimistes; c'est que ce Sel ne se dissout pas en plus grande quantité dans l'eau chaude que dans la froide. Par conséquent, si on fait évaporer par le feu une eau qui ait été *saoulée* de ce Sel étant froide, c'est-à-dire, qui en ait dissous autant qu'elle en peut dissoudre, à mesure que la quantité de l'eau diminuera par l'évaporation, les particules salines, auparavant séparées, se rapprocheront toujours en plus grande quantité, il se fera ou des cristallisations ou une précipitation du Sel Marin, & cet effet sera toujours exactement proportionné à l'évaporation de l'eau; quand elle sera, par exemple, réduite à la moitié, la moitié du Sel sera cristallisée ou précipitée.

L'eau est saoulée de Sel, quand elle en a pris le tiers de son poids, ce qui peut cependant recevoir quelque variation, selon la qualité de l'eau. 24 dragmes d'eau tiendront ordinairement 8 dragmes de Sel Marin dissous.

La même quantité d'eau froide tiendra à peu près la même quantité de Salpêtre dissous; mais la même eau plus chaude, telle qu'elle est dans le fort de l'Été par rapport à l'Hiver, tiendra une plus grande quantité de Salpêtre, comme 10 dragmes, & un peu plus, au lieu que cette eau n'eût tenu que les 8 dragmes de Sel Marin tant en Été qu'en Hiver: & ce qui en est une suite nécessaire, il se fait de l'Été à l'Hiver une précipitation dans la dissolution de Salpêtre, au lieu qu'il ne s'en fait aucune dans celle de Sel Marin; l'eau plus froide, qui auroit eu la force de soutenir toujours la même quantité de Sel Marin, n'a plus la force de soutenir la même quantité de Salpêtre. Elle est tellement affoiblie à l'égard du Salpêtre, qu'elle en laisse tomber environ les deux tiers.

Pour faire encore mieux voir combien cela va loin, les mêmes 24 dragmes d'eau, qui dans une saison tempérée

t'endront 8 dragmes de Salpêtre en dissolution, en tiendront 16 de plus par une chaleur qui ne sera que médiocre. Si on laisse l'eau se refroidir, ces 16 dragmes se précipiteront, l'eau bouillante, on s'entend qu'elle est en même quantité, tiendra jusqu'à 144 dragmes de Salpêtre.

Dans une saison tempérée, les 24 dragmes d'eau, qui auront dissous 8 dragmes de Sel Marin, pourront encore en dissoudre autant de Salpêtre, & même quelque chose de plus. Si l'on met sur le feu cette eau chargée de ces deux Sels, il est clair que dès qu'elle diminuera par l'évaporation, elle n'aura plus la force de soutenir tout le Sel Marin, puisqu'elle en avoit pris toute la quantité qu'elle pouvoit prendre, & que par conséquent ce Sel commencera dès lors à se coaguler ou se cristalliser. Mais le Salpêtre ne se cristallifera pas encore, car quoique la quantité d'eau soit déjà diminuée par l'évaporation, le nouveau degré de chaleur qu'elle a pris est équivalent à cette quantité perdue, puisqu'une même quantité d'eau dissout plus de Salpêtre, quand elle est plus chaude, & que par conséquent une moindre quantité d'eau chaude peut dissoudre autant de Salpêtre qu'une plus grande qui sera froide, ce qui n'a pas lieu pour le Sel Marin. Par la grande différence qu'il y a entre la quantité de Salpêtre que dissout l'eau bouillante, ou froide, il est aisé de concevoir que dans le cas proposé tout le Sel Marin pourra être coagulé & précipité avant qu'il arrive rien de pareil, du moins à une grande quantité du Salpêtre.

La Lessive d'où l'on doit tirer le Salpêtre, & qui contient en même temps du Sel Marin, en contient beaucoup moins qu'elle n'en auroit pû dissoudre à raison de la quantité d'eau, ainsi ce Sel ne commence pas à se former, ou à se coaguler, dès que la Lessive est sur le feu, ou bouillante, ce n'est que quand l'eau est réduite à une quantité où son poids n'est plus que triple de celui du Sel Marin qu'elle contient. Alors ce Sel se coagule, paroît sous une forme sensible, ou se précipite, & le Salpêtre continue encore à être dissous, comme il l'étoit.

Par là M. Petit trouve aisément combien la Lessive contenoit de Sel Marin; c'est une chose dont les Salpêtriers font mystère, parce que ce Sel qu'ils mettent à part, tourne à leur profit. Quand on voit qu'il commence à se former sur la Lessive, il faut sçavoir quelle quantité de toute l'eau, qui étoit dans la Chaudiere, s'est évaporée, le poids de ce qui en reste est triple du poids du Sel Marin. Cela est très-simple, & on ne pouvoit cependant parvenir à cette connoissance exacte que par le chemin que nous avons pris, qui est encore fort abrégé en comparaison de celui que M. Petit a été obligé de suivre.

SUR LES EAUX MINÉRALES CHAUDES DE BOURBON-L'ARCHAMBAUT.

V. les M.
p. 258.

* p. 30.
& suiv.

ON a vû en 1726 * avec quel soin M. Boulduc a examiné les nouvelles Eaux de Passy, pour démêler toutes les différentes matières qu'elles contiennent, ce qui demande beaucoup plus de travail, & un travail plus ingénieux & plus fin, qu'on ne le croit ordinairement, car on se contente volontiers de quelques épreuves légères & superficielles, qui s'expédient en fort peu de temps. Il a apporté le même soin à l'examen des Eaux chaudes de Bourbon l'Archambaut, dont heureusement il a eû à Paris une assez grande quantité, accompagnée de plus de la Résidence qu'un Chimiste de ses amis en avoit tirée sur le lieu même. Un nouvel examen de ces Eaux, mais précis & exact, étoit d'autant plus nécessaire, que les sentimens étoient partagés sur ce sujet. Les uns y trouvoient le Nitre des Anciens, ou *Natron*, les autres le Nitre des Modernes, c'est-à-dire, ou un Sel Alkali minéral, semblable par ses effets aux Sels fixes & lixiviels des Plantes, ou un vrai Salpêtre, ce qui est fort différent.

L'eau de Bourbon prise à la source est claire & limpide; presque sans odeur, & d'un goût qui tient du vrai salé & du lixiviel, & qu'elle conserve toujous. Elle sort très-sensible-

ment bouillante & fumante, & à mesure qu'elle s'évapore, il paroît à sa surface une pellicule grasse formée d'une poussière blanche très-fine, sans liaison, & qui devient plus visible, quand l'eau a été long-temps en repos, mais qu'on ne peut ramasser en aucune façon. Cette eau dépose par tout des Croûtes pierreuses, assés dures, en plusieurs couches blanches, bien distinctes, mêlées en quelques endroits, & principalement en dessous d'une couche de terre d'un brun foncé. Ces Croûtes n'ont ni goût, ni odeur, & s'attachent assés fortement au fond & aux parois des Réservoirs, des Conduits ou des Vaisseaux.

De tous les moyens que M. Boulduc a employés pour décomposer ces Eaux, il a trouvé que le plus simple étoit le meilleur, l'Évaporation, pourvû cependant qu'il conservât, & qu'il examinât à part les différentes matières que donnoient les différents degrés d'une Évaporation bien conduite. Il n'a pas laissé de joindre aux connoissances qu'il en tiroit celles qu'il avoit tirées de quelques autres opérations.

Plus l'eau s'évapore, & plus par conséquent les matières dont elle étoit mêlée se rapprochent & se concentrent, plus elle jaunit. Il se forme au fond & aux parois du Vaisseau des Cristaux parfaitement cubiques, que cette figure, leur goût, toutes leurs propriétés, font certainement reconnoître pour du Sel marin, & en même temps la surface de l'eau se couvre d'une Croûte saline assés épaisse, mêlée de deux sortes de Cristaux, dont les uns sont encore du Sel marin, les autres demandent plus d'attention & de raisonnement pour être reconnus. Tout bien considéré c'est ce même Sel de Glauber que M. Boulduc a déjà trouvé & dans le Sel Cathartique d'Espagne *, & dans les Eaux de Passy, & dans un Sel naturel de Dauphiné *, il se déclare dans les Eaux de Bourbon, par ses propriétés les plus sensibles déjà rapportées en 1724, mais M. Boulduc, peut-être pour prévenir le reproche de trouver trop le Sel de Glauber par tout, l'a encore étudié plus particulièrement dans ces Eaux. Comme c'est un Acide Vitriolique transporté sur la base du Sel Marin, il a tiré cet Acide du Sel des Eaux par le moyen de l'Huile de Chaux, qui le

* V. l'Hist.
de 1724.
p. 54. &
suiv.

* V. l'Hist.
de 1727.
p. 29. &
suiv.

détache infailliblement de toute bafe, ou Matrice, à laquelle il fera lié, après quoi il s'eft affûré que la bafe d'où il l'avoit détaché, n'étoit ni du fer, comme dans le Vitriol, ni une terre Cretacée comme dans l'Alun &c. & que ce devoit donc être celle du Sel marin, car c'eft bien affés en pareille matière de pouvoir procéder par voye d'exclufion.

M. Boulduc ne croit point que jufqu'à préfent on ait trouvé dans aucune Eau minérale un véritable Acide Nitreux. On a donné ce nom à un Alkali, qu'on y a effectivement trouvé, & qui étoit Nitreux au fens des Anciens, mais non dans le fens des Modernes, & on a abusé de ce mot équivoque. Des Eaux, qui en coulant dans le fein de la Terre en ont emporté différentes parties minérales, n'en ont point emporté de vrai Nitre, qui ne naît que fur la furface de la Terre, ou à une très-petite profondeur, ainfi que l'a bien prouvé M. Lémery, fuivi fur ce point par M. Boulduc. Il n'en eft pas de même du Vitriol, qui eft affés commun dans les entrailles de la Terre, & de-là vient ce Sel de Glauber fi commun auffi dans les Eaux minérales. M. Boulduc croit même qu'il peut aifément fe trouver de ce Sel par-tout où il y a du Sel marin, & il en rapporte quelques preuves de fait.

Quand l'évaporation eft pouffée à un certain point, elle ne donne plus de ces Cristaux ou Croûtes, dont nous venons de parler. L'eau devient plus rouffe & plus graffe, d'un goût picquant & lixiviel, d'une odeur bitumineufe. Il y a encore là différentes matières à démêler.

Le goût lixiviel & picquant indique sûrement un Alkali fixe, & les eaux dans leur fimple état naturel l'indiquoient déjà par les effets qu'elles faisoient fur les Acides. Il a, quoique minéral, affés de conformité avec le Sel de Tartre, Alkali végétal, & le plus fort de tous, mais M. Boulduc a trouvé entre eux une différence très-confidérable, & digne de remarque, qui nous en fera négliger d'autres plus légères, & moins curieufes. Le Sel de Tartre mêlé avec le Vitriol, ou avec fon Acide feul, fait un Sel mixte ou moyen, qu'on appelle *Tartre vitriolé*, & l'Alkali des Eaux mêlé avec ce même

Vitriol

Vitriol ne fait invariablement qu'un vrai Sel de Glauber, tant les principes de ce Sel s'obstinent, pour ainsi dire, à se trouver dans ces Eaux. M. Boulduc a voulu voir s'il pourroit découvrir ailleurs quelque Alkali minéral, & il en a heureusement trouvé un dans une Terre de Smirne ou d'Ephese, qui sert en ce pays-là à faire du Savon. Ceci combat une opinion assés commune chés les Phisiciens, que l'Alkali n'est qu'un produit du feu, & que par conséquent il n'y en a point de naturel & de fossile. Mais outre qu'il faut se rendre aux faits, le fond de cette opinion subsisteroit encore, car de grands Philosophes croient que la Terre, qui certainement a été noyée, avoit été brûlée auparavant, & le feu auroit formé les Alkalis même fossiles, comme il forme aujourd'hui tous les autres.

Quant à l'odeur bitumineuse que prend l'eau vers la fin de l'évaporation, elle ne peut venir que d'un Souffre minéral, ou d'un Bitume, qui est en trop petite quantité pour se rendre sensible à l'Odorat, avant que l'eau soit concentrée à un certain point. M. Boulduc ne croit point qu'elle contienne du Souffre minéral actuel, mais plutôt un Bitume, que le Sel marin, qu'elle contient certainement, & qui est toujours plus ou moins bitumineux, y aura amené, & que les Alkalis, dont elle abonde, tiendront en dissolution. La séparation de ces Alkalis & de ce Bitume se fait aisément par le moyen de l'Esprit de Vin versé sur la dernière portion de l'eau, où une plus grande quantité de ces deux matières est renfermée. Les Alkalis se précipitent, & le Bitume dégagé monte en petites gouttes à la surface de l'eau concentrée, ou s'attache aux parois du Vaisseau.

L'évaporation finie, il reste une Résidence semblable à celle qui avoit été envoyée de Bourbon. Ce n'est pas encore une matière uniforme & homogène en toutes ses parties. On en distingue principalement de deux sortes, les unes claires & transparentes, les autres ternes & opaques. Les Croûtes pierreuses, que l'Eau dépose naturellement dans ses Réservoirs ou dans ses Conduits, sont de la même espee. Cette

Résidence a de plus du Bitume, puisqu'elle est inflammable; il y est demeuré lié par sa qualité onctueuse.

Les parties claires & transparentes, dont nous venons de parler, sont, selon M. Boulduc, des Sels venus de la pierre Sélénite, ces mêmes Sels qu'il avoit déjà trouvés dans les nouvelles Eaux de Passy. Ils sont mixtes ou moyens, formés d'un Acide Vitriolique, & de beaucoup de terre. Cet Acide se peut transporter sur le Sel de Tartre, ou se convertir en Souffre minéral par quelque matière inflammable. Les Sels Sélénites de l'Eau de Bourbon se déclarent dès que l'évaporation commence, ils paroissent sous la forme d'une poussière fine, qui ensuite grossit toujours. M. Boulduc assure qu'il a trouvé de ces mêmes Sels dans des Eaux minérales froides, & même dans les Eaux salées qui fournissent le Sel commun. Il a eu lieu d'en soupçonner jusque dans une Plante, & ce qui est plus remarquable, dans une liqueur Animale. Il paroît par toutes les observations qu'ils sortent tout préparés des mains de la Nature.

Les parties opaques de la Résidence sont visiblement une Terre. Elle est absorbante, & M. Boulduc la croit calcinée par la Nature même. Pourquoi les Feux Souterrains, qui donnent tant de chaleur aux Eaux, dont il s'agit, n'auroient-ils pas pu faire aussi cette calcination? Nous omettons d'autres raisonnemens plus Chimiques & plus recherchés. Par une opération de M. Boulduc il se sépare de cette terre une matière plus brune, qui ayant été rougie au feu, donne des marques sûres d'un peu de Fer, puisque l'Aiman attire quelques-unes de ses parcelles. Voilà donc enfin du Fer dans les Eaux de Bourbon, mais en petite quantité, & qui ne se manifeste que difficilement & bien tard.

Si l'on se souvient des différentes matières que M. Boulduc avoit démêlées dans les nouvelles Eaux de Passy, on verra qu'elles sont les mêmes que celles des Eaux de Bourbon, mais il n'en faut pas conclurre une exacte conformité d'effets. Ils peuvent être assés différents par la différence des doses, qui ne sont pas bien connües, par le mélange plus ou moins

intime des matières, sur-tout par une espece de coction que la chaleur des Eaux de Bourbon peut leur avoir donnée, & qui n'aura pas lieu pour des Eaux froides. Cependant les vertus que M. Boulduc attribüe aux Eaux de Bourbon, à en juger par les qualités connües des matières qu'elles renferment, sont à peu-près les mêmes que les vertus des Eaux de Passy.

M. Boulduc a voulu prévenir ici, comme il avoit fait en 1726, l'objection que le feu pourroit avoir produit, ou du moins altéré les matières des Eaux. Mais sans compter qu'il n'est guere imaginable qu'une douce & lente évaporation ait fait autre chose que séparer, la preuve de l'Esprit de Vin rapportée sur les Eaux de Passy, a été mise aussi en usage pour celles de Bourbon. De plus, ce qui leve entièrement tout scrupule, le grand froid a été employé ici au lieu du feu. Quatre livres d'Eau de Bourbon étant gelées, il resta au milieu du Glaçon demi-Once à peu-près d'eau liquide, qui en s'écoulant emportoit des Cristaux tout formés, très-reconnoissables pour les mêmes qu'on avoit eus par le feu, quoique plus petits. Ce peu d'eau étoit d'un goût fort lixiviel, & par conséquent contenoit les Alkalis fixes résous, qui ne gellent que difficilement. Il est heureux en fait de Phisique de pouvoir satisfaire aussi pleinement à une objection.

Nous renvoyons entièrement aux Mémoires
Un second Mémoire de M. Lémery sur le Borax.

V. les M.
p. 282.

Un second Mémoire de M. de Reaumur sur la Porcelaine.

V. les M.
p. 325.





BOTANIQUE.

SUR LE SIMAROUBA.

V. les M.
P. 32.

VOICI un nouveau Remede, végétal aussi bien que le Quinquina & l'Ipecacuana, venu comme eux d'Amérique, & aussi spécifique qu'eux. Nul remede spécifique pour une Maladie ne l'est pour toutes les especes de cette Maladie, & il y en a tel, qui est excellent, & à qui on fait dans la suite du temps l'injustice de le négliger ou de le mépriser, parce qu'on lui avoit fait d'abord l'honneur excessif de le croire infailible sans distinction. L'Ipecacuana est peut-être prêt à tomber dans ce cas, il manque bien des Dissenteries, mais le Simarouba vient heureusement pour lui servir de supplément, M. de Jussieu l'a trouvé assés sûr pour celles que l'Ipecacuana auroit manquées. Il n'a pas oublié à bien distinguer ces différentes especes.

Le Simarouba est une Ecorce, qui fut envoyée pour la première fois de la Cayenne ici en 1713, comme un très-bon remede pour les Dévoymens dissenteriques, il y en eut beaucoup, & de violents en 1718, qui ne faisoient le plus souvent que s'irriter par l'Ipecacuana, & la nouvelle drogue au contraire y réussit très-bien. M. de Jussieu, qui n'en avoit eû de ce premier envoi qu'une petite quantité, fut curieux d'en avoir encore dans la suite, & il en éprouva toujours d'aussi bons effets, bien entendu qu'il ne l'appliquoit pas indifféremment à toutes sortes de Dissenteries. La préparation de ce remede est la plus simple qu'il soit possible, on le prend en décoction comme du Thé, & dès le second Verre on s'apperçoit ordinairement qu'il agit. Le goût en est fort supportable, un peu d'amertume marque une substance acre & stomachique

qui rétablit les forces de l'Estomac, la couleur laiteuse que prend l'eau vient d'une substance balsamique & onctueuse, qui arrête les douleurs & les épreintes, la prompte suppression du sang & la constipation qui survient, indiquent une qualité astringente & vulnérable.

Dioscoride parle d'une Écorce, qu'on apportoit du fond de l'Orient, & qui s'employoit pour les Hemorragies & les Dissenteries. La couleur en étoit jaunâtre, & c'est à peu près celle du Simarouba. On l'appelloit *Macer* ou *Macir*. Pline, Galien, & les Arabes en ont aussi parlé. On ne peut guere douter qu'une Écorce dont quelques Relations des Indes Orientales font mention, en lui attribuant les mêmes vertus, & avec les plus grands éloges, ne soit ce *Macer* des Anciens, & la vrai-semblance est d'autant plus forte qu'en quelques lieux des Indes cette Écorce a le nom de *Macre*, ou *Macreruipe*. Il ne seroit nullement étonnant qu'elle se trouvât aussi en Amérique sous un autre nom, l'Asie & l'Amérique ont plusieurs Plantes, qui leur sont communes à l'exclusion de l'Europe, & peut-être sera-ce là un des moyens qui serviront un jour à décider si l'Amérique est une Colonie de l'Asie.

M. de Jussieu ne détermine point encore, malgré la grande conformité du *Macer* des Anciens, du *Macre* des Indiens Orientaux, & du Simarouba des Occidentaux, que ce soit la même Plante. Il attend de plus grands éclaircissements sur ce point, & même sur les propriétés particulières de ce Remède, dont il n'a pas fait autant d'expériences qu'il le souhaiteroit. Ses provisions étoient courtes, & il n'y a peut-être plus de Simarouba à Paris.

Quand M. de Jussieu en eût parlé à l'Académie pour la première fois, M. d'Isnard fit voir aussi quelques Relations qu'il avoit des effets de ce Remède, & de la manière de s'en servir. On profitera de tout, nous ne faisons principalement ici qu'annoncer le Simarouba, & préparer le Public à cette nouveauté, mais combien d'accidents, combien de circonstances étrangères doivent concourir pour l'entier établissement de la chose du monde, qui seroit la plus utile !

*SUR L'ACCROISSEMENT DES PLANTES
PAR LES PLUYES.*

V. les M.
P. 349.

QUAND on voit que des Plantes qui se fanoient, ou dont au moins l'accroissement étoit arrêté par une trop longue sécheresse, & une trop grande chaleur, reprennent vigueur tout à coup, & recommencent à croître sensiblement, dès qu'elles reçoivent l'eau de la Pluie, ou seulement celle des arrosements, il n'y a rien là qui surprenne en aucune façon, tout le monde conçoit naturellement que l'eau étoit nécessaire pour détrempier, pour dissoudre les matières qui forment la sève, & pour les conduire dans le corps des Plantes; ceux qui seront un peu plus Phisiciens pourront imaginer de plus que la transpiration des Plantes trop abondante dans les temps chauds & secs, est diminuée par la fraîcheur de l'eau, & qu'une partie de cette substance, qu'elles perdoient, étant retenüe, devient utile à leur nutrition.

Les raisonnements fondés sur des observations légères & superficielles n'iroient pas plus loin. Mais M. du Hamel a observé que les Plantes Aquatiques profitent des Pluyes, aussi bien que les Terrestres. C'est un fait dont il s'est bien assuré, & cela dérange tout ce qui vient d'être dit. Les Plantes Aquatiques, du moins celles qu'on suppose toujours couvertes d'eau, n'en manquent jamais, & leur transpiration doit être toujours égale.

Il y a plus, & c'est là le plus remarquable. La Pluie n'est absolument nécessaire ni aux Plantes aquatiques, ni aux terrestres pour l'effet dont il est question, la seule menace de Pluie suffit, c'est-à-dire un temps couvert & orageux. Il s'agit d'expliquer cette difficulté qu'on ne s'étoit point encore proposée, la Phisique qui ne peut s'éclaircir que par les observations, demande de nouveaux éclaircissements à mesure qu'il se fait des observations nouvelles. Nous ne dirons rien de quelques idées par où M. du Hamel a passé selon l'ordinaire;

& qui ne l'ont pas satisfait, nous n'exposerons que celle à laquelle il s'est arrêté, comme à la plus vrai-semblable.

La vie des Animaux consiste dans la dilatation & la contraction successives du Cœur, c'est ce mouvement alternatif qui donne aux liqueurs toute la force nécessaire pour pénétrer dans les Canaux les plus éloignés du Cœur, les plus étroits, les plus tortueux. Il ne paroît pas être dans les Plantes, il faut cependant, puisqu'elles vivent & se nourrissent, qu'il y soit, quoique moins égal, moins régulier, moins mesuré que dans les Animaux. Il ne pourra venir que de l'Air, très-susceptible de rarefaction, & de condensation, que les Plantes reçoivent par ces Trachées, qu'a découvertes M. Malpighi. Dans les Plantes où elles sont visibles, elles sont répandûes par tout, au lieu que les Poumons des Animaux, du moins de ceux qu'on appelle les parfaits, n'occupent qu'une petite partie de leur corps, ainsi les Plantes prennent plus d'air à proportion. Cet Air qu'elles ont pris, non-seulement anime la Sève comme il anime nôtre Sang, mais quand il se rarefie, il la pousse vers l'endroit de la moindre résistance, & quand il se condense, il l'oblige à couler dans les espaces qu'il a quittés. En même temps le cotton ou le duvet très-fin, qui revêt intérieurement les tuyaux des Plantes, & qui est visible dans quelques-unes, empêche le reflux de la Sève, & fait l'office des Valvules Animales. Une rarefaction de l'Air, qui ne varie point, tient la Plante dans un même état, & il en va de même d'une condensation toujours égale; alors le mouvement de la Sève est lent & paresseux, tout l'intérieur de la Plante n'est point assés secoüé, ni assés agité. Mais quand la rarefaction & la condensation de l'Air se succedent, la Sève; outre qu'elle est hâtée par ces mouvements contraires de se distribüer par tout, est encore plus brisée, plus attenüée, plus propre à nourir la Plante, & cet effet est d'autant plus grand, que la rarefaction & la condensation se succedent plus promptement, & à un plus grand nombre de reprises. La Plante en croît plus vite & profite davantage.

Les différents degrés de la rarefaction de l'Air sont des

changements dans la constitution de l'Atmosphere, & l'on sçait que ces changements se font sentir jusque dans les Eaux, ainsi ce qui de ce côté là est favorable aux Plantes terrestres, l'est aussi aux aquatiques.

Une Pluie qui refroidit l'Air après un temps chaud est ce changement favorable, mais il ne tient pas uniquement à une Pluie, c'est assés que le temps se refroidisse ou même s'échauffe, comme il arrive souvent quand le Ciel se couvre, car il ne faut qu'un changement, & plus les changements sont frequents, ou se suivent de près, ce qui arrive assés dans les temps d'orage, plus l'effet est avantageux. De là vient que les Saisons, naturellement les plus variables, le Printemps, & le commencement de l'Autonne, sont celles où les Plantes ont un plus prompt accroissement. Elles languissent dans une Saison trop égale, & celles qui sont dans des Cloches sur des Couches de fumier, seroient dans le cas de cet inconvenient, si de temps en temps on ne leur donnoit de l'Air, qui les refroidit.

Cette Phisique une fois connuë & bien avérée, pourra être d'usage pour la culture des Plantes, pour les arrosements, par exemple, dont on reglera les temps par rapport aux plus grands changements qu'ils pourront opérer dans l'air que les Plantes renferment. Ce n'est pas cependant que ce nouveau principe de M. du Hamel ne doive se combiner avec d'autres auxquels il faudra avoir égard. Un excellent Jardinier seroit un bon Phisicien.

SUR L'ALTERATION DE LA COULEUR

des Pierres & des Plâtres des Bâtimens.

V. les M.
p. 185.

QUAND on voit que les Pierres des Bâtimens, qui d'abord étoient d'un blanc agréable à la vûë, sont devenues avec le temps grises ou noires, il est assés naturel de penser que l'Air & les Pluyes ont produit ce changement de couleur, & de s'en tenir là. Si on observe de plus que dans les

les grandes Villes ce changement est plus prompt & plus grand que dans les petites Villes, ou dans les Campagnes où les Bâtimens sont isolés, alors il faut recourir à une autre cause que l'Air & les Pluyes, ou leur en joindre une autre, & ce seront les fumées, les vapeurs, les impuretés de l'air des grandes Villes. Un si petit sujet ne paroîtra pas mériter un plus long examen.

On seroit cependant encore bien loin de la véritable cause, trouvée par M. de Reaumur, & il n'en faudroit pas davantage pour prouver, s'il en étoit besoin encore aujourd'hui, qu'il n'y a point de petits sujets en Phisique, & qu'il faut employer par tout la plus fine observation. Ce sont des Plantes nées sur les Pierres, ou sur les Plâtres, qui en altèrent principalement la couleur.

Des especes de Plaques, ou jaunes, ou grises, ou verdâtres, &c. qu'on voit sur l'écorce des Arbres, dont elles suivent la figure & le contour dans une certaine étendue plus ou moins grande, sont reconnues par tous les Botanistes pour de véritables Plantes, qu'ils appellent des Lichen *. Il en naît jusque sur les Pierres, & quelquefois les Tuiles & les Ardoises des Toits en sont couvertes. Cette Plante n'a point de fleur, mais beaucoup de semence très-fine. M. de Reaumur en observant les différentes grandeurs des Lichen, soit dans les différentes circonstances, soit dans les différentes especes, car il y en a un grand nombre, en a trouvé de si petits, qu'il a cru pouvoir supposer légitimement des Lichen, qui ne seroient que comme des points, & qui naîtroient sur les Pierres des Bâtimens. Leurs semences auroient été aisément portées ou par les Vents, ou par les eaux de Pluye, qui auroient coulé des Toits.

* V. l'Hist.
de 1713.
P. 42.

Une preuve que ces petits points ne sont pas ou de la poussière ou des particules de fumée & de fuye, &c. c'est qu'en les touchant avec un doigt mouillé, ni on ne les dissout, ni on ne s'y salit. Ils paroissent de petits corps organisés, & sur-tout au Microscope.

Ils sont les uns gris, les autres d'un verd noirâtre ou brun.

Hist. 1729.

E

Les gris sont ceux qui se reconnoissent le plus sûrement pour des Lichen, à cause de la couleur, & ils altèrent moins la couleur des Pierres que les bruns. Ils l'altèrent d'autant plus les uns & les autres, qu'ils sont en plus grand nombre, & laissent moins d'intervalles où le blanc de la Pierre se fasse appercevoir.

Les taches qu'ils y forment doivent naturellement être irrégulières. M. de Reaumur a vu une Muraille toute charmée du haut en bas de traits noirs longs de 4 à 5 pouces, & larges de 7 à 8 lignes, posées selon toutes les inclinaisons par rapport à l'Horison, hormis qu'il n'y a aucun de ces traits qui lui soit parallèle. Cela s'accorde assez bien avec l'idée qu'une eau de pluie, qui tomboit du Toit, chargée de semences de Lichen bruns, aura été repoussée par le Vent contre la Muraille, où elle se sera partagée en plusieurs petits courants, dont aucun n'aura pu en effet être parallèle à l'Horison.

Il n'y a presque pas lieu de douter que les différents Climats, la différente nature des Pierres, les expositions des Murs, ne soient plus ou moins favorables à la génération des Lichen ; M. de Reaumur croit même qu'il peut y avoir de la différence à cet égard entre les parties d'une même Pierre, qui n'auront pas, pour ainsi dire, le même degré de maturité, mais tout cela demanderoit une longue suite d'expériences, qu'on ne peut attendre que du temps.

Ce qui seroit encore plus nécessaire, ce seroit un moyen de prévenir la génération de ces Lichen, car on procureroit un grand ornement aux Villes, si on en pouvoit conserver les Bâtimens dans leur blancheur naturelle. M. de Reaumur a vu entre Saumur & Amboise de vieux Bâtimens qui paroissent neufs par la couleur; c'est le bienfait de quelque accident, & il faudroit tâcher de s'en ménager un pareil, en trouvant quelque enduit de peu de prix, qui préservât les Pierres des Lichen. M. de Reaumur ne connoît encore que l'enduit de chaux. La curiosité des Philiciens, ou l'intérêt, acheveront peut-être l'ouvrage. C'est déjà un grand pas que de connoître une cause.

OBSERVATION BOTANIQUE.

ON sçait que la Sensitive est *heliotrope*, c'est-à-dire que ses rameaux & ses feüilles se dirigent toujours vers le côté d'où vient la plus grande lumière, & l'on sçait de plus qu'à cette propriété qui lui est commune avec d'autres Plantes, elle en joint une qui lui est plus particulière, elle est Sensitive à l'égard du Soleil ou du jour, les feüilles & leurs pédicules se replient & se contractent vers le coucher du Soleil, de la même manière dont cela se fait quand on touche la Plante, ou qu'on l'agite. Mais M. de Mairan a observé qu'il n'est point nécessaire pour ce phénomène qu'elle soit au Soleil ou au grand air, il est seulement un peu moins marqué lorsqu'on la tient toujours enfermée dans un lieu obscur; elle s'épanouit encore très-sensiblement pendant le jour, & se replie ou se resserre régulièrement le soir pour toute la nuit. L'expérience a été faite sur la fin de l'Eté, & bien répétée. La Sensitive sent donc le Soleil sans le voir en aucune manière; & cela paroît avoir rapport à cette malheureuse délicatesse d'un grand nombre de Malades, qui s'aperçoivent dans leurs Lits de la différence du jour & de la nuit.

Il seroit curieux d'éprouver si d'autres Plantes, dont les feüilles ou les fleurs s'ouvrent le jour, & se ferment la nuit, conserveroient comme la Sensitive cette propriété dans des lieux obscurs; si on pourroit faire par art, par des fourneaux plus ou moins chauds, un jour & une nuit qu'elles sentissent; si on pourroit renverser par là l'ordre des phénomènes du vrai jour & de la vraie nuit, &c. Mais les occupations ordinaires de M. Mairan ne lui ont pas permis de pousser les expériences jusque-là, & il se contente d'une simple invitation aux Botanistes & aux Physiciens, qui pourront eux-mêmes avoir d'autres choses à suivre. La marche de la véritable Physique, qui est l'Expérimentale, ne peut être que fort lente.

M Marchant a lû la Description
De l'*Althoea* Diosc. & Plin. C. B. Pin. 315.
Guimauve, avec la Critique des Auteurs Botanistes sur cette
Plante.

De la *Mitella Americana*, *florum foliis fimbriatis*. Inst. Raii
Herb. 242.

Et de la *Sanicula*, seu *Cortusa Americana*, *altera*, *flore mi-
nuto*, *fimbriato*. Hort. Reg. Par.



G É O M É T R I E.

SUR LES LIGNES DU III^{me} ORDRE OU COURBES DU SECOND.

C'A été une excellente idée, & d'une utilité inestimable V. les M.
à toute la Géométrie, que celle de Descartes, d'exprimer P. 194.
la nature des Courbes par des Equations Algébriques. Par-là tout devient calculable; & ce que l'on n'auroit eu que par un grand nombre de comparaisons très-pénibles de lignes entassées les unes sur les autres, à la manière des Anciens, on le trouve sans peine, c'est-à-dire avec une peine beaucoup moindre, par de simples calculs. Ces Equations sont fondées sur ce que l'on conçoit les Courbes comme des suites de points qui sont les extrémités de lignes droites, ou Ordonnées, toutes parallèles entre elles, & toutes tirées d'une même droite ou Diametre ou Axe commun, dont les différentes parties correspondantes aux différentes Ordonnées s'appellent Abscisses; le rapport constant & perpétuel des Abscisses aux Ordonnées, détermine la nature, & constitue l'Equation de chaque Courbe. Cette forme fut d'abord appliquée aux quatre Sections Coniques, dont on vit que l'Equation ne passoit pas le second degré, & l'on s'aperçut bien vite que la ligne droite elle-même étoit susceptible de la même forme, & que son Equation étoit renfermée dans le premier degré. En effet si l'on conçoit une droite divisée en un nombre quelconque de parties égales, & que de chaque point de division il parte des Ordonnées parallèles qui soient en progression arithmétique, la ligne qui passera par les extrémités de toutes ces Ordonnées ne sera qu'une droite, dont la nature sera exprimée par une Equation où le

rapport constant des Abscisses aux Ordonnées sera toujours le rapport simple d'une ligne donnée à une autre donnée. Mais s'il s'agissoit d'une Parabole, par exemple, où les Abscisses sont, non comme les Ordonnées, mais comme leurs quarrés, il faudroit que l'Équation, où ces quarrés entreroient nécessairement, montât au second degré.

On voit assés par-là comment les Courbes ou leurs Équations peuvent monter à tous les degrés supérieurs, lorsque les Abscisses seront comme les Cubes, comme les quatrièmes puissances, &c. des Ordonnées, & même il n'est nullement nécessaire que les Abscisses simples soient toujours comparées à des Ordonnées élevées à des puissances, les quarrés des Abscisses peuvent avoir le même rapport que les cubes des Ordonnées, &c. Toutes les combinaisons possibles de ces différentes puissances seront également admises. Il faut même remarquer que le produit d'une simple Abscisse par une simple Ordonnée, feroit le même effet que le quarré de l'une & de l'autre, & rendroit également l'Équation du second degré. Ce sera la même chose à proportion pour les produits plus composés.

On peut donc imaginer toutes les Lignes comme distribuées en différents *ordres* ou *genres* selon le degré de leur Équation, qui s'élèvera toujours. La ligne droite sera seule le premier ordre. Les quatre Sections Coniques seront le second. Les Courbes, dont l'Équation montera au troisième degré, seront le troisième ordre, &c. Si on ne veut pas compter la ligne droite, qui effectivement ne paroît guères mériter une Équation, les Sections Coniques seront les lignes du premier ordre, &c.

Ces Sections ont été extrêmement maniées par tous les Géomètres, mais comme ils cherchent des sujets nouveaux; & que l'ardeur de découvrir augmente à mesure que les Méthodes extrêmement perfectionnées promettent plus de découvertes, on a songé aux lignes du troisième ordre, ou Courbes du second. On en connoissoit déjà quelques-unes; les deux Paraboles cubiques, par exemple, mais il en restoit un

nombre beaucoup plus grand aufquelles personne n'avoit touché, ni même pensé. M. Neuton est le premier qui en a donné un dénombrement, quoique sans démonstration, & c'étoit déjà un grand pas de fait dans cette Théorie que d'avoir trouvé quelles étoient toutes les Courbes comprises dans ce second ordre. Après M. Neuton deux habiles Anglois ont traité ce sujet, mais ils ne l'ont pas épuisé, & M. Nicole a cru qu'il lui restoit encore beaucoup, soit à éclaircir, soit à découvrir. Comme il a été obligé d'entrer dans les labyrinthes les plus embarrassants du Calcul, & dans les applications les plus pénibles de l'Algèbre à la Géométrie, nous ne le suivrons pas jusque-là, & nous nous contenterons de donner quelques idées générales, & quelques connoissances préliminaires, suffisantes pour ceux qui ne veulent pas aller si loin, ou utiles à ceux qui voudront s'y préparer.

Il est reçu chés tous les Géometres, qu'une ligne droite peut couper une ligne d'un ordre quelconqué en autant de points que l'Équation de la ligne coupée a de degrés. Ainsi une droite ne peut couper une droite qu'en un point, parce que l'Équation de la droite n'est que du premier degré. L'Équation du Cercle, de l'Ellipse, de la Parabole & de l'Hiperbole étant du second degré, une droite posée comme on voudra, qui les coupe en un point, les coupera encore nécessairement en un autre. Si l'on se représente la première Parabole cubique, qui a une inflexion au point où elle part de son axe pour aller & au-dessus & au-dessous par deux branches contrairement posées, on verra sans peine qu'une droite qui coupera la branche supérieure en deux points, coupera aussi l'inférieure en un troisième point seulement, & réciproquement; aussi l'Équation de cette Courbe est-elle du troisième degré. Il en est de même de la seconde Parabole cubique qui au point où elle part de son axe se rebrousse, & se partage en deux branches toutes deux au-dessus de l'axe, & dont les convexités se regardent; une droite qui coupera l'une des deux branches en deux points, coupera aussi l'autre en un troisième.

En général il faut donc que la Courbe prenne toutes les positions différentes, tous les contours qui lui sont nécessaires pour être coupée par une droite autant de fois qu'elle a de degrés dans son Équation. Il faut que selon ce nombre déterminé elle revienne rencontrer autant de fois cette droite dont la position est unique & invariable ; & l'on voit assés par-là combien doit être bisarre en apparence la forme d'une Courbe dont le degré sera un peu élevé.

Il est constant pareillement qu'une Ordonnée d'une Courbe doit la rencontrer en autant de points que son Équation a de degrés. Toute Ordonnée d'un Cercle, d'une Ellipse, &c. prolongée, s'il en est besoin, les rencontre en deux points. On pourroit croire d'abord qu'une Ordonnée quelconque de la première ou de la seconde Parabole cubique ne les rencontre pas en trois points selon cette Regle, mais en un seulement, car une Ordonnée tirée au-dessus de l'axe à la première de ces deux Paraboles ne la rencontre qu'en un point ; il est vrai qu'une autre Ordonnée égale tirée au-dessous de l'axe rencontrera la Courbe en un autre point, mais ni ces deux Ordonnées égales ne sont la même, ni il n'y a trois points de rencontre. On diroit la même chose de la seconde de ces Paraboles. Cette difficulté n'est qu'apparente. Nous venons de faire voir qu'une droite couperoit chacune de ces Paraboles en trois points, or cette droite peut être une Ordonnée. Il est vrai qu'alors les Ordonnées ne partiront pas de l'axe qu'on avoit posé d'abord pour y rapporter la Courbe, mais il n'importe à quelle droite prise pour axe ou diametre on rapporte les Courbes. Nous considérons ces deux Paraboles de la manière la plus simple & la plus naturelle, mais toutes les autres manières possibles de les considérer seront également légitimes, seulement il arrive que quand on ne prend pas la plus naturelle & la plus simple de toutes, les Équations des Courbes deviennent plus composées & plus compliquées, plus difficiles à débrouiller, mais sans sortir jamais du degré prescrit par leur nature. C'est dans cet état le plus compliqué qu'il les faut prendre ;
lorsqu'on

lorsqu'on veut les avoir dans la plus grande généralité possible.

La raison essentielle qui fait qu'une Courbe du second degré, par exemple, doit avoir des Ordonnées qui la rencontrent en trois points, c'est que le cube des Ordonnées entrera dans l'Equation; or tout cube Algébrique a trois racines qui l'ont pû former, ou, ce qui est le même, toute Equation qui va au cube peut être résolue par trois racines. Le cube de chaque Ordonnée en donne donc, en produit trois, qui ne peuvent être Ordonnées sans rencontrer chacune la Courbe. Ainsi dans le second ordre on trouvera que d'un même point de l'axe ou diametre il part trois Ordonnées différentes, qui par conséquent ne répondent qu'à une même Abscisse. On dira la même chose à proportion des ordres supérieurs.

On sçait assés ce que c'est que des Abscisses ou Ordonnées positives ou négatives, qui déterminent le cours de la Courbe soit d'un côté ou de l'autre du point qu'on a pris pour son origine, soit au-dessus ou au-dessous de l'axe ou diametre auquel on la rapporte. Ces mêmes grandeurs sont encore plus à considérer quand elles deviennent imaginaires, quand elles ne sont ni ne peuvent être. Alors la Courbe manque dans toute l'étendue qu'elles déterminent; mais comme ces grandeurs peuvent redevenir réelles, alors aussi la Courbe renaît après une certaine interruption de son cours. Cela produit des branches de Courbes tout-à-fait détachées les unes des autres, & qui aux yeux paroissent jettées çà & là comme au hazard. Elles ont cependant par des grandeurs imaginaires une liaison & une continuité secrète. Dès les Courbes du premier ordre on en voit un exemple dans l'Hiperbole commune, ou plutôt dans les deux Hiperboles opposées rapportées à leur axe traversant. Elles ont toutes deux, chacune depuis son sommet, des Ordonnées tant positives que négatives sur toute l'étendue infinie de cet axe de part & d'autre, mais sur son étendue finie comprise entre les deux sommets elles ne pourroient avoir que des Ordonnées imaginaires, & c'est pourquoi il n'y a point là de

Courbe, mais une espece de vuide qui sépare les deux Hiperboles, ou plutôt coupe la même en deux, car elles ne sont au fond que la même. Dans les Courbes plus élevées que l'Hiperbole ordinaire les effets des Ordonnées imaginaires sont toujours plus frappants & plus bizarres en apparence. Il est bon de remarquer que non-seulement on voit jusqu'où s'étend le cours de ces grandeurs qui ne peuvent être, mais qu'on voit quelles elles seroient si elles étoient, & qu'on peut leur déterminer *un plus grand ou un plus petit*, comme aux grandeurs réelles. Ainsi dans les deux Hiperboles dont nous venons de parler, les Ordonnées imaginaires seroient croissantes depuis chaque sommet jusqu'à celle qui partiroit du centre des Hiperboles & seroit la plus grande de toutes. Ces phénomènes de la Grandeur, pour ainsi dire, auroient-ils jamais été prévus ou devinés ? Sans doute la seule expérience du Calcul les a fait connoître, & l'on a dû avoir quelque peine à l'en croire.

La ligne droite soit axe ou diametre, à laquelle on rapporte une Courbe, étant conçûe divisée en un nombre infini, s'il le faut, de parties finies égales, elles représentera par ses Abscisses prises depuis son origine, & toujours croissantes, la suite naturelle des Nombres, 1, 2, 3, &c. & les Ordonnées correspondantes représenteront aussi, ou seront des nombres. Ainsi dans la Parabole ordinaire les Ordonnées seront toutes les Racines quarrées des nombres naturels, dans l'Hiperbole rapportée à une Asymptote ce seront tous les nombres naturels réduits en fractions, qui auront 1 pour numérateur, &c. car cela a été traité avec assés d'étendue dans les *Eléments de la Géométrie de l'Infini*. Mais quoique l'axe ou diametre d'une Courbe quelconque demeurant toujours le même & divisé de la même manière, les Ordonnées doivent être aussi des nombres, il ne faut pas s'attendre que dans des Courbes d'un degré élevé ce soient des nombres si simples. Ils seront beaucoup plus composés ; de plus ils ne formeront pas des suites uniformes, c'est-à-dire, toujours croissantes ou décroissantes, mais des suites qui tantôt iront

à Zero; & puis croîtront, tantôt à *un plus grand*, & puis décroîtront, &c. Enfin ils formeront différentes suites distinctes, qui pourront même ne partir pas d'une même origine, qui se croiseront, s'entrelasseront, se combineront de différentes manières.

En voilà assez pour préparer ceux qui n'ont que l'habitude des Courbes les plus simples, à en voir de plus composées & plus surprenantes par leur forme & par leurs contours. Elles le sont dès le second ordre, qui est le seul que M. Nicole traite ici, sur-tout quand on les prend, comme il a fait, dans une Équation générale qui les renferme toutes, parce qu'on y met tout ce qui peut jamais y entrer. Il ne peut qu'à force de calcul construire cette Équation si vaste, & en suivre toutes les parties jusque dans leurs derniers détails. Mais aussi ce travail une fois fait, on n'aura plus qu'à simplifier l'Équation générale en supposant nuls quelques-uns de ses termes, quelques branches de la première Courbe disparaîtront, & on en verra naître d'autres en sa place moins compliquées selon les différentes suppositions qu'on aura faites.

Ces Courbes ont souvent des branches infinies, qui vont de différents côtés. M. Neuton les a distinguées en deux espèces, la Parabolique, & l'Hiperbolique. Les branches infinies de l'espèce Hiperbolique ont une Asymptote droite, celles de l'espèce Parabolique n'en ont point. Cela se distingue aisément & par le calcul, & par la nature seule de la chose, car les unes & les autres ont une Tangente à leur extrémité infiniment éloignée, mais dans l'espèce Hiperbolique cette Tangente part d'une distance finie par rapport à l'origine de la Courbe ou de la branche, & dans l'espèce Parabolique elle part d'une distance infinie. On le voit à l'œil dans la Parabole & l'Hiperbole communes.

Mais il y a quelque chose de particulier pour l'espèce Hiperbolique. Dans l'Hiperbole commune les Asymptotes lui sont toujours extérieures, mais dans une Courbe du second ordre une Asymptote lui peut être intérieure, & s'il y a, comme il arrive souvent, deux branches de cette espèce, qui

aillent du même côté, la Courbe sera *circonscrite* à ses deux Asymptotes, au lieu qu'elle leur seroit *inscrite*, si à la manière ordinaire elles lui étoient toutes deux extérieures. Que si l'une lui est intérieure, l'autre extérieure, M. Neuton nomme cette Courbe *Hiperbole ambigene*.

La Courbe construite par M. Nicole est un assemblage de quatre Courbes partiales, de trois especes d'Hiperboles, l'une inscrite, l'autre circonscrite, & la troisième ambigène, & d'une petite Ovale, tout cela assés détaché, sur-tout l'Ovale, qui est isolée dans un assés grand espace vuide. On reconnoît toujours à la vûë même que la Courbe totale appartient au second ordre, car on peut toujours tirer une droite qui la rencontrera en trois points par quelques-unes de ses différentes parties, tantôt d'une façon, tantôt d'une autre. C'est dans ces cas compliqués, & plus encore dans ceux qui le seroient davantage que l'application de l'Algebre à la Géométrie, dont on a pû d'abord être surpris, devient d'une exactitude & d'une précision presque incroyable.

SUR QUELQUES AFFECTIONS DES COURBES.

V. les M.
p. 277.

RIEN n'est si sensible dans une Courbe tracée sur le papier que ses Inflexions & ses Rebroussements, quand elle en a, ce sont les changements les plus marqués, qu'il soit possible, ou de son contour, ou de son cours par rapport à son axe, & le Paradoxe, qu'une Courbe puisse avoir des Inflexions ou des Rebroussements invisibles, doit être assés surprenant. Il est cependant vrai, & M. de Maupertuis en a démontré la vérité, & expliqué la nature. Nous ne parlerons d'abord que des Inflexions, un peu plus simples que les Rebroussements, quoique ces deux sortes d'*affections* soient extrêmement analogues, & à tel point que la même formule algébrique donne l'une & l'autre également.

Une Courbe peut avoir deux Inflexions l'une après l'autre,

elle aura été d'abord concave, si l'on veut, vers son axe, elle y sera ensuite convexe, & enfin redeviendra concave pour la seconde fois. Et il est bon de marquer dès-à-présent de quel ordre elle deviendra par cette seule supposition. Les quatre Sections Coniques, qui sont les seules Lignes du second ordre, ou Courbes du premier, & qui n'ont ni inflexion, ni rebroussement, ne peuvent être coupées par une droite qu'en deux points. Dès qu'une Courbe a une inflexion, elle peut être coupée en deux points dans son arc soit concave, soit convexe, & en un point dans l'autre arc. Par-là elle monte au second ordre des Courbes. Si elle a deux inflexions, il est visible qu'elle sera coupée en quatre points, & montera au quatrième ordre des Lignes, ou, ce qui est le même, au troisième des Courbes. Il ne s'agit ici que de Courbes de cet ordre.

Cette Courbe, qu'on a supposée à deux inflexions, & d'abord concave vers son axe, a un arc convexe posé entre les deux concaves. Le second de ces deux concaves remet la Courbe dans la même position générale où elle étoit par le premier, & si de plus ils étoient tels qu'une certaine étendue de la Courbe, où seroit compris l'arc convexe, étant supprimée, une portion restante du second arc concave pût être la continuation d'une portion du premier, il est certain que par cette suppression la Courbe perdrait ses deux inflexions, & toutes les marques de les avoir eûes, & n'auroit plus qu'un cours uniforme. Or l'Equation de la Courbe peut être telle que l'on y pourra faire cette suppression en égalant certaines grandeurs à Zero, & comme tout ce que l'Equation permet doit être admis, la Courbe aura donc pris alors un cours uniforme. Cependant elle n'aura pas perdu, ni n'aura pu perdre sa première nature selon laquelle elle avoit deux inflexions, & il faudra concevoir qu'elles se seront infiniment rapprochées, & seront devenues invisibles, faute d'avoir entre elles l'arc convexe qui les séparoit. La Courbe aura toujours les deux inflexions *en puissance*, pour ainsi dire, parce qu'elle aura réellement les deux points dont l'essence est de causer l'inflexion.

Pour concevoir cela encore plus distinctement, il faut se représenter les trois arcs, le concave, le convexe, & le second concave, tous trois dans leur première étendue naturelle. Si l'un des trois, le premier, par exemple, est coupé par une droite en deux points, comme un arc de Cercle par la corde, & que cette Sécante ait un mouvement par lequel elle s'approche toujours du sommet de l'arc en diminuant de grandeur au dedans de l'arc, les deux points d'intersection se rapprocheront toujours l'un de l'autre, & enfin deviendront infiniment proches; & comme ils auront toujours été sur une même droite, ils seront encore sur une droite infiniment petite dont ils détermineront la position, cette petite droite sera le côté infiniment petit de l'arc à son sommet, & la Sécante sera devenue par conséquent Tangente. Il est aisé d'imaginer que dans chacun des deux autres arcs supposés une Sécante sera pareillement devenue Tangente, & qu'ils auront chacun à leur sommet un petit côté qui sera partie de leur Tangente particulière.

Si l'on suppose présentement que les sommets ou les trois côtés que nous avons déterminés dans ces trois arcs, se rapprochent infiniment, & viennent se poser exactement bout à bout sur une même ligne droite, les deux inflexions sensibles qui se faisoient auparavant dans le passage du premier arc concave à la convexité, & du convexe à la concavité, ne paroîtront plus à l'œil, cependant puisque l'inflexion vient d'une position exacte de petits côtés de la Courbe en ligne droite, ce qui faisoit l'essence des deux inflexions sera conservé.

Il peut rester un scrupule. Une inflexion unique ou simple se fait par deux côtés exactement posés bout à bout en ligne droite, par conséquent il semble que deux inflexions infiniment rapprochées doivent se faire par quatre côtés, & nous n'en avons mis ici que trois. Mais il faut faire attention que puisque deux côtés font une inflexion, trois conditionnés de même ne peuvent pas n'en faire qu'une, & que par conséquent ils en font deux. Il seroit donc inutile qu'il y eût quatre côtés, & les deux inflexions étant infiniment rapprochées ou

le plus qu'il est possible, il n'y faut concevoir que ce qui est absolument nécessaire.

Quand la Courbe avoit ses deux inflexions distinctes & séparées par quelque intervalle, il est visible qu'elle serpenoit par rapport à une droite qui auroit coupé les trois arcs, c'étoit une espece de Caducée, mais la suppression de l'arc convexe posé entre les deux concaves, ayant fait disparaître ce *serpente-ment*, on ne laisse pas de concevoir ou qu'il se fait encore dans un espace infiniment petit, ou que du moins c'est là où est arrivé ce qui le fait disparaître, & M. de Maupertuis appelle point de *serpente-ment* ce point où se réunissent les deux inflexions devenues insensibles.

La Tangente de la Courbe en ce point a donc trois côtés communs avec la Courbe. Si elle n'en avoit qu'un de commun, & qu'elle fût simple Tangente, comme toutes celles des Sections Coniques, le point d'attouchement vaudroit deux points d'intersection, autant qu'il peut y avoir d'Ordonnées, qui répondent à un côté. Et comme à deux côtés répondent trois Ordonnées, & quatre à trois, l'attouchement au point de serpentement vaut donc quatre points d'intersection. Or la Courbe dont il s'agit ici étant Courbe du troisième ordre, ou Ligne du quatrième, une droite la peut rencontrer en quatre points, & non en un plus grand nombre. La Tangente au point de serpentement, qui à l'œil ne rencontre la Courbe qu'en un point, ne peut donc plus la rencontrer en aucun autre point, elle a épuisé toute la faculté, tout le droit qu'elle avoit, & de-là M. de Maupertuis tire cette Remarque générale, que si une droite qui auroit dû rencontrer une Courbe dans le nombre de points prescrit par l'ordre de la Courbe, ne le fait pas, il faut qu'elle passe par quelque point où se fasse une réunion, une confusion pareille à celle dont on vient de parler, au moyen de quoi elle satisfait à la Règle. Une Courbe qui paroîtra simple étant tracée sur le papier, on la reconnoîtra à cette marque pour composée.

La formule algébrique trouvée par M. de Maupertuis pour déterminer le point de serpentement, consiste à différentier

deux fois de suite la différence des Ordonnées, & voici une sorte de démonstration qu'on en peut donner sans calcul, & par la nature même de la chose. Dans la suppression qui se fait ici une portion finie de la Courbe devient infiniment petite, ou, ce qui est le même, les éléments ou petits côtés de cette portion, qui étoient du premier ordre d'infiniment petit, deviennent du second, les trois côtés qui font l'inflexion invisible sont donc, ou peuvent être censés de cet ordre, & c'est ce que les *Eléments de la Géométrie de l'Infini* ont marqué expressément qui pouvoit arriver dans l'inflexion & dans le Rebroussement. D'ailleurs il a été prouvé dans le même Livre que quand les côtés d'une Courbe baïssoient d'ordre, les autres grandeurs, qui doivent être du même ordre, comme les Différences des Ordonnées, en baïssoient pareillement. Or M. le Marquis de l'Hopital a démontré que pour avoir le point d'inflexion ou de Rebroussement il faut égaler à Zero ou à l'Infini la Différence seconde des Ordonnées. Cela est pour les Inflexions visibles & ordinaires. Mais ici où les côtés de la Courbe sont du second ordre, & par conséquent aussi les Différences premières des Ordonnées, la Différence seconde est du troisième, c'est-à-dire, que pour l'avoir il faut différentier deux fois de suite la Différence première, & operer sur cette nouvelle grandeur.

La Théorie des Inflexions invisibles bien conçûe conduit à celle des Rebroussements pareillement invisibles. Si une Courbe a deux rebroussements actuels consécutifs, tels qu'une certaine étendue de la Courbe, qui les comprendra, étant supprimée, la Courbe reprenne exactement la même direction de cours qu'elle avoit d'abord; & si l'Equation permet cette suppression, il faudra concevoir les deux points de rebroussement infiniment rapprochés, & comme un point de rebroussement, ce sont deux côtés de la Courbe exactement posés l'un sur l'autre, ou plutôt l'un à côté de l'autre; il y aura trois côtés consécutifs qui auront cette position; par la même raison que les deux inflexions n'en demandent que trois.

Mais

Mais il y a ici un cas qui mérite d'être plus expliqué, c'est celui où l'inflexion se complique avec le rebroussement. Dans les rebroussements les plus ordinaires, la branche rebrousante ne laisse pas de continuer son cours vers la même extrémité de l'axe, vers laquelle la première branche avoit pris le sien, seulement la Courbe, qui, par exemple, descendoit vers l'axe, remontera. Alors les convexités des deux branches se regardent l'une l'autre. Mais il peut arriver aussi que la branche rebrousante prenne son cours vers la même extrémité de l'axe d'où la première étoit partie, & que de plus la concavité de la branche rebrousante regarde la convexité de la première, qu'on suppose toujours avoit été concave vers l'axe. C'est dans ce second cas que se font les rebroussements que M. de l'Hôpital appelle de *la seconde sorte*, & nous allons faire voir qu'une inflexion s'y complique avec un rebroussement.

Que l'on conçoive une Courbe qui se contourne pour l'inflexion; si l'on veut que sa 2^{de} branche, qui sera convexe vers l'axe, & qui continuera son cours vers la même extrémité de l'axe que la 1^{re}, rebrousse vers l'autre extrémité sans souffrir aucun autre changement, il est aisé de voir qu'elle se posera de façon par rapport à la 1^{re} que par sa concavité elle en regardera la convexité. C'est l'inflexion qu'elle alloit subir, qui lui donne cette position, lorsqu'elle subit le rebroussement au lieu de l'inflexion. Or on se convaincra sans peine que cette idée n'est point applicable au 1^{er} cas de rebroussement, que, par exemple, la branche rebrousante & remontante, dont la convexité regarde la convexité de l'autre, ne pouvoit être destinée à subir l'inflexion, puisque sa concavité ou convexité étoit posée comme celle de la 1^{re} branche.

Il faut que ce point, où l'inflexion en puissance se complique avec le rebroussement actuel, porte le caractère de ces deux affections, & c'est ce qui se trouvera, si l'on conçoit que de la branche destinée à l'inflexion & rebrousante, les deux premiers côtés soient posés bout à bout en ligne droite, & qu'un 3^{me} côté se pose exactement sur le second des deux

premiers. Mais en voilà assés sur ces sortes de détails, peut-être trop recherchés, & qui peuvent ne toucher que médiocrement les Géometres, plus curieux du Calcul que de tout le reste. Ils pourront se contenter de sçavoir & de s'assûrer que la Formule trouvée par M. de Maupertuis s'étend à tous les cas qui ont été expliqués.

- V. les M. **N**ous renvoyons entièrement aux Mémoires
 P. 14. L'Écrit de M. de Lagny sur le Calcul des Angles des
 Triangles rectilignes & sphériques, &c.
 V. les M. Et celui du même sur l'usage des Polygones rectilignes
 P. 301. pour la mesure des Courbes, &c.



ASTRONOMIE.

SUR LE MOUVEMENT DIURNE DE LA TERRE,

OU SA ROTATION SUR SON AXE.

LE mouvement annuel du Soleil, & son mouvement diurne, dont les yeux de tous les hommes sont frappés, ne sont plus chés les Coperniciens, ou plutôt chés tous les Philosophes que de simples apparences, & la réalité de l'un & de l'autre mouvement appartient uniquement à la Terre, qui se meut autour du Soleil en un an, & sur son axe en un jour. Ces deux mouvements ont la même direction d'Occident en Orient, & cela est vrai non seulement de la Terre, mais de toutes les autres Planetes en qui l'on a observé les deux mouvements, ou plutôt le diurne seul, & de rotation sur un axe, car à l'égard du mouvement annuel, il est bien sûr qu'il est d'Occident en Orient pour toutes les Planetes, mais on ne connoît par observation le mouvement diurne ou de rotation que dans Jupiter, Mars & Venus, présomption presque sûre qu'il est aussi & du même sens dans Saturne & Mercure.

V. les M.
p. 41.

Le mouvement annuel de toutes les Planetes sans exception, toujours dirigé d'Occident en Orient, est une des plus fortes preuves des Tourbillons de Descartes. Rien n'est ni plus naturel, ni plus conforme à la raison exacte, que de concevoir que cette direction n'est commune à toutes les Planetes que parce qu'elle est celle d'un grand fluide qui tourne autour d'un centre, & qui les entraîne toutes. Nous l'avons déjà dit ailleurs. Qu'on anéantisse ce fluide, qu'on les

mette dans un grand Vuide, où l'on sera agir tant qu'on voudra les forces centrifuges ou centripètes, & les attractions, on ne trouvera plus aucun principe d'une direction commune aux mouvements annuels de toutes les Planètes, il leur sera permis d'aller les unes en un sens, les autres en un autre, les plus grandes contrariétés dans leur cours, une espece de Chaos, pourront être l'état naturel.

Le Tourbillon étant si légitimement admis, & son mouvement reconnu pour principe du mouvement annuel des Planètes, aussi-bien que la direction de ce mouvement du Tourbillon pour principe de la direction du mouvement annuel de toutes les Planètes, il faut trouver dans le même mouvement général du Tourbillon le principe & du mouvement diurne des Planètes & de sa direction, & cela est d'autant plus nécessaire que la direction du mouvement annuel des Planètes & du diurne est la même.

Quand une Planète tourne sur elle-même en un certain sens, comme d'Occident en Orient, ce n'est que son hémisphère supérieur par rapport au Soleil, ou au centre du Tourbillon, qui tourne en ce sens-là, l'inférieur tourne nécessairement en sens contraire, d'Orient en Occident. C'est donc l'hémisphère supérieur qui prend la direction du Tourbillon où la Planète nage, & par lequel elle est emportée, & par conséquent le Tourbillon agit plus sur cet hémisphère que sur l'inférieur, car s'il agissoit également sur les deux, il n'y auroit nulle cause de rotation. Cette idée s'offre d'abord à l'esprit, & d'habiles gens l'ont saisie, mais ils ne l'avoient pas assez examinée. Ils concevoient formellement, ou supposoient tacitement que le principe d'une plus grande action du Tourbillon sur l'hémisphère supérieur d'une Planète étoit une plus grande vitesse, & en effet où prendre un autre principe d'augmentation de force ? mais il se trouve précisément le contraire dans l'Astronomie Physique. La fameuse Règle de Képler, si bien avérée, démontre que dans le Tourbillon Solaire les vitesses des différentes couches du fluide vont en diminuant à mesure que ces couches sont plus éloignées du

Soleil. La couche qui frappe l'hémisphère supérieur d'une Planete a donc moins de vitesse que celle qui frappe l'inférieur. On n'a fait que de vains efforts pour se tirer de-là.

On pourroit supposer, & c'est une idée très-phisque, que les Plantes ne sont pas d'une matière uniforme, ni également distribuée autour de leur centre de figure. En ce cas là elles ont un centre de gravité différent de celui de figure, & comme par une loi de Mécanique le centre de gravité descend toujours où se place le plus bas qu'il est possible, lorsqu'une Planete est en équilibre, ainsi qu'il faut la concevoir dans le Tourbillon; ou plus précisément dans les couches du Tourbillon qui l'embrassent & l'emportent, son centre de gravité se place plus bas par rapport au Soleil que le centre de figure; car le Soleil est le centre de la pesanteur universelle du Tourbillon, & des Planetes qui en sont comme des parties. De-là il suit que si on tire par le centre du Soleil au centre de figure de la Planete une ligne, & à cette ligne une perpendiculaire qui passe par le centre de figure de la Planete, & y détermine deux hémisphères égaux, l'un supérieur par rapport au Soleil, l'autre inférieur, le supérieur se trouvera plus léger, puisqu'il sera tout entier au-dessus du centre de gravité. Il aura donc moins de masse, & par conséquent le fluide y fera plus d'impression, & le fera tourner plus aisément.

Tout cela est vrai, mais sans compter qu'il faudroit encore avoir égard à une moindre vitesse du fluide qui frappe l'hémisphère supérieur, il ne s'ensuit pas de-là tout ce qu'on voudroit. Il arrivera seulement que le fluide, qui aura poussé avec plus de force d'Occident en Orient l'hémisphère supérieur, lui donnera vers l'Orient une certaine inclinaison qu'il n'avoit pas, le centre de gravité ne sera plus, comme il étoit, dans la ligne tirée du centre du Soleil au centre de figure de la Planete, il en sortira un peu, & montera d'autant vers l'Occident, par conséquent la partie la plus pesante de la Planete montera aussi un peu vers l'Occident, & il s'en présentera une plus grande étendue au fluide qui vient de ce côté-là, jusqu'à ce qu'il ait perdu tout l'avantage qu'il avoit dans le premier

cas. Mais ces effets une fois produits, il n'y aura rien de plus; puisque tout sera en équilibre, la Planete ira dans sa nouvelle situation ou position par rapport à la couche où elle est, & conservera cette position, puisqu'aucune cause ne tend à l'en faire sortir. Elle ne tournera donc pas sur elle-même, il faudroit pour cela une cause dont l'action se renouvellât toujours, & qui ne fût, pour ainsi dire, jamais satisfaite.

Cependant M. de Mairan a crû pouvoir s'engager dans l'explication du mouvement diurne des Planetes. Il ne prétend donner que des conjectures, c'est bien assés en pareille matière que de conjecturer heureusement. Toutes ses idées roulent sur une application nouvelle d'un principe reçu aujourd'hui de tous les Philosophes, que tous les Corps qui pesent vers un point central, comme les corps terrestres vers le centre de la Terre, les Planetes vers le Soleil, pesent d'autant plus que le quarré de leur distance à ce point central est plus petit. Nous avons expliqué en 1720 *, d'après M. de Mairan même, pourquoi l'action de la Pesanteur varioit selon cette proportion.

* p. 77.
§ 78.

Cela posé, lorsqu'une Planete est en équilibre dans une couche du Tourbillon, son hémisphere supérieur par rapport au Soleil est moins pesant de cela seul qu'il est le supérieur, & le plus éloigné du Soleil; le fluide peut donc plus aisément emporter selon sa direction d'Occident en Orient cet hémisphere, qui résiste moins, & comme il ne sçauroit lui donner aucun mouvement sans en faire descendre une partie, & sans faire monter en même temps une partie égale de l'hémisphere qui étoit l'inférieur, il agit avec le même avantage contre cette nouvelle partie devenue moins pesante par sa seule position, & toujours ainsi de suite. Ce n'est plus ici le cas où deux hémispheres inégalement pesants l'étoient par leur nature & constamment, & où la Planete prenoit seulement une certaine inclinaison, & s'y tenoit sans tourner. Il faut qu'elle tourne quand les deux hémisphères ne sont inégalement pesants que par leur position seule, qui étant une fois changée par une première impulsion, ne peut plus que changer toujours

ensuite, parce que les différentes parties qui se succèdent se donnent toujours de main en main, pour ainsi dire, les unes aux autres, l'avantage ou le désavantage du plus ou moins de pesanteur.

Ce principe de rotation perpetuelle pourroit cependant être inutile, car d'un autre côté le fluide qui frappe l'hémisphère supérieur a certainement le désavantage d'avoir moins de vitesse. Il reste donc à calculer le pour & le contre, & les fondements du calcul sont que l'hémisphère supérieur est le moins pesant en même raison que le carré de la distance de l'inférieur au Soleil est moindre, que la vitesse du fluide à une distance quelconque du Soleil est en raison renversée de la racine carrée de cette distance, & que parce qu'il est fluide son impression sur un corps est comme le carré de sa vitesse. Sur cela M. de Mairan démontre d'une manière très-simple, qu'il reste de l'avantage au fluide contre l'hémisphère supérieur.

Cet avantage ne peut être fort considérable, parce que la différence de pesanteur des deux hémisphères en vertu de leur différente distance au Soleil ne peut être que petite, & d'autant plus petite que la distance de la Planete au Soleil sera plus grande, mais enfin en fait de forces un avantage en est toujours un, & ne peut manquer d'avoir son effet. Il faut même observer que l'avantage calculé par M. de Mairan n'est que celui de la première impulsion du fluide contre l'hémisphère supérieur, or parce que le fluide est toujours appliqué à la Planete, cette Planete peu ébranlée d'abord pour tourner, doit y être toujours déterminée de plus en plus & avec plus de vitesse par des chocs réitérés qui se succèdent, jusqu'à ce qu'enfin elle ait pris du fluide toute la vitesse de rotation qu'elle en peut recevoir. Il est même assez raisonnable de croire qu'une Planete a besoin d'un temps considérable pour prendre toute la vitesse de rotation, qui dans la suite demeurera constante.

Il est visible par tout ce qui a été dit, que selon la Théorie de M. de Mairan la vitesse de rotation dépend 1^o de l'inégalité de pesanteur plus ou moins grande dans les deux hémisphères de la Planete, 2^o de l'impression plus ou moins

forte du fluide. L'inégalité de pesanteur des deux hémisphères est plus ou moins grande selon la grandeur ou le diamètre de la Planete. L'impression du fluide est plus ou moins forte selon le quarré de sa vitesse, & sa vitesse est en raison renversée de la racine quarrée de la distance au Soleil, d'où il suit que la vitesse de rotation est d'autant plus grande que la Planete est plus grande, & moins éloignée du Soleil. Ainsi parce que le diamètre de Jupiter est plus de dix fois plus grand que celui de la Terre, & que Jupiter est cinq fois plus éloigné du Soleil, sa vitesse de rotation comparée à celle de la Terre doit être plus de 10 divisé par 5, c'est-à-dire qu'elle sera plus de deux fois plus grande, & en effet Jupiter tourne en 10 heures à peu près, & la Terre en 24.

On ne doit pas avoir de scrupule sur ce que la vitesse de rotation devoit varier aussi-bien que les distances de la Planete au Soleil qui varient toujours par l'excentricité des Orbites, ou leur figure Elliptique. Cela est vrai à la rigueur, mais on trouvera aisément par le calcul que la plus grande différence des distances ne produiroit qu'à peine une seconde de différence dans le temps de la rotation, du moins pour les rotations connües. De plus s'il faut du temps au fluide, comme nous l'avons dit, pour imprimer à la Planete avec une force supposée toujours égale une certaine vitesse de rotation, il lui faut du temps aussi pour causer l'accélération de cette vitesse, & le temps où il pourroit causer cette accélération est assez court par rapport à celui de la révolution annuelle, outre que dans ce temps-là même il agit toujours inégalement à cet égard, ne soutenant plus ou détruisant dans une partie de ce temps ce qu'il auroit fait dans l'autre. Ce sera la même chose renversée pour le retardement de la vitesse.

M. de Mairan ajoute une autre considération. La Terre a un Tourbillon particulier qui l'accompagne toujours dans le mouvement annuel que lui imprime autour du Soleil le Tourbillon général. Ce Tourbillon de la Terre a une grande étendue, puisqu'il va tout au moins jusqu'à la Lune qu'il renferme

renferme, éloignée de nous de près de 90000 lieues dans sa distance moyenne. Jupiter & Saturne, qui ont aussi des Lunes ou Satellites, ont de même des Tourbillons particuliers très-étendus, & l'analogie conduit très-fortement à croire que les Planètes qui n'ont point de Satellites ne laissent pas d'avoir des Tourbillons. Ces grands fluides tournent certainement autour de leurs Planètes dans le même sens qu'elles tournent elles-mêmes sur leurs centres, & s'accordent à leur mouvement de rotation. Ils ne peuvent s'y accorder sans l'entretenir & le préserver des variations, foibles d'ailleurs, qui lui pourroient survenir de la part des inégalités des mouvements annuels.

La Regle pour les vitesses de rotation trouvée par M. de Mairan, & si heureusement vérifiée dans Jupiter, devoit s'étendre aussi aux autres Planètes, soit celles dont on connoît les mouvements diurnes par observation, comme Mars & presentement Venus, soit celles dont on ne les connoît pas encore, comme Saturne & Mercure. Mais il est vrai que la Regle donneroit pour Mars une rotation plus lente que celle de $24^h\ 40'$, observée par feu M. Cassini, & pour Venus une beaucoup plus prompte que celle de 23 jours, observée depuis peu d'années par feu M. Bianchini. Ces écarts de la Regle viennent de ce qu'elle n'est que pour le cas le plus simple, & que ces cas-là sont toujours les plus rares.

On a supposé tacitement, & parce que cette idée est la plus naturelle, que le Tourbillon général ou Solaire est une grande Sphere fluide, qui se meut d'Occident en Orient; & que les Planètes, n'ayant encore aucun mouvement diurne ou sur elles-mêmes, sont posées dans l'Equateur de ce mouvement général & à différentes distances du Soleil. De ce qu'elles sont dans cet Equateur il s'ensuit qu'elles reçoivent du fluide la plus grande impression possible, & que quand elles viennent à tourner sur elles-mêmes, l'axe de leur rotation est perpendiculaire au plan de l'Equateur du Tourbillon général. Alors on connoît par la Regle de Képler les vitesses qui conviennent aux différentes distances des Planètes au

Soleil , & dans chacune d'elles , celui de ses diametres qui est dans le plan de l'Equateur du Tourbillon , est frappé avec toute la force du fluide. Voilà les deux Eléments de la Regle de M. de Mairan.

Mais outre qu'on ne sçait pas précisément quel est l'Equateur du Tourbillon général , à moins que ce ne soit le même que celui de la révolution du Soleil sur son axe en 25 jours 12 heures , connue par ses Taches , il est certain que les Orbites de toutes Planetes sont en des plans différents , & que par conséquent une seule au plus pourroit être dans l'Equateur du Tourbillon général , & il est beaucoup plus apparent qu'aucune n'y soit. Or la Regle de Képler ne donne les différentes vitesses que pour les différentes couches de cet Equateur , ou pour les Corps qui y sont plongés , ainsi que M. l'Abbé de Molicres l'a prouvé *. Mais il est vrai que les plans des Orbites des Planetes différents entre eux , le sont assez peu , qu'ils sont tous resserrés & renfermés dans une étendue de peu de largeur , qui comprend sans doute l'Equateur du Tourbillon général , d'où il ne leur est guère permis de s'écarter , & qu'il ne peut y avoir guère d'erreur à les supposer dans cet Equateur.

* V. l'Hist.
de 1728.
p. 102.
& 103.

Il n'en est pas de même de la grandeur de leurs diametres ; qui quoiqu'invariable en elle-même peut beaucoup varier par rapport à l'effet dont il s'agit. L'axe de la rotation doit naturellement être perpendiculaire au plan de l'Equateur du Tourbillon général , mais si , par quelque cause que ce soit , il ne peut l'être , si , par exemple , la matière propre qui compose la Planete est inégalement distribuée autour du centre de figure , ce qui lui donnera un centre de gravité différent du premier , la rotation se fera nécessairement autour du centre de gravité , & son axe s'inclinera au plan de l'Equateur du Tourbillon. Alors le diametre par lequel le fluide frappe la Planete , qui est toujours perpendiculaire à l'axe de rotation , & qui étoit frappé perpendiculairement par le courant du fluide , ne le sera plus qu'obliquement , & ce sera la même chose quant à l'effet que si ce diametre

demeurant toujours dans sa première situation supposée, étoit devenu réellement plus petit ; il donnera également moins de prise à l'action du fluide, & sera moins poussé. M. de Mairan donne la mesure géométrique & générale de cette diminution.

On peut supposer que le fluide, qui donne le mouvement de rotation à chaque Planete, se meut dans le plan de son Orbite, & alors si on connoît la position de l'axe de rotation d'une Planete sur son Orbite, on connoîtra celle qu'aura sur cette même Orbite le diametre plus ou moins frappé par le fluide, puisque ce diametre est toujours perpendiculaire à l'axe de rotation ; & comme la position la plus avantageuse de ce diametre par rapport à la rotation, est d'être dans le plan du fluide frappant, auquel cas l'axe de rotation est perpendiculaire à ce plan ou à l'Orbite, il suffira de sçavoir que cet axe est perpendiculaire à cet Orbite, pour en conclure que le diametre frappé d'où dépend la rotation, l'est avec la plus grande force possible, & de-là s'ensuivront tous les autres cas. Par exemple, l'axe de rotation de la Terre étant incliné de $23\frac{1}{2}$ degré sur le plan de l'Ecliptique, on verra que le diametre frappé ne l'est pas avec la plus grande force possible, qu'afin que cela fût il faudroit que l'axe de rotation perdit cette inclinaison qu'il a sur le plan de l'Ecliptique, & lui devînt perpendiculaire, & qu'alors la Terre tourneroit en moins de 24 heures.

Le cas de la moindre rotation possible seroit donc celui où l'axe de rotation seroit dans le plan de l'Orbite de la Planete. Alors la ligne tirée du centre du Soleil à celui de la Planete, & qui y détermine un hémisphere supérieur, & un inférieur par rapport au Soleil, étant toujours dans le plan de l'Orbite, se confondroit avec l'axe de rotation ; & comme l'hémisphere inférieur par rapport au Soleil est éclairé, & le supérieur obscur, si l'on voit tourner la Planete, on la verra tourner sur un axe dont une moitié fera dans l'hémisphere éclairé, & l'autre moitié dans l'obscur. Des observations singulières de M. Bianchini établiroient ce fait sur Venus,

& de-là viendrait son extrême lenteur de rotation conforme à la Théorie de M. de Mairan. Mais indépendamment d'une particularité si remarquable, qui peut-être n'est pas encore assez avérée, ou peut-être n'a pas toujours lieu dans le mouvement de Venus, on peut compter du moins avec M. Bianchini même, que l'axe de rotation de cette Planete n'est élevé que de 15 degrés sur son Orbite, & s'en est assez pour donner à sa rotation moins de vitesse que n'en a celle de la Terre. Du reste d'autres causes qui ne sont pas encore connues, & ne le seront peut-être jamais, peuvent se mêler avec celles que M. de Mairan ne fait même que conjecturer.

La rotation de Mars comparée à celle de la Terre étant au contraire trop prompte par rapport à son éloignement du Soleil plus grand, & à son diamètre considérablement plus petit que celui de la Terre, on a sujet de soupçonner que son axe de rotation approche beaucoup plus d'être perpendiculaire à son Orbite.

Ce soupçon est d'autant plus légitime, que Jupiter qui quadre si bien avec la Règle de M. de Mairan, où l'axe de rotation est supposé perpendiculaire à l'Orbite, a effectivement cet axe perpendiculaire à la sienne à 3 degrés près. C'est de cette position de son axe, que vient son Équinoxe presque perpétuel. Jupiter est la mieux connue de toutes les Planetes, & il est heureux que ce soit celle qui s'accorde le mieux avec le Système de M. de Mairan, car en tenant compte de cette position précise de l'axe, la rotation de Jupiter se trouve exactement telle qu'on l'a par observation.

Nous ne devons pas omettre une remarque de M. de Mairan, nouvelle, & du moins curieuse, par laquelle il prouve qu'indépendamment de l'inégalité de pesanteur des deux hémispheres d'une Planete elle doit tourner selon la direction du Tourbillon général. La grandeur du Tourbillon, qu'on a besoin de considérer ici, étant déterminée par la distance où la Planete est du Soleil, ou point central, si le Tourbillon est infini, les lignes par lesquelles il frappe un hémisphere de la Planete ne sont que des droites parallèles,

qui n'ont pas plus d'action sur la moitié supérieure du diamètre frappé que sur l'inférieure, ni sur l'inférieure que sur la supérieure, & par conséquent ne peuvent déterminer la Planete à tourner ni d'un sens ni de l'autre, mais seulement l'emportent selon leur courant. Si au contraire le Tourbillon est infiniment petit, c'est-à-dire, s'il est infiniment petit pour un Tourbillon, s'il ne fait qu'embrasser la Planete dont le diamètre sera égal au sien, & qui par un des points de sa circonférence touchera le point central, alors la Planete ne sera frappée que par des arcs circulaires, dont les directions obliques sur l'hémisphère de la Planete étant décomposées pour n'en prendre que ce qu'elles auront de perpendiculaire, on verra que les perpendiculaires, qui naîtront de cette décomposition, iront toutes frapper l'extrémité supérieure du diamètre exposé au fluide. La Planete tournera donc bien sûrement selon la direction du fluide, puisqu'elle n'en recevra d'impulsion que par sa partie supérieure. Donc dans tous les cas qui sont depuis celui-là jusqu'à celui du Tourbillon infini où elle ne recevrait pas plus d'impulsion par sa partie supérieure que par l'inférieure, il ne peut arriver autre chose, sinon que la Planete recevra toujours plus d'impulsion par sa partie supérieure, mais que ce plus sera toujours moindre à mesure que les Tourbillons seront plus grands; ou les Planetes plus éloignées du Soleil. Il paroît que ce principe de rotation pourroit tout au plus avoir lieu pour Mercure ou pour Venus, mais enfin il est bon de le connoître pour y avoir égard, si on en peut démêler quelque effet.

La Théorie générale de M. de Mairan suppose que l'inégalité de pesanteur des deux hémisphères ne vient que de leur différente distance au Soleil. Mais il peut y avoir une autre cause d'inégalité, & même telle qu'elle se rencontrera ordinairement. C'est le plus de masse dans un hémisphère, qui par-là sera spécifiquement plus pesant. Si cet hémisphère est le supérieur, & qu'il soit spécifiquement plus pesant dans la même raison qu'il est plus léger parce qu'il est le supérieur, le principe de rotation sera nul, & la Planete sera privée du mou-

vement diurne; & quand même on voudroit que la Planete eût été d'abord posée dans le fluide, de manière que son hémisphère spécifiquement plus pesant fût l'inférieur, auquel cas il est vrai que le supérieur seroit emporté par le fluide, il seroit vrai aussi que l'inférieur étant devenu le supérieur, la rotation s'arrêteroit là, & n'iroit pas plus loin. Mais ce cas n'est connu par observation dans aucune Planete principale.

Je dis *principale*, car la Lune ne nous paroît point avoir de rotation, & plusieurs Astronomes ont cru que réellement elle n'en avoit point. Feu M. Cassini l'a cru aussi du cinquième Satellite de Saturne *, ce qui depuis est devenu plus incertain *. Mais pour s'en tenir à la Lune il ne faudra pas, si elle n'a point de rotation, juger tout-à-fait d'elle comme d'une Planete principale. La pesanteur de la Terre, qui tourne autour du Soleil, se rapporte au Soleil, mais la pesanteur de la Lune, qui tourne autour de la Terre, se rapporte à la Terre, non qu'elle ne pèse aussi vers le Soleil, comme font toutes les parties du Tourbillon Solaire, mais à cause de son mouvement particulier, qui est de beaucoup le plus fort, on peut compter qu'elle ne pèse que vers la Terre. Elle y pèse donc à la manière des Corps terrestres. Si elle n'a point de rotation, c'est parce qu'elle a un hémisphère spécifiquement plus pesant, & cet hémisphère doit nécessairement être tourné vers la Terre. M. de Mairan remarque que Descartes & les premiers Cartésiens s'étoient trompés sur ce point à l'égard de la Lune. Il fait entrevoir que sa Théorie pourroit aller jusqu'à expliquer les Librations de cette Planete, mais ce seroit-là le sujet d'une plus ample discussion.

Si une Planete est en tout ou en partie couverte de Mers plus propres que des parties terrestres à obéir aux impressions de la pesanteur, il est certain que ces Mers, quand elles seront tournées vers le Soleil, seront aussi plus poussées de ce côté-là, & s'élèveront par rapport au centre de la Planete, tandis que les Mers du côté opposé s'abaisseront. Il est clair pareillement que l'Aphélie ou le Périhélie de la Planete mettront dans cet effet une variation proportionnée à la variation de distance au

* V. l'Hist.
de 1705.
p. 120. &
121.
* V. l'Hist.
de 1707.
p. 96. &
97.

Soleil. On voit bien qu'il s'agit là du Flux & du Reflux. Aussi les observations récentes, dont nous avons parlé plusieurs fois, marquent-elles toutes une correspondance de ce phénomène au Soleil, outre celle beaucoup plus connue & plus sensible qu'il a à la Lune.

On sçait que les Forces centrifuges des corps qui circulent, varient & selon leur pesanteur, & selon leur vitesse. Comme dans la Théorie de M. de Mairan un même point de la surface de la Terre change continuellement & de pesanteur selon qu'il est dans un hémisphère ou dans un autre par rapport au Soleil, & de vitesse selon que la Terre est plus ou moins éloignée du Soleil, la Force centrifuge devroit donc continuellement varier, & c'est ce qui ne s'observe point, même dans les cas les plus opposés. Mais M. de Mairan prouve par calcul, qu'aucune observation ne peut jamais attrapper cette variation, quoique réelle. Il est extrêmement vrai-semblable que tout varie, parce que tout est en mouvement, & que ce qui nous paroît le moins sujet à changer, ne le paroît que par la petitesse des changements. De meilleurs yeux que les nôtres ne verroient rien de durable, ni d'égal.

SUR LE SECOND SATELLITE DE JUPITER.

IL sera bon de se souvenir de ce qui a été dit en 1727 * V. les M.
 Sur le 1^{er} Satellite de Jupiter, il n'est pas possible que le P. 393.
 2^d, & le 1^{er} ne soient deux sujets extrêmement liés. Il s'agit * p. 108.
 de la Théorie des Immersions & des Emerisions du 2^d, après & suiv.
 celle de ces mêmes phénomènes du 1^{er}; on ne peut trop étendre la connoissance de ces phénomènes, non-seulement pour la perfection spéculative de l'Astronomie, soit simple, soit Physique, mais encore plus pour l'utilité pratique de la Géographie & de la Navigation.

Nous avons dit en 1727 d'où dépend la détermination de ces moments si précieux d'Immersion & d'Emerision d'un

Satellite, & qu'il est si avantageux de pouvoir prédire sûrement. Il y a à cet égard une différence considérable entre le 1^{er} & le 2^d Satellite de Jupiter; dans une même révolution du 1^{er} autour de Jupiter on ne peut voir que l'Immersion ou l'Émerfion, mais dans une même révolution du 2^d, on les voit toutes deux, en certains cas, quoique rares, ce qui vient de ce que le 2^d est plus éloigné de Jupiter que le 1^{er}, & dans l'éloignement convenable à cet effet. Cela même rendroit plus facile la connoissance, & le calcul des Éclipses du 2^d, mais elles ont d'ailleurs une difficulté particulière, qui est de très-grande conséquence.

Feu M. Cassini, qui en 18 ans d'abord, & ensuite en 43 avoit fait pour les 4 Satellites de Jupiter ce qu'on avoit fait à peine en 3000 ans pour la Lune Satellite de la Terre, avoit supposé que les Orbes de ces 4 Satellites étoient dans un même plan élevé de 2' 55" sur l'Orbe de Jupiter, & que ce plan coupoit toujours l'Orbe de Jupiter, ou avoit ses Nœuds fixes au 14° 30' du Lion & d'Aquarius. La grande finesse de ses observations ne lui a fait appercevoir aucune variation assés marquée sur ces deux points, mais il ne laissoit pas de soupçonner qu'avec le temps on en pourroit découvrir quelqu'une. Il y a toujours en effet un préjugé phisique contre la trop grande uniformité. Jusqu'à présent rien ne dément encore l'immobilité supposée des Nœuds des 4 Satellites, & leur position au même point du Zodiaque, mais il n'en est pas de même de l'inclinaison constante & égale des 4 Orbes subalternes sur l'Orbe de Jupiter, M. Cassini avoit conjecturé; mais sans pouvoir encore atteindre à aucune précision, que cette inclinaison n'étoit ni constante pour chacun, ni égale pour tous, & que même celle du 2^d Satellite étoit la plus variable en elle-même, & la plus différente des trois autres. C'est celle-là que M. Maraldi a étudiée par une longue suite d'observations, & de recherches, qui ont confirmé la conjecture de M. Cassini.

On sçait assés, & nous l'avons dit souvent dans les occasions pareilles, que l'inclinaison de l'Orbe d'un Satellite sur
l'Orbe

l'Orbe de la Planete principale, est un Elément nécessaire du calcul de l'Eclipse de ce Satellite, lorsqu'il tombe dans l'ombre de la Planete. S'il est alors dans le Nœud de son Orbe avec celui de la Planete, & par conséquent dans le plan de l'Orbe de la Planete, son centre se trouve dans l'axe du Cone d'ombre de la Planete, & il est couvert de cette ombre autant & aussi long-temps qu'il le peut être. S'il est à 90 degrés du Nœud, & par conséquent le plus élevé qu'il puisse être au-dessus du plan de l'Orbe de la Planete, & le plus éloigné de l'axe de l'ombre, il ne rencontrera que la moindre partie qu'il soit possible du Cone d'ombre, & il pourroit même ne le rencontrer point du tout, ainsi qu'il arrive souvent à la Lune; cela dépend du degré de son élévation sur le plan de l'Orbe principal. S'il a une Eclipsé, la plus petite & la plus courte Eclipsé est donc dans ce 2^d cas, supposé que dans l'un & l'autre la distance à la Planete ait toujours été la même. Il est évident que quelle que soit son inclinaison sur le plan de l'Orbe principal, ou, ce qui revient au même, son élévation sur ce plan, la durée d'une Eclipsé arrivée dans le Nœud est toujours égale, mais non pas celle d'une Eclipsé arrivée dans le plus grand éloignement du Nœud, celle-ci est toujours d'autant plus courte que l'élévation du Satellite sur le plan de l'Orbe principal est plus grande, puisqu'enfin cette élévation peut être telle qu'il n'y aura plus d'Eclipsé en ce point là. L'inégalité de la plus longue & de la plus courte Eclipsé est donc d'autant plus grande que le Satellite est plus élevé sur le plan de l'Orbe principal, & cette inégalité connue par observation fera un principe qui servira à donner l'élévation du Satellite; ou, ce qui est le même, l'angle d'inclinaison de son Orbe sur l'Orbe de la Planete principale.

Ce seroit un bonheur trop rare que d'avoir vû une Eclipsé du second Satellite de Jupiter précisément lorsqu'il étoit dans un de ses Nœuds, & une autre Eclipsé dans une autre révolution précisément lorsqu'il étoit à son plus grand éloignement d'un Nœud, ou qu'il avoit sa plus grande déclinaison à l'égard de Jupiter, ou sa plus grande élévation sur l'Orbe de Jupiter.

car ces trois expressions ne sont que la même chose. Encore dans ce cas si heureux, où l'on auroit eû immédiatement l'inégalité de la plus longue & de la plus courte Éclipse du second Satellite, on ne l'auroit eûe que telle qu'elle eût résulté de ces Éclipses vûës de la Terre, & ce n'est pas là l'inégalité réelle dont on a besoin, il faut celle de deux Éclipses vûës du Soleil, & on auroit été obligé de réduire les deux phénomènes à ce qu'ils auroient été par rapport au Soleil. Mais on ne s'est pas trouvé dans des termes si avantageux, & M. Maraldi n'a pû que choisir dans une longue suite d'observations du 2^d Satellite les deux Éclipses arrivées dans les points les plus approchant des points requis, l'une en 1691, l'autre en 1695; il a trouvé par des calculs astronomiques quelle eût été leur durée dans les points précis, ensuite quelle elle eût été vûë du Soleil, ou, ce qui revient au même, quelle devoit être pour ces phénomènes la position respective de ces trois Cercles; l'Orbe de la Terre, ou l'Écliptique, l'Orbe de Jupiter, & celui du 2^d Satellite, & il a enfin conclu que l'Orbe de ce Satellite étoit élevé sur celui de Jupiter de $4^{\circ} 33'$, c'est-à-dire, $1^{\circ} 30'$, de plus que selon la détermination de M. Cassini, & que les Orbes des autres Satellites.

Si le 2^d Satellite décrivoit une Ellipse autour de Jupiter, qui en seroit un foyer, il est certain que le mouvement de ce Satellite seroit réellement inégal, que cette inégalité allongeroit ou accourciroit les Éclipses, selon que le Satellite seroit dans des points de son Ellipse plus ou moins éloignés de Jupiter, & que ce principe d'une plus grande ou moindre durée se combineroit avec la position du Satellite par rapport à ses Nœuds, seul principe que M. Maraldi ait fait entrer dans sa recherche. Mais les observations n'ont jamais fait ni appercevoir ni soupçonner l'inégalité qui naîtroit du mouvement elliptique, & l'on est bien fondé à le supposer simplement circulaire.

M. Maraldi a supposé aussi conformément à toutes les observations, que les Nœuds des quatre Satellites étoient encore aux points déterminés par M. Cassini, & ne changeoient

point de place. Ainsi on peut compter que quand Jupiter est revenu à un même point du Zodiaque, une Éclipse d'un Satellite doit toujours de ce chef être de la même durée.

De tout cela il suit que si aux mêmes points du Zodiaque on trouve une variation sensible dans la durée des Éclipses du 2^d Satellite, la cause n'en peut être attribuée qu'à la variation de l'inclinaison de son Orbe sur celui de Jupiter. Or M. Maraldi fait voir par des comparaisons d'observations comprises dans l'espace de près de 60 ans, que la durée des Éclipses du 2^d Satellite a varié dans les circonstances requises, la plus longue a été de 2^h 38', & la plus courte de 2^h 13'. Mais les observations nécessaires n'ont pas été en assez grand nombre pour faire découvrir sûrement la marche de la variation, & les termes où elle est renfermée.

Ici il pourroit se présenter incidemment une apparence de difficulté. Nous avons dit en 1727 * que la plus longue Éclipse du 1^{er} Satellite de Jupiter pouvoit être de 2^h 15'. Le 2^d est plus éloigné de Jupiter, & plus élevé sur l'Orbe de Jupiter, & par ces deux raisons sa plus longue Éclipse doit être plus courte que la plus longue du 1^{er}, cependant elle peut être de 2^h 38'. Mais c'est que le 2^d Satellite a moins de vitesse réelle, parce qu'il est plus éloigné de Jupiter.

Comme M. Maraldi ne prétend pas donner pour absolument sûr ce qu'il n'a tiré qu'avec beaucoup de subtilité d'un petit nombre d'observations rares répandues dans un grand nombre d'années, il invite les Astronomes à observer avec soin les Éclipses du 2^d Satellite, soit pour vérifier, soit pour modifier ses conclusions. Les Éclipses nécessaires sont celles où l'on voit l'Immersion & l'Émerfion, & il marque quels sont les temps où, selon l'inclinaison qu'il donne à l'Orbe du Satellite, le lieu de Jupiter dans le Zodiaque sera tel que ces deux phénomènes puissent être vus. Si ces temps ne sont pas précisément ceux qu'il indique, il y aura quelque changement à faire dans son hypothèse de l'inclinaison du Satellite, mais quelle que soit cette inclinaison, il paroît assez établi qu'elle sera & différente de celle des autres Satellites, &

variable. On ne doit nullement desespérer de découvrir enfin les regles de cette variation.

A cet égard l'analogie manquera entre le 2^d Satellite de Jupiter & la Lune, dont l'inclinaison sur l'Orbe de la Terre ou l'Ecliptique est constante, du moins dans ses Conjonctions & Oppositions, au lieu que c'est justement dans ces mêmes cas que se trouve la variation d'inclinaison du Satellite.

Puisque les Nœuds des quatre Satellites avec l'Orbe de Jupiter sont fixes, c'est de plus un défaut d'analogie général entre tous les Satellites de Jupiter & la Lune, dont les Nœuds avec l'Ecliptique ont un mouvement très-sensible, qui leur fait parcourir toute l'Ecliptique en dix-huit ou dix-neuf ans. L'Astronomie Phisique qui n'est pas encore entrée dans ces détails particuliers, aura lieu de s'y exercer à mesure que les faits en seront plus sûrement connus.

SUR LA COMETE DE M. DCCXXIX.

V. les M.
p. 409.

* V. les
Histoires
de 1702.
p. 65. &
suiv. 2^{de}
Edit. de
1706.
p. 104.
& suiv.
de 1707.
p. 103.
& suiv.
de 1723.
p. 73. &
suiv.

IL a paru cette année une Comete, que le P. Sarabat Jésuite observa le premier en Languedoc le 31 Juillet. Le Siécle n'est encore guére avancé, & voilà fix Cometes que l'on y a vûës en 29 ans*. Il est vrai qu'elles n'ont pas fait de bruit dans le gros du monde, qui ne daigne pas penser à des Cometes; à moins que leur grandeur & des Queües ne les rendent fort remarquables, & qui ne s'en effrayeroit même plus en ce cas-là. Mais ces phénomènes réservés aux Astronomes sont toujours également importants pour eux, & ils ne peuvent devenir trop communs, pour servir l'impatience qu'on auroit d'en trouver le Système.

La Comete de cette année, observée d'abord par le P. Sarabat, étoit fort petite & à peine visible à la vûe simple. Elle étoit entré la Constellation du petit Cheval, & celle du Dauphin. Le clair de Lune la fit disparoître, mais elle reparut dans la pleine Lune, pendant l'Eclipse totale de cette Planete, qui arriva le 8 Août, & le P. Sarabat continua de

la voir les jours suivans. On n'apprit ces nouvelles à l'Observatoire que le 26 Août, & dès le jour même on la découvrit. Elle paroissoit à une Lunette de 16 pieds comme une petite Étoile nébuleuse environnée d'une chevelure, & le diametre du tout ensemble n'étoit qu'égal à celui de Jupiter vû avec la même Lunette. Sa lumière étoit si foible que celle dont on éclaire les fils du Micrometre l'effaçoit, & l'on verra le moyen que M. Cassini trouva pour remedier à cet inconvenient.

Elle alloit contre l'ordre des Signes, ou d'Orient en Occident, d'un mouvement qui se rallentissoit toujours, jusqu'à ce qu'elle parut stationnaire vers le 20 Octobre, après quoi son cours fut direct. Les observations de M. Cassini, dont nous rendons compte presentement, finissent au 10 Novembre. Le reste viendra dans l'année suivante.

Une circonstance remarquable est la longue durée de l'apparition d'une si petite Comete. Les autres de ce Siècle-ci, aussi grandes pour le moins, ont moins duré. Celle de 1723, qui a eu la plus longue apparition, ne l'a eûe que de 2 mois, & celle-ci a paru déjà près de $3\frac{1}{2}$ mois, à nous en tenir au 10 Novembre.

Encore une circonstance plus singulière, c'est celle du peu de diminution de grandeur & d'éclat pendant un si long cours. Le 10 Novembre sa lumière étoit encore sensible malgré le clair de la Lune, & si sensible, qu'on pouvoit la comparer à des Étoiles voisines. Il s'en faut beaucoup que les autres petites Cometes, & même la plupart des grandes, ne lui ressemblerent sur ce point.

On a vû en 1725 * comment M. Cassini réduisoit les Cometes qui se meuvent d'Orient en Occident, & même celles qui se meuvent du Midi au Septentrion, ou au contraire, à n'être cependant que des Planetes, qui comme toutes celles du Tourbillon Solaire ne se meuvent réellement que d'Occident en Orient, ce qui sauve une des fortes objections que l'on ait faites contre les Tourbillons de Descartes. Rien ne pouvoit être plus heureux pour cette Théorie que la

* p. 63.
& suiv.

Comete de cette année, car ayant paru d'abord se mouvoir d'Orient en Occident, & ensuite d'Occident en Orient, elle a été précisément dans le cas d'une Planete qui après avoir été rétrograde un certain temps redevient directe. Si la Comete n'avoit eu que le mouvement rétrograde pendant tout son cours visible, on pourroit croire qu'elle n'auroit que ce mouvement, & on l'a cru en effet de celles qui étoient dans ce cas, mais elle a eu les deux mouvements contraires, & par conséquent l'un des deux n'a été qu'apparent, & il est permis de supposer que c'étoit le rétrograde, pourvû que d'ailleurs tout s'accorde à cette idée.

Puisqu'elle a été rétrograde comme une Planete, elle a passé par l'opposition avec le Soleil, c'est-à-dire, que la Terre a été entre elle & le Soleil sur une ligne droite tirée par les centres de ces trois corps, d'où il suit déjà que la Comete est une Planete supérieure, placée au moins entre Mars & la Terre. Et parce qu'une Planete supérieure dans le temps de son opposition avec le Soleil est la plus proche de la Terre qu'elle puisse être, la Comete a été alors dans son Périégée. M. Cassini a jugé par la suite assez longue de ses observations, que cette opposition a dû arriver le 8 Août, temps où il n'observoit pas encore, mais auquel le fil des observations le conduit. Depuis le 8 Août le mouvement rétrograde s'est toujours ralenti, comme il devoit, jusqu'au 20 Octobre, où la Comete a été stationnaire, & ensuite directe. On soutient assez qu'avant le 8 Août il a dû y avoir une première station, ensuite une première rétrogradation d'une étendue & d'une durée pareille à la seconde, mais dont le mouvement augmentoit toujours jusqu'au jour de l'opposition, où il a été le plus grand qu'il étoit possible, mais de cette partie du cours on n'en a vû que la fin, puisque la découverte du P. Sarabat est du 3^r Juillet.

Par ce même fil d'observations, tel que M. Cassini l'a eu, il a jugé que le mouvement rétrograde de la Comete au temps de son opposition, étoit de 20 minutes de degré par jour. En comparant ce mouvement avec celui des Planetes

supérieures prises dans la même circonstance, & en supposant la Regle de Képler pour les distances des Planetes au Soleil, il trouve qu'au temps de l'opposition & du Périgée de la Comete elle a dû être trois fois plus éloignée du Soleil que de la Terre, & par conséquent au-dessus de Mars, dont la distance au Soleil n'est à celle de la Terre qu'à peu près comme 3 à 2. Elle étoit en même temps au-dessous de Jupiter.

Les Orbes Elliptiques des Planetes, dont le Soleil est un foyer commun, sont peu excentriques au Soleil, peu éloignés d'être des Cercles, dont il seroit le centre. Mais les Orbes des Cometes, qui, si elles sont des Planetes Solaires, sont aussi des Ellipses, dont le Soleil est un des foyers, ne peuvent être qu'extrêmement excentriques au Soleil, puisqu'il faut que les Cometes en soient extrêmement éloignées pour nous être invisibles pendant la plus grande partie de leur cours. Ainsi il faut concevoir que quand la Comete de cette année a été trois fois plus éloignée du Soleil que la Terre, & entre Mars & Jupiter, cet éloignement étoit fort petit par rapport à celui où elle est presque toujours, & on peut supposer qu'elle étoit alors au sommet de son Ellipse le plus proche du Soleil, ou dans son Périhélie aussi bien que dans son Périgée. L'autre sommet de l'Ellipse pouvoit être au-dessus de Saturne, si l'on veut, & beaucoup au-dessus.

Mais si au temps de l'opposition, le Périhélie & le Périgée concouroient ou n'étoient qu'un même point, le grand axe de l'Ellipse, qui passe par ses deux sommets, étant prolongé, passoit aussi par le centre de la Comete, par celui de la Terre, & par celui du Soleil. Cela étant conçu, on voit aisément que quand la Terre continue son cours sur son Orbe vers l'Orient & s'éloigne de la Comete, la Comete, réellement directe, continue aussi son cours suivant la même direction, & quoiqu'elles soient alors plus éloignées l'une de l'autre qu'elles n'étoient au moment de l'opposition, & qu'elles le soient même toujours ensuite de plus en plus, cependant cet éloignement augmente peu pendant un temps considérable, puisqu'il ne résulte que de la différence des deux mouvements

de même côté, qui est long-temps assés petite. De-là vient qu'on a vû si long-temps la Comete peu diminuée de grandeur & d'éclat, ce qui a pû causer d'abord de la surprise. Il n'est pas nécessaire pour ce phénomène que le Périhélie ait exactement concouru avec le Périgée, l'à peu près suffira, & il étoit peut-être inutile d'en avertir.

M. Cassini n'a pas encore déterminé l'inclinaison de l'Orbite de cette Comete sur l'Ecliptique, ni ses Nœuds, la Théorie de 1725, qu'il y eût appliquée, demandoit que cette Comete eût un plus grand mouvement que celui de $6\frac{1}{2}$ degrés, qui font tout l'espace qu'elle a parcouru pendant le temps de son apparition. Il semble enfin que le Système des Cometes avance, car il faut bien se garder de le compter pour fini, & le fût-il même, on auroit tort de le croire si-tôt.

SUR DES OBSERVATIONS ASTRONOMIQUES

FAITES EN AMERIQUE.

V. les M. **L'**ESPAGNE n'a pas eu beaucoup d'Astronomes, même p. 361. **L'**après avoir eu un Roi qui l'étoit. Mais l'Astronomie renaît aujourd'hui chés les Espagnols, & l'Académie a reçu des observations de trois Sçavans de cette Nation, tous trois établis en Amérique, Dom Juan de Herrera, Dom Pedro de Peralta Docteur en Droit, Controlleur des Comptes de l'Audience Royale, & Professeur Royal de la premiere Chaire de Mathématique dans l'Université de S. Marc, & le Bachelier Dom Marcos Antonio de Gamboa & Ryano, Médecin du S. Office, son Notaire, & Examineur des Livres. Ces observations ont été recüeillies par Dom Juan de Herrera & Sotomayor, Ingenieur des Armées du Roi d'Espagne, & Gouverneur du Château de Santa-Fé, qui a dédié le Recueil à l'Académie; il lui a été envoyé par M. de Nayarro Sous-Lieutenant de la Compagnie des Gardes de la Marine

Marine à Cadix, & Commandant d'un Vaisseau de S. M. Catholique. D. Juan de Herrera a observé à Carthagene, à Panama, à S^{te} Marthe, D. Pedro de Peralta à Lima, D. Marcos Antonio de Gamboa en différentes Villes de l'Isle de Cube. Ce sont des observations d'Eclipses de Lune, d'Immersions ou Emerisions du 1^{er} Satellite de Jupiter, de hauteurs Méridiennes du Soleil ou d'Etoiles fixes, de hauteurs de Pole. La plus ancienne est de 1709.

M. Cassini, qui les a examinées, & en a tiré tout ce qu'elles pouvoient donner par rapport aux Longitudes & aux Latitudes Géographiques, a trouvé qu'elles étoient faites avec beaucoup de justesse & de précision. Nous lui en laissons entièrement le détail, pour nous arrêter à quelques remarques, qui peuvent être d'une utilité générale en cette matière.

1.^o Quand une même Eclipse de Lune a été vûë à Paris, & en quelque lieu de l'Amérique, elle a toûjours paru d'une plus longue ou plus courte durée dans ce lieu qu'à Paris selon que l'Observateur a été différent, c'est-à-dire, que le même Observateur Espagnol a trouvé les Eclipses plus longues, & un autre plus courtes, qu'on ne les a trouvées à Paris. Cela vient de la différente manière de prendre le terme de l'ombre, l'un la juge finie quand un autre juge qu'elle dure encore, & tout Observateur se fait une habitude d'un certain point où l'ombre est finie pour lui. Les Astronomes de Paris se sont trouvés tenir le milieu entre les Espagnols. En comparant par rapport aux Longitudes des lieux les observations d'une même Eclipse faites en Amérique & à Paris, il ne faut donc pas prendre le commencement ni la fin de l'ombre, soit sur le disque entier de la Lune, soit sur ses Taches, parce que ce ne seroit pas précisément le même instant dans les deux lieux d'observation, il ne faut prendre que le milieu de toute l'Eclipse, qui sera sûrement au même instant de part & d'autre, de quelque manière qu'on ait jugé l'ombre.

2.^o Quand on compare les observations faites en deux différents lieux d'une même Immersion ou Emerision d'un Satellite de Jupiter, il faut avoir égard à la différente longueur des

Lunettes dont les deux Observateurs se seront servis. Avec une plus longue Lunette on voit l'Immersion plus tard, parce qu'on voit plus long-temps le Satellite qui paroît plus grand, & au contraire on voit l'Émerſion plutôt, & on n'auroit pas le même instant de part & d'autre. M. Caſſini a trouvé par expérience que d'une Lunette de 10 pieds à une de 16 la différence eſt de 30 ſecondes de temps, dont la plus longue Lunette voit le 1^{er} Satellite plutôt, ou le perd plus tard. On pourroit ſe régler ſur ce pied-là pour d'autres longueurs différentes.

3.^o Comme il a été rare qu'une même Immersion ou Émerſion fût obſervée en Amérique & à Paris, parce que la grande différence de longitude fait que le plus ſouvent au temps d'un de ces phénomènes il n'eſt pas nuit de part & d'autre, M. Caſſini a pris entre ceux qui avoient été obſervés à Paris les plus proches de ceux qui l'avoient été en Amérique, & par les temps écoulés entre eux, il a eû le temps où un phénomène qui n'avoit été vû que dans un lieu auroit dû l'être dans l'autre, ce qui donne pareillement la différence de Longitude des lieux.

Les comparaifons d'obſervations ſervent toujours infiniment ou à vérifier ou à rectifier les Tables des mouvements céleſtes, & l'Aſtronomie iroit bien plus vite ſi les Obſervateurs n'étoient pas auſſi clair-ſemés qu'ils le ſont ſur la Terre. Par rapport à ce petit nombre d'Hommes, qui ſçachent regarder le Ciel, les progrès de l'Aſtronomie ſont étonnans.

Nous renvoyons entièrement aux Mémoires

^a V. les M. Les Obſervations de l'Eclipſe totale Lunaire du 13
^b p. 1. Février, par M. Maraldi ^a, par M. Caſſini ^b, par M. Godin ^c,
 & par M. le Chevalier de Louville ^d.

^e p. 5.
^f p. 9.
^d p. 12. Celles de l'Eclipſe Lunaire totale du 8 Août, par M.
^e V. les M. Caſſini ^e & par M. Godin ^f.

p. 344.

^f p. 346.



M É C H A N I Q U E.

S U R L E S V O U T E S.

A PRÈS ce que M. Couplet a donné sur les Revêtements des Digues, Chaussées, &c. * il étoit naturel qu'il pensât aux Voûtes, dont la Théorie doit dépendre des mêmes principes de Méchanique; non que cette matière soit tout-à-fait aussi neuve que celle des Revêtements, elle a déjà été traitée par d'habiles Géometres, & nous en avons même parlé en 1704*, mais elle n'a été ni suffisamment approfondie, ni mise dans un affés grand jour, ni réduite à des principes, qui fissent une espece de Système dans la Méchanique de l'Architecture.

Nous supposons ce qui a été dit en 1704. Tous les Vouffoirs, qui composent une Voûte, sont des especes de Coins, dont chacun, à compter depuis la Clé de Voûte, est toujours plus incliné à l'horison que le précédent. Ils tendent tous à tomber, & il faut qu'aucun ne tombe; il faut de plus, afin que la Voûte soit la plus durable qu'il se puisse, qu'ils tendent tous avec une force égale à tomber, autrement l'endroit où il se trouveroit plus de cette force viendroit à s'abaisser peu-à-peu, & par conséquent élèveroit quelque endroit voisin, & toute la Voûte se démentiroit. De ce que chaque Vouffoir est plus incliné à l'horison, il suit qu'il est plus soutenu, & ne tend à tomber que par une moindre partie de sa pesanteur absolue, il est donc nécessaire pour l'équilibre des Vouffoirs que chacun ait une plus grande pesanteur absolue selon la même raison qu'il est plus incliné.

M. Couplet ne considère présentement les Vouffoirs que comme parfaitement polis, ce qui a été aussi sa première

V. les M.
P. 79.

* V. les
Histoires
de 1726.
p. 58.
& suiv.
de 1727.
p. 132.
& suiv. &
de 1728.
p. 103.
& suiv.

* P. 93.
& suiv.

hypothese dans sa recherche des Revêtements. Par-là les efforts naturels que les Voussoirs font pour tomber en vertu de leur pesanteur combinée avec la position, ne sont nullement altérés par l'engrènement mutuel de leurs parties entre eux, qui est un obstacle réel à leur chute, mais en quelque sorte étranger.

La Clé, dont le milieu est le même que celui de la Voûte, étant posée entre deux Voussoirs qu'elle touche de part & d'autre par ses deux surfaces inclinées à l'horison, tend à tomber par une ligne verticale, & elle ne peut avoir cette tendance sans pousser de part & d'autre & tendre à écarter d'elle les deux Voussoirs qu'elle touche; il suffira d'en considérer un. Son impulsion sur ce Voussoir ne peut être qu'une perpendiculaire tirée du centre de gravité de la Clé sur la surface du Voussoir. Cette ligne est en même temps la diagonale d'un parallelogramme dont les deux côtés seroient la tendance verticale de la Clé pour tomber, & un effort horizontal pour pousser le Voussoir ou l'écarter. Le Voussoir, qui est le 2^d de la Voûte, poussé par la Clé selon cette ligne, est en même temps tiré en embas par sa pesanteur selon une ligne verticale, parallele à celle par laquelle agit la pesanteur de la Clé, & de-là résulte à ce Voussoir un effort composé de ce dernier, qui est simple, & du premier qui étoit déjà composé, & c'est par cet effort résultant qu'il pousse le 3^{me} Voussoir, qui ayant une tendance verticale à tomber, parallele aux autres, ne pourra recevoir non plus qu'un effort composé, ce qui se continuera toujours ainsi jusqu'au dernier Voussoir.

On verra aisément que le 2^d Voussoir étant le moins incliné à l'horison, parce qu'il est le 2^d, l'effort composé de la Clé sur lui est presque horizontal, que de-là les efforts composés vont toujours en s'inclinant moins à l'horison, & en s'approchant de la position verticale, & qu'enfin si le dernier Voussoir étoit infiniment incliné à l'horison, ou horizontal, ou, pour parler plus précisément, avoit sa surface supérieure horizontale, l'effort composé qu'il recevroit seroit vertical. Il

pourroit sembler d'abord que cet effort ne tendroit donc qu'à affermir ce Vouffoir sur son piédroit, & que comme il résulte de tous les efforts précédents, toute la Voûte n'agiroit que verticalement sur le piédroit, & n'auroit nulle action horisontale, & par conséquent point de poussée, car la poussée n'est qu'horisontale. Mais il faut prendre garde qu'en ce cas-là le dernier Vouffoir qui n'auroit qu'une tendance verticale, & par l'hypothèse présente nul engrènement de ses parties avec les autres, n'auroit donc nulle force pour résister à ce que les efforts des Vouffoirs précédents ou supérieurs auroient d'horisontal, puisqu'un corps pesant n'apporte aucune résistance au mouvement horisontal. Il auroit besoin pour cela d'une pesanteur infinie, & telle devoit être celle du dernier Vouffoir; conclusion où nous étions déjà arrivés en 1704 par une autre voye. Le dernier Vouffoir glisseroit donc dans le cas proposé, & s'il ne glissoit pas, ce seroit un effet de l'engrènement qu'on a exclus quant à présent, mais qui se trouve toujours dans la réalité. Que si le dernier Vouffoir n'est pas horisontal, il est bien clair que son effort composé tiendra quelque chose de l'horisontal. Ainsi la Voûte aura toujours une poussée. L'équilibre de ses Vouffoirs ne va pas à l'empêcher d'en avoir une, mais à les empêcher d'y contribuer inégalement.

Cet équilibre demande, comme il a été dit, que leurs pesanteurs absolües soient croissantes depuis la Clé, 1^{er} Vouffoir. L'effort de la Clé contre le 2^d Vouffoir étant une perpendiculaire tirée du centre de gravité de la Clé sur sa surface, ou, ce qui est le même, sur le *joint* de ce Vouffoir, si l'on suppose qu'il faille une ligne égale à celle-là pour arriver de la surface de ce Vouffoir à son centre de gravité sur lequel se fera l'impression, & d'où partira l'effort composé de ce 2^d sur le 3^{me}, & si l'on suppose toujours ainsi de suite que la ligne par laquelle le centre de gravité d'un Vouffoir frappe la surface du suivant, soit égale à celle qui va de cette surface au centre de gravité de ce suivant, on verra sans peine qu'en vertu des positions nécessaires de ces lignes, l'intervalle du

joint d'un Vouffoir au joint du suivant augmentera toujours depuis la Clé, que par conséquent la surface des Vouffoirs augmentera toujours, & par conséquent aussi leur pesanteur absolue en même raison que la surface, si ce n'est que par ces surfaces qu'ils different entre eux, comme on a pû le supposer. M. Couplet démontre de plus que cette raison selon laquelle différeront leurs pesanteurs absolues, est celle qui est requise pour leur équilibre.

Mais si on veut que les intervalles des joints des Vouffoirs soient égaux, ce qui est plus agréable à la vûë, alors ce sont les longueurs des Vouffoirs qu'il faut augmenter, & M. Couplet en détermine la proportion. Si ces Vouffoirs inégalement longs sont posés de manière que par leurs extrémités inférieures ils fassent ou un demi-cercle ou un arc moindre, leurs extrémités supérieures seront certainement bien éloignées de pouvoir faire une Courbe semblable, elles ne feront aucune Courbe qui ait quelque régularité apparente, & suffisante seulement pour l'œil, à moins qu'on ne fasse les Vouffoirs peu épais, & qu'on n'en augmente par conséquent le nombre; il est visible, du moins pour les Géomètres, que s'ils étoient en nombre infini, & infiniment minces, ils feroient par ces extrémités supérieures, ou à l'*extrados* de la Voûte, une courbure régulière, qui viendrait de l'inégalité réglée de leurs longueurs toujours conduite par des degrés infiniment petits.

Si l'intrados de la Voûte est un demi-cercle entier, il sera aisé de voir que non-seulement la ligne de l'*extrados* formée par les longueurs inégales des Vouffoirs ne pourra être semblable ni parallèle à l'intrados, quelque peu épais qu'on fasse ces Vouffoirs, mais que ces deux lignes seront plus éloignées du parallélisme en approchant des deux piédroits & en s'y terminant, qu'elles ne l'étoient vers la Clé. De-là il suit que si la distance des deux piédroits étant toujours la même, l'intrados n'est plus un demi-cercle entier, mais un arc moindre, on aura supprimé les deux portions de l'intrados & de l'*extrados* les plus éloignées entre-elles du parallélisme, & que par conséquent les deux nouvelles lignes qui feront l'in-

trados & l'extrados approcheront davantage d'être parallèles. On sousentend assés que la Voûte étant toujours comprise entre les mêmes piédroits, son intrados qui devient un moindre arc, est arc d'un plus grand cercle, & que par cette supposition la Voûte s'abaisse nécessairement. En un mot plus la Voûte s'abaissera parce que son intrados deviendra toujours un moindre arc d'un plus grand cercle, plus les lignes de l'intrados & de l'extrados approcheront d'être parallèles; & enfin elles le seront dans le cas extrême, c'est-à-dire, quand la Voûte abaissée autant qu'elle le peut être, sera devenue absolument plate, ou, ce qui est le même, un arc infiniment petit d'un cercle infini; alors l'intrados & l'extrados ne sont que deux lignes droites, horizontales & parallèles.

Il est bon de remarquer que cette Voûte plate, & dont l'épaisseur est par tout égale, ne laisse pas d'être une véritable Voûte. Les surfaces de ses Voussoirs sont toujours inclinées à l'horison de plus en plus à compter depuis la Clé, & ce qu'elles ont de particulier, c'est que les suivantes sont plus inclinées par rapport aux précédentes, qu'elles n'eussent été dans toute autre Voûte circulaire. Cette augmentation d'inclinaison fait nécessairement augmenter les masses ou pesanteurs des Voussoirs, & elles n'ont qu'à augmenter selon la proportion requise pour l'Équilibre essentiel à toutes les Voûtes.

Puisque ce n'est que dans le cas de la Voûte absolument plate que l'intrados & l'extrados sont parallèles, il s'en faut beaucoup que l'on ne soit dans le cas de ce parallélisme; lorsqu'on donne à une Voûte circulaire un extrados rectiligne, ou plat, comme on fait assés souvent. Aussi est-il bien certain qu'alors les Voussoirs ne sont pas en équilibre, ainsi qu'on a toujours supposé ici qu'ils y devoient être, & si la Voûte ne laisse pas de se maintenir malgré nos Regles, c'est que ces Regles n'ont pas encore eû égard à l'engrènement des Voussoirs entre eux.

Il est impossible selon la Théorie présente, qu'une Voûte, qui aura son intrados circulaire, soit d'une épaisseur uniforme,

ses Vouffoirs toujours plus longs , parce qu'ils doivent être plus pesants , la rendront toujours plus épaisse depuis la Clé jusqu'au piédroit. Il faudroit pour l'uniformité d'épaisseur que les Vouffoirs pussent être également pesants , & alors on auroit pour l'intrados une autre Courbe qu'un arc de Cercle. Les Géomètres connoissent la Chaînette , Courbe qui se forme à l'œil même par une Corde lâche , dont les extrémités sont attachés à deux points fixes posés dans la même ligne horisontale. Toutes les parties de la Corde également pesantes , la tirent chacune en bas , & lui font prendre une certaine courbure dans son tout de la manière que nous avons expliquée en 1714 *. M. Couplet a pensé qu'une Voûte , qui auroit cette courbure , pourroit avoir par la nature de la Chaînette tous les Vouffoirs également pesants , & seroit par conséquent d'une épaisseur uniforme. La pratique sera extrêmement facile. Une Corde lâche , qui attachée par ses deux bouts au haut des deux piédroits descendra aussi bas que la Clé doit être élevée par rapport aux piédroits , prendra une courbure que l'on n'aura qu'à renverser de bas en haut , & appliquer à la Voûte.

* p. 127.

Il reste à parler de la poussée , de cet effort par lequel une Voûte , ou plutôt une demi-Voûte qu'il suffit de considérer , tend à renverser son piédroit , en le faisant tourner en dehors sur quelque point de sa base , qui seroit le centre ou le point d'appui du mouvement de renversement. La base du piédroit est indéterminée , parce qu'elle devra être plus ou moins grande , & par conséquent le piédroit plus ou moins pesant , selon l'effort qui agira contre lui. Sur la base indéterminée on peut , & il faut même , déterminer tel point qu'on voudra pour être le point sur lequel le piédroit seroit renversé.

Tout le poids de la demi - Voûte étant conçu réuni dans son centre de gravité , on tire de ce centre , qu'on trouve par des Regles connues , une perpendiculaire sur la surface supérieure du dernier Vouffoir , toute la demi-Voûte n'agit sur lui que par cette ligne. On la décompose en deux , l'une verticale , l'autre horisontale. Par la verticale la demi-Voûte ne

tend

tend qu'à affermir le piédroit sur sa base, par l'horizontale elle tend à le renverser. D'un autre côté le piédroit oppose à cet effort qui le renverseroit toute sa pesanteur, qui agit par une ligne verticale tirée de son centre de gravité sur sa base. Voilà donc deux actions ou lignes contraires, l'une ce que la demi-Voute a d'horizontal dans son effort, l'autre la résistance verticale du piédroit. De plus ces deux lignes ou actions rapportées chacune au point d'appui ou centre de mouvement qu'on a déterminé sur la base, ont chacune d'autant plus de force qu'elles en sont plus éloignées. On égale ces deux énergies, par-là la base qui étoit la seule grandeur indéterminée ne l'est plus, & on voit de quelle grandeur elle doit être, afin que la résistance du piédroit soit égale à la poussée de la demi-Voute.

Tout cela n'est que la suite des idées qui ont conduit M. Couplet dans sa recherche, il reste le travail, assés souvent long & pénible, de les exprimer par la Géométrie & par l'Algèbre, & de les unir, pour ainsi dire, à la matière. Nous ne pouvons toucher à cette partie de l'Ouvrage. En général le travail de bien prendre le fil des idées est le plus fin & le plus sujet aux méprises, l'autre est plus dur, & a plus de sûreté.

SUR LES MACHINES A REMONTER LES BATEAUX.

LA matière du Remontage de Bateaux s'éclaircit toujours. V. les M.
La concurrence de quelques personnes, qui ont proposé p. 253. &
à l'Académie différentes idées, accompagnées le plus souvent 385:
de l'exécution en grand, y a donné lieu, & nous allons rendre
compte de quelques Remarques de M. Pitot, qui sensible s'être
mis plus qu'un autre en possession de ce sujet *.

1.^o Le nombre des Aubes n'est pas arbitraire. Quand une
Aube est entièrement plongée dans l'eau, & qu'elle a la posi-
tion la plus avantageuse pour en être bien frappée, qui est
naturellement la perpendiculaire au fil de l'eau, il faut que
l'Aube qui la suit, & vient pour prendre sa place, ne fasse

Hist. 1729.

. L

* V. l'Hist.
de 1725.
p. 80. &
suiv.

alors qu'arriver à la surface de l'eau, & la toucher, car pour peu qu'elle y plongeât, elle déroberoit à la première Aube une quantité d'eau proportionnée, qui n'y feroit plus d'impression; & quoique cette quantité d'eau fit impression sur la 2^{de} Aube, celle qui seroit perdue pour la 1^{re} ne seroit pas remplacée par-là, car l'impression sur la 1^{re} eût été faite sous l'angle le plus favorable, & l'autre ne peut l'être que sous un angle qui le soit beaucoup moins. On doit donc faire en sorte qu'une Aube étant entièrement plongée dans l'eau, elle ne soit nullement couverte par la suivante, & il est visible que cela demande qu'elles ayent entre elles un certain intervalle, & comme il sera le même pour les autres, il en déterminera le nombre total.

Les Aubes, attachées chacune par son milieu à un rayon d'une Roïe qui tourne, ont deux dimensions, l'une parallèle, l'autre perpendiculaire à ce rayon. C'est la parallèle que M. Pitot appelle leur largeur, c'est par cette dimension qu'elles plongent, & c'est elle dont M. Pitot cherche la grandeur, en laissant ou en supposant l'autre dimension constante & connue. Si la largeur est égale au rayon de la Roïe, une Aube ne peut donc plonger entièrement que le centre de la Roïe, ou, ce qui est le même, de l'Arbre qui la porte, ne soit à la surface de l'eau; & il est nécessaire qu'une Aube étant plongée perpendiculairement au Courant, la suivante, qui ne doit nullement la couvrir, soit entièrement couchée sur la surface de l'eau, & par conséquent faite avec la 1^{re} un angle de 90 degrés, ce qui emporte qu'il ne peut y avoir que quatre Aubes. De-là il est aisé de conclurre, que si la largeur des Aubes est moindre que le rayon de la Roïe, comme elle l'est ordinairement, leur nombre sera d'autant plus grand que la largeur sera moindre. M. Pitot a trouvé par la Géométrie la Règle de ce rapport du nombre des Aubes aux largeurs, & en a dressé une petite Table, qui épargne les calculs.

2.^o Jusqu'à présent on avoit toujours mis les Aubes sur les rayons de la Roïe, dont par conséquent elles avoient la direction selon leur largeur. Un Machiniste leur a imaginé une

autre position, c'est de les mettre sur des Tangentes tirées à différents points de la circonférence de l'Arbre qui porte la Roïe, ce qui ne change rien à leur nombre. M. Pitot les appelle *Aubes en tangente*, au lieu que les autres sont *Aubes en rayon*. Elles se terminent les unes & les autres aux mêmes points de la circonférence de la Roïe, & on suppose que leurs deux dimensions soient les mêmes, sans quoi on ne les pourroit pas comparer exactement.

Tout cela posé, l'Aube en rayon & l'Aube en tangente entrent dans l'eau, & en sortent en même temps, & elles y décrivent par leur extrémité commune un arc circulaire, dont le point du milieu est la plus grande profondeur de l'eau jusqu'où une Aube puisse aller; on peut prendre cette profondeur égale à la largeur des Aubes. Si on conçoit que l'Aube en rayon arrive à la surface de l'eau, & par conséquent y est aussi inclinée qu'elle le puisse, l'Aube en tangente, qui y arrive aussi, y est nécessairement encore plus inclinée, & de-là vient que quand l'Aube en rayon est parvenue à être perpendiculaire à l'eau, l'Aube en tangente y est encore inclinée, & par conséquent en reçoit à cet égard, & en a toujours reçu jusque-là moins d'impression. Il est vrai que jusque-là une plus grande partie de l'Aube en tangente a été plongée, ce qui sembleroit pouvoir faire une compensation, mais M. Pitot démontre qu'au contraire cette plus grande partie plongée reçoit d'autant moins d'impression de l'eau qu'elle est plus grande par rapport à la partie plus petite de l'Aube en rayon plongée aussi, & cela à cause de la différence des angles d'inclinaison. L'avantage est donc jusque-là pour l'Aube en rayon. Ensuite l'Aube en tangente parvient à être perpendiculaire à l'eau, mais ce n'est qu'après l'Aube en rayon, le point du milieu de l'arc circulaire qu'elles décrivent est passé, l'Aube en rayon aura été entièrement plongée, & l'Aube en tangente ne le peut plus être qu'en partie, ce qui lui donne du désavantage dans ce cas-là même qui lui est le plus avantageux, & en voilà assez, sans suivre M. Pitot dans un plus grand détail,

84 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE
pour faire voir que l'Aube en rayon doit toujours avoir la
préférence.

3.^o On a pensé aussi à donner aux Aubes une disposition
encore plus singulière, celle des Aîles des Moulins à vent.
Ceux qui ont songé les premiers à employer l'eau pour prin-
cipe du mouvement d'une Machine, ont vû assés naturelle-
ment que s'ils faisoient plonger dans l'eau une surface exposée
directement à son cours, & qui en recevoit du mouvement,
une autre surface pareille, qui seroit dans l'air, & obligée à se
mouvoir en même tems que la première, causeroit à une
Roüe, dont toutes deux seroient partie, un mouvement de
circulation. S'ils avoient mis les deux surfaces dans l'eau, elle
eût fait sur toutes deux le même effort qui n'eût tendu qu'à
les renverser en même temps. Par cette raison ceux qui ont
employé l'air pour principe du même mouvement de circu-
lation, & qui ne pouvoient mettre les différentes surfaces que
dans l'air, ne les ont pas exposées directement au Vent, qui
n'eût tendu qu'à les renverser, mais leur ont fait prendre le
Vent obliquement, moyennant quoi elles tournent autour
d'un axe commun. Cependant il est très-certain que ce que
fait l'air, l'eau peut le faire, par conséquent les Aubes d'un
Moulin à eau peuvent être disposées comme les Aîles d'un
Moulin à vent, & cette disposition, quoique singulière, parce
qu'elle n'a pas encore été imaginée, est fort naturelle, à cause
de la grande analogie des deux Moteurs, & elle a bien mérité
que M. Pitot en fit un examen particulier.

Au lieu que dans la disposition ordinaire les Aubes sont
attachées à un Arbre perpendiculaire au fil de l'eau, ici elles
le sont à un Arbre parallèle à ce même fil, comme l'Arbre des
Aîles d'un Moulin à vent est dans la direction du vent. Et
parce qu'il est démontré que l'angle le plus avantageux sous
lequel ces Aîles puissent prendre le vent est celui de 54 *, il
faut supposer que les Aubes du Moulin à eau font ce même
angle avec le fil de l'eau.

L'impression de l'eau sur les Aubes disposées à l'ordinaire

* V. l'Hist.
de 1701.
P. 138.
2^{de} Edit.

est inégale d'un instant à l'autre. Sa plus grande force est dans l'instant où une Aube étant perpendiculaire au Courant, & entièrement plongée, la suivante veut entrer dans l'eau, & la précédente en sort, car alors l'Aube plongée, qui est entre ces deux, reçoit l'impression de l'eau dans toute sa surface, & à angles droits. Le cas opposé à celui-là est lorsque deux Aubes sont en même temps également plongées, ce qui emporte que ni l'une ni l'autre ne soit perpendiculaire au Courant, que l'une couvre entièrement l'autre, & que celle même qui est découverte ne reçoive l'impression de l'eau que dans une partie de sa surface, ce qui fait tout le désavantage possible. Depuis l'instant du 1^{er} cas jusqu'à l'instant du 2^d la force de l'impression de l'eau sur les Aubes diminue donc toujours, & il est clair que cela vient originairement de ce qu'une Aube, pendant tout le temps de son mouvement dans l'eau, y est toujours inégalement plongée. Mais cet inconvénient cesseroit à l'égard des Aubes disposées comme les Ailes du Moulin à vent, celles-ci étant toujours entièrement plongées dans l'air, les autres le seroient toujours aussi entièrement dans l'eau. On peut faire leur largeur égale au rayon de la Rouë, c'est-à-dire, que le centre de l'Arbre qui porteroit les Aubes, seroit toujours à fleur d'eau, au moyen de quoi on auroit de grandes surfaces toujours également frappées. L'égalité d'impression & de mouvement est d'un grand prix dans les Machines.

Celle-ci, qui est précisément dans le cas des Moulins à vent, doit être examinée par les mêmes principes, & nous les avons déjà exposés assés au long d'après M. Pitot en 1727 *. Il faut faire les deux décompositions de mouvement, dont il a été parlé, en supposant que l'Aube posée de la nouvelle manière, a été frappée sous l'angle de 54. De-là résultent dans la 2^de décomposition deux forces, l'une parallèle, l'autre perpendiculaire au fil de l'eau, dont M. Pitot donne les expressions algébriques. C'est la perpendiculaire seule qu'on peut employer. Cette force étant appliquée à une Aube nouvelle, qu'on suppose égale en surface à une Aube, posée selon l'ancienne manière, de l'une des deux Machines qu'on

* p. 132
& suiv.

a vûës depuis peu executées en grand sur la Seine, il se trouve que l'Aube nouvelle, qui reçoit une impression constante, en reçoit une un peu moindre que ne feroit l'Aube ancienne dans le cas même, où, selon ce que nous venons de dire, elle en reçoit le moins.

4°. M. Pitot ôte encore aux Aubes nouvelles un avantage, qui sembleroit leur devoir appartenir. Quand on dit, comme nous avons fait en 1725, que la plus grande vîtesse que puisse prendre une Aube ou Aîle mue par un fluide, est le tiers de la vîtesse de ce fluide, il faut entendre que cette vîtesse réduite au tiers, est uniquement celle du *centre d'impulsion ou d'impression*, c'est-à-dire, d'un point de la surface de l'Aube, où l'on conçoit que se réunit toute l'impression que le fluide fait sur elle. Si le courant fait 3 pieds en 1 Seconde, ce centre d'impression fera 1 pied en 1 Seconde, & comme il est nécessairement placé sur le rayon de la Roüe, il y aura un point de ce rayon, qui aura cette vîtesse de 1 pied en 1 Seconde. Si ce point étoit l'extrémité du rayon, qui feroit, par exemple, de 10 pieds, auquel cas il seroit un point d'une circonférence de 60 pieds, il ne pourroit parcourir 60 pieds, ou, ce qui est le même, la Roüe qui porte les Aubes ne pourroit faire un tour qu'en 60 Secondes ou 1 Minute. Mais si ce même centre d'impression étoit posé sur son rayon à 1 pied de distance du centre de la Roüe & de l'Arbre, il parcourroit une circonférence de 6 pieds, ou feroit un tour en 6 Secondes, & par conséquent la circonférence de la Roüe feroit aussi son tour dans le même temps; & auroit une vîtesse dix fois plus grande que dans le 1^{er} cas. Donc moins le centre d'impression est éloigné du centre de la Roüe, plus la Roüe tourne vite, ce qui est un avantage.

Quand une surface parallelogrammique, mue par un fluide, tourne autour d'un axe immobile, auquel elle est suspendue, son centre d'impression est à compter depuis l'axe aux deux tiers de la ligne qui la divise en deux selon sa hauteur. Si la Roüe a 10 pieds de rayon, l'Aube nouvelle, qui est entièrement plongée dans l'eau, & dont la largeur

ou hauteur est égale au rayon, a donc son centre d'impression environ à 6 pieds du centre de la Roüe. Il s'en faut beaucoup que la largeur ou hauteur des Aubes anciennes ne soit égale au rayon, & par conséquent leur centre d'impression est toujours plus éloigné du centre de la Roüe, & cette Roüe ne peut tourner que plus lentement.

Cela est vrai, mais M. Pitot remarque que cet avantage est détruit par une compensation précisément égale. Dans le mouvement circulaire de l'Aube le point immobile ou point d'appui est le centre de la Roüe, & plus le centre d'impression, auquel toute la force est appliquée, est éloigné de ce point d'appui, plus la force agit avantageusement, parce qu'elle agit par un plus long bras de levier. Ainsi quand une moindre distance du centre d'impression au centre de la Roüe fait tourner la Roüe plus vite, & fait gagner du temps, elle fait perdre du côté de la force appliquée moins avantageusement, & cela en même raison, d'où il suit en cette matière que la position du centre d'impression est indifférente. La proposition énoncée en général eût été fort étrange, & on peut apprendre par beaucoup d'exemples à ne pas rejeter les Paradoxes sur leur première apparence.

SUR LES TOURBILLONS CÉLESTES.

M. L'Abbé de Molières continue le dessein, dont nous V. les M.
avons commencé à rendre compte en 1728 *, de p. 235.
conserver à la Phisique les Tourbillons de Descartes, vive- * p. 97.
ment attaqués par les formidables objections de M. Neuton, & suiv.
& de sa nombreuse Secte. Voici une des plus fortes.

Si les Tourbillons existent, ce sont certainement de grands fluides d'une figure Elliptique, dont les différenes couches circulent autour d'un des Foyers de l'Ellipse avec différentes vîteses, qui sont entre elles, selon la Regle de Képler, en raison renversée des racines quarrées de leurs distances au Foyer. Si l'on conçoit un Cercle décrit du Foyer comme

centre, sur un rayon qui soit la distance de ce Foyer au sommet de l'Ellipse le plus proche, il est certain que tous les Globules de chaque couche circulaire circuleront en même temps, mais que ceux d'une couche comparés à ceux d'une autre circuleront avec des vîtesses différentes selon la Regle de Képler. Ce Cercle supposé, qui touchera l'Ellipse par sa partie la plus proche du Foyer, ou inférieure, ne peut que laisser beaucoup de vuide dans la partie supérieure, où il ne s'étendra point, & comme les Globules de cette partie supérieure sont en beaucoup plus grand nombre que ceux de la partie inférieure, il est impossible qu'ils passent tous en même temps dans cette inférieure, ainsi qu'ils y sont obligés par la circulation, à moins qu'ils n'y passent avec une vîtesse plus grande que celle qu'auroient eüe les Globules des couches circulaires. Mais la vîtesse de ceux-ci auroit suivi la Regle de Képler, la vîtesse des autres ne peut donc pas suivre cette Regle, puisqu'elle est plus grande, & par conséquent la Regle de Képler ne s'observera pas dans des Ellipses, ce qui contredit le fait le plus constant de toute l'Astronomie Phisique, reçu par les Cartésiens, comme par tous les autres Philosophes.

Ce raisonnement suppose ce que Descartes lui-même a supposé, & ce qu'on suppose naturellement, que les Globules, qui composent ces grands fluides de matière céleste, sont durs, & en effet on ne peut les concevoir que comme des Corps d'une petitesse extrême, & presque infinie, ce qui emporte la dureté, car la mollesse n'appartient qu'à des assemblages de parties mal liées.

L'objection qu'on vient de rapporter cesseroit, si les Globules, en passant de la partie supérieure de l'Ellipse dans l'inférieure, pouvoient diminuer de volume, ils passeroient alors en plus grand nombre sans prendre une plus grande vîtesse; mais cette idée paroîtroit trop forcée, pour être recevable, & elle le seroit d'autant moins qu'il faudroit une diminution de volume faite dans des proportions bien exactes, & faite par degrés successifs, après quoi il faudroit retrouver une augmentation dans les mêmes proportions, & conduite par
les

les mêmes degrés, & cela sans fin, ce qui ne paroît guère possible.

Cependant c'est-là la pensée de M. l'Abbé de Molières ; & une pensée qu'il rend très-probable, & même très-géométrique. Il adopte les petits Tourbillons du P. Malbranche, que nous avons expliqués en 1715 *. Ce que Descartes a imaginé comme des Globules durs, ce sont autant de Tourbillons presque infiniment petits, dont la matière circule autour d'un centre commun. Ils ont une force centrifuge, aussi bien que les plus grands Tourbillons, tels que celui de tout le Système Solaire, & ils l'ont presque infiniment plus grande, puisqu'elle est toujours le quarré de la vitesse, divisé par le rayon de la Sphere du Tourbillon, & que le rayon de la Sphere de ces petits Tourbillons est presque infiniment petit, car une grandeur finie étant divisée par une infiniment petite, le quotient de la division est infini. On entend assés que les petits Tourbillons, qui au lieu des Globules composent les grands Tourbillons, ont, comme auroient eu les Globules, une vitesse de circulation déterminée par celle des grands.

Un Tourbillon quelconque tend toujours par sa force centrifuge à s'étendre, à augmenter sa Sphere, & si deux Tourbillons, qui se touchent, ont des forces centrifuges inégales, le plus fort s'étendra & s'aggrandira aux dépens du plus foible, c'est-à-dire, qu'il prendra quelque portion de la matière, qui avoit appartenu à l'autre. D'un autre côté il y a plus de force centrifuge dans la partie inférieure du grand Tourbillon Elliptique que dans la supérieure, & cela selon les degrés de la vitesse, toujours proportionnée aux distances du foyer, par rapport auquel se fait la circulation. Si l'on conçoit donc qu'un petit Tourbillon passe de la partie inférieure du grand dans la supérieure, il passe d'un lieu où il y a plus de force centrifuge dans un lieu où il y en a moins, il rencontre toujours d'autres petits Tourbillons qui en ont moins que lui, & par conséquent il s'aggrandit à leurs dépens, jusqu'à ce qu'enfin s'étant aggrandi autant qu'il est possible, il perde tout ce qu'il avoit acquis en repassant de la partie supérieure de

* p. 109.
& 110.

l'Ellipse dans l'inférieure. Cela suffit pour faire entendre comment la grandeur des petits Tourbillons se proportionne naturellement, selon tous les degrés requis, aux espaces par où ils doivent passer, sans qu'il soit besoin d'un changement de vitesse, qui troubleroit la Règle établie.

Il est vrai que quand les petits Tourbillons passent de la partie supérieure dans l'inférieure en diminuant de volume, ils n'en peuvent diminuer sans chasser hors de leur Sphère, sans exprimer de la matière, qui ne tourbillonnera plus, du moins pour un temps, & cela est d'autant plus nécessaire, que dans le Système Cartésien tout étant plein, la partie supérieure de l'Ellipse plus grande que l'inférieure, doit contenir plus de matière. Aussi M. de Molières en convient-il, il admet un fassément & ressassément continuel de cette matière chassée par quelques petits Tourbillons, reprise ensuite par d'autres, & il infinie qu'on en pourra faire quelques usages dans la Théorie de la Phisique. Il paroît en général qu'on ne sçauroit attribuer trop de mouvement, trop de vie à toute la Nature.

On a fait à M. l'Abbé de Molières une difficulté considérable. On conçoit dans le Système Cartésien que les grands Tourbillons, qui ont des Étoiles fixes pour centres ou pour foyers, tournent en des sens différents les uns des autres, & souvent contraires, nôtre Tourbillon Solaire, par exemple, qui tourne d'Occident en Orient, en touchera d'autres qui tourneront d'Orient en Occident. Il en doit être de même de ces Tourbillons si petits qui composent les grands, & plus ils sont petits, plus il y en doit avoir qui tournent en sens contraires les uns par rapport aux autres. Or quand un d'entre eux, qui doit s'aggrandir aux dépens d'un autre qu'il rencontre, se rencontre tournant en sens contraire au sien, il est impossible que la matière qui doit passer du foible dans le fort, ne commence du moins par perdre tout le mouvement qu'elle avoit, puisqu'il faut qu'elle se meuve ensuite dans une direction toute opposée à la première. Ces pertes de mouvement qui ne peuvent être que très-fréquentes, & ne sont ni ne

peuvent être réparées, doivent faire bien-tôt une grande somme, qui grossira toujours, & le mouvement du grand Tourbillon total s'affoiblira continuellement & sensiblement.

A cela M. l'Abbé de Molières répond que quand un petit Tourbillon s'aggrandit, c'est en vertu de la force centrifuge, dont la direction est du centre à la circonférence, que cette direction n'étant point absolument contraire à celle qu'on a supposée dans la rotation d'un 2^d Tourbillon rencontré par le 1^{er}, les particules du 2^d exposées au choc ne prendront qu'un mouvement composé de la direction de ce choc & de leur première direction, que ce mouvement composé se fera selon une Courbe, & qu'elles ne rebrousseront, parce qu'enfin il faut qu'elles rebroussent, que selon cette Courbe; tout cela pourroit être prouvé géométriquement. Il y aura encore certainement une perte de vitesse, mais feu M. Varignon a démontré * que les pertes de vitesse faites dans des mouve-

* V. l'Hist.
de 1704.
p. 104.
& suiv.

Cette année M. de la Condamine a présenté à l'Académie un Ecrit contenant la description & l'usage d'une Machine qui donne le moyen d'exécuter sur le Tour toutes sortes de contours réguliers & irréguliers, avec un examen de la nature de toutes les Courbes qui se peuvent tracer sur un plan par le moyen du Tour. On a trouvé que cette matière devenoit presque absolument neuve entre les mains de l'Auteur, & beaucoup plus féconde qu'on ne l'avoit crû jusqu'ici, qu'il l'a traitée avec ordre, & en Mécanicien Géomètre.

Nous renvoyons entièrement aux Mémoires
L'Ecrit de M. le Chevalier de Louville sur les Mou-
vements variés, & l'estimation des Forces.

V. les M.
p. 154.

*MACHINES OU INVENTIONS
APPROUVEES PAR L'ACADEMIE
EN M. DCCXXIX.*

I.

UN Soufflet de M. Terral pour les Fourneaux à Fondries, les Forges, &c. Quoiqu'il ait rapport à un Portevent décrit par Agricola, à une Machine à vanner le Bled dont on se sert en quelques Provinces, & à quelques autres Machines décrites par différents Auteurs, on a crû qu'il pouvoit être regardé comme nouveau, parce qu'on ne se sert point actuellement de Soufflet construit sur ce principe. Il est simple, & peut être fort utile.

II.

Un Métal jaune de M. Renty, dont l'alliage concilie affés juste la ductilité avec la belle couleur d'Or, qui n'est pas cependant au-dessus de celle de quelques autres essais de Tombac, qui ont été présentés à l'Académie.

III.

Un Étain allié de M. Boutet, qui est plus dur, & plus sonnant, sans perdre la blancheur qu'il a en sortant de la Mine. On l'a trouvé aussi beau, & même plus sonnant & plus blanc que ce qu'on avoit vû en ce genre.



E L O G E

DU P. SEBASTIEN TRUCHET, CARME.

J E A N T R U C H E T nâquit à Lyon en 1657 d'un Marchand fort homme de bien, dont la mort le laissa encore très-jeune entre les mains d'une Mere pieuse aussi, qui le chérissoit tendrement, & ne négligea rien pour son éducation. Dès l'âge de 17 ans il entra dans l'Ordre des Carmes, & prit le nom de Sébastien, car cet Ordre est de ceux où l'on porte le renoncement au monde jusqu'à changer son nom de Batême. Il n'a été connu que sous celui de Frere ou de Pere Sébastien, & il le choisit par affection pour sa Mere, qui se nommoit Sébastiane.

Ceux qui ont quelque talent singulier peuvent l'ignorer quelque temps, & ils en sont d'ordinaire avertis par quelque petit événement, par quelque hasard favorable. Un homme destiné à être un grand Mécanicien ne pouvoit être placé par le hasard de la naissance dans un lieu où il en fût ni plus promptement, ni mieux averti qu'à Lyon. Là étoit le fameux Cabinet de M. de Serviére, Gentilhomme d'une ancienne noblesse, qui après avoir long-temps servi, mais peu utilement pour sa fortune, parce qu'il n'avoit songé qu'à bien servir, s'étoit retiré couvert de blessures, & avoit employé son loisir à imaginer & à exécuter lui-même un grand nombre d'Ouvrages de Tour nouveaux, de différentes Horloges, de Modèles d'Inventions propres pour la Guerre, ou pour les Arts. Il n'y avoit rien de plus célèbre en France que ce Cabinet, rien que les Voyageurs & les Etrangers eussent été plus honteux de n'avoir pas vû. Ce fut là que le P. Sébastien s'aperçut de son génie pour la Mécanique. La plupart des Pièces de M. de Serviére étoient des Enigmes, dont il s'étoit réservé le secret, le jeune homme devinoit la construction, le jeu, l'artifice, & sans doute l'Au-

teur étoit mieux loüé par celui qui devinoit, & dès-là sentoît le prix de l'invention, que par une foule d'admirateurs, qui ne devinant rien ne sentoient que leur ignorance, ou tout au plus la surprise d'une nouveauté.

Les Supérieurs du P. Sébastien l'envoyèrent à Paris au Collège Royal des Carmes de la Place Maubert, pour y faire ses études en Philosophie & en Théologie. Il n'y eut guère que la Physique, qui fût de son goût, toute Scholastique qu'elle étoit, toute inutile, toute dénuée de pratique, mais enfin elle avoit quelque rapport éloigné aux Machines. Il leur donnoit tout le temps que ses devoirs laissoient en sa disposition, & peut-être sans s'en appercevoir leur en abandonnoit-il quelque petite partie que les autres études eussent pû réclamer. Le moyen que le devoir & le plaisir fassent entre eux des partages si justes?

Charles II. Roi d'Angleterre avoit envoyé au feu Roi deux Montres à répétition, les premières qu'on ait vûes en France. Elles ne pouvoient s'ouvrir que par un secret, précaution des Ouvriers Anglois pour cacher la nouvelle construction, & s'en assurer d'autant plus la gloire & le profit. Les Montres se dérangèrent, & furent remises entre les mains de M. Martineau Horloger du Roi, qui n'y put travailler faute de les sçavoir ouvrir. Il dît à M. Colbert, & c'est un trait de courage digne d'être remarqué, qu'il ne connoissoit qu'un jeune Carme capable d'ouvrir les Montres, que s'il n'y réussissoit pas il falloit se résoudre à les renvoyer en Angleterre. M. Colbert consentit qu'il les donnât au P. Sébastien, qui les ouvrit assés promptement, & de plus les raccommoda sans sçavoir qu'elles étoient au Roi, ni combien étoit important par ses circonstances l'ouvrage dont on l'avoit chargé. Il étoit déjà habile en Horlogerie, & ne demandoit que des occasions de s'y exercer. Quelque temps après il vient de la part de M. Colbert un ordre au P. Sébastien de le venir trouver à sept heures du matin d'un jour marqué, nulle explication sur le motif de cet ordre, un silence qui pouvoit causer quelque terreur. Le P. Sébastien ne manque pas à l'heure, il se présente interdit & tremblant, le Ministre accompagné de deux Membres de

cette Académie, dont M. Mariotte étoit l'un, le joûe sur les Montres, & lui apprend pour qui il a travaillé, l'exhorte à suivre son grand talent pour les Méchaniques, sur-tout à étudier les Hydrauliques, qui devenoient nécessaires à la magnificence du Roi, lui recommande de travailler sous les yeux de ces deux Académiciens, qui le dirigeront, & pour l'animer davantage, & parler plus dignement en Ministre, il lui donne 600 livres de pension, dont la première année selon la coutume de ce temps-là lui est payée le même jour. Il n'avoit alors que 19 ans, & de quel désir de bien faire dût-il être enflammé ! Les Princes ou les Ministres qui ne trouvent pas des hommes en tout genre, ou ne savent pas qu'il faut des hommes, ou n'ont pas l'art d'en trouver.

Le P. Sébastien s'appliqua à la Géométrie absolument nécessaire pour la Théorie de la Méchanique. Que le génie le plus heureux pour une certaine adresse d'exécution, pour l'invention même, ne se flate pas d'être en droit d'ignorer & de mépriser les principes de Théorie, qui ne sauroient que trop bien s'en vanger. Mais après cela le Géometre a encore beaucoup à apprendre pour être un vrai Méchanicien, il faut que la connoissance des différentes pratiques des Arts, & cela est presque immense, lui fournisse dans les occasions des idées, & des expédients, il faut qu'il soit instruit des qualités des Métaux, des Bois, des Cordes, des Ressorts, enfin de toute la *matière machinale*, si l'on peut inventer cette expression à l'exemple de *matière médicinale*, il faut que de tout ce qu'il emploiera dans ses ouvrages, il en connoisse assez la nature pour n'être pas trompé par des accidents Physiques imprévûs, qui déconcerteroient les entreprises. Le P. Sébastien, loin de rien négliger de ce qui lui pouvoit être utile par rapport aux Machines, alloit jusqu'au superflu, s'il y en peut avoir, il étudioit l'Anatomie, il travailloit assidûement en Chimie dans le Laboratoire de M. Homberg, ou plutôt dans celui de feu M. le Duc d'Orleans, dont le commerce étoit si flatteur par sa bonté naturelle, & l'approbation si précieuse par ses grandes lumières.

Selon l'ordre que le P. Sébastien avoit reçu d'abord de

M. Colbert de s'attacher aux Hydrauliques, il posséda à fonds la construction des Pompes, & la conduite des Eaux. Il a eu part à quelques Aqueducs de Versailles, & il ne s'est guère fait ou projeté en France pendant sa vie de grands Canaux de communication de Rivières, pour lesquels on n'ait du moins pris ses conseils. Et l'on ne doit pas seulement lui tenir compte de ce qui a été exécuté sur ses vûes, mais encore de ce qu'il a empêché qui ne le fût sur des vûes fausses; quoiqu'il ne reste aucune trace de cette sorte de mérite. En général le travail d'esprit, que demandent ces entreprises, est assés ingrat, c'est un bonheur rare que le projet le mieux pensé vienne à son entier accomplissement, une infinité d'inconvénients & d'obstacles étrangers se jettent à la traverse. Nous commençons à sentir depuis un temps combien sont avantageuses les communications de Rivières, & cependant nous aurons bien de la peine à faire dans l'étendue de la France, ce que les Chinois, moins instruits que nous en Méchanique, & qui ne connoissent pas l'usage des Ecluses, ont fait dans l'étendue de leur Etat presque cinq fois plus grande.

La pratique des Arts, quoique formée par une longue expérience, n'est pas toujours aussi parfaite à beaucoup près qu'on le pense communément. Le P. Sébastien a travaillé à un grand nombre de Modèles pour différentes Manufactures, par exemple, pour les proportions des Filières des Tireurs d'Or de Lyon, pour le blanchissage des Toiles à Senlis, pour les Machines des Monnoyes de France, travaux peu brillants, & qui laissent périr en moins de rien le nom des Inventeurs, mais par cet endroit-là même réservés aux bons Citoyens.

Sur la réputation du P. Sébastien, M. Gunterfield Gentilhomme Suédois vint à Paris lui redemander, pour ainsi dire, ses deux mains qu'un coup de Canon lui avoit emportées, il ne lui restoit que deux Moignons au-dessus du Coude. Il s'agissoit de faire deux mains artificielles, qui n'auroient pour principe de leur mouvement que celui de ces Moignons, distribué par des fils à des Doigts qui seroient
flexibles.

flexibles. On assure que l'Officier Suédois fut renvoyé au P. Sébastien par les plus habiles Anglois, peu accoutumés cependant à reconnoître aucune supériorité dans notre Nation. Une entreprise si difficile, & dont le succès ne pouvoit être qu'une espece de miracle, n'effraya pas tout-à-fait le P. Sébastien. Il alla même si loin qu'il osa exposer ici aux yeux de l'Académie & du Public *ses études*, c'est-à-dire, ses essais, ses tentatives, & différens morceaux déjà exécutés, qui devoient entrer dans le dessein général. Mais feu Monsieur eut alors besoin de lui pour le Canal d'Orléans, & l'interrompit dans un travail qu'il abandonna peut-être sans beaucoup de regret. En partant il remit le tout entre les mains d'un Méchanicien, dont il estimoit le génie, & qu'il connoissoit propre à suivre ou à rectifier ses vûes. C'est M. du Quet dont l'Académie a approuvé différentes inventions. Celui-ci mit la main artificielle en état de se porter au Chapeau de l'Officier Suédois, de l'ôter de dessus sa tête, & de l'y remettre. Mais cet Etranger ne pût faire un assés long séjour à Paris, & se résolut à une privation, dont il avoit pris peu à peu l'habitude. Après tout cependant on avoit trouvé de nouveaux artifices, & passé les bornes, où l'on se croyoit renfermé. Peut-être se trompera-t'on plutôt en se défiant trop de l'industrie humaine, qu'en s'y fiant trop.

Feu M. le Duc de Lorraine étant à Paris *incognito*, fit l'honneur au P. Sébastien de l'aller trouver dans son Couvent, & il vit avec beaucoup de plaisir le Cabinet curieux qu'il s'étoit fait. Dès qu'il fut de retour dans ses États, où il vouloit entreprendre différens ouvrages, il le demanda à M. le Duc d'Orléans Regent du Royaume, qui accorda avec joye au Prince son Beaufrere un homme qu'il aimoit, & dont il étoit bien-aise de favoriser la gloire. Son voyage en Lorraine, la reception & l'accueil qu'on lui fit, renouvelerent presque ce que l'Histoire Grecque raconte sur quelques Poètes ou Philosophes célèbres, qui allerent dans des Cours. Les Sçavants doivent d'autant plus s'intéresser à ces

fortes d'honneurs rendus à leurs pareils, qu'ils en font aujourd'hui plus d'acoustumés.

Le feu Czar Pierre le Grand honora aussi le P. Sébastien d'une visite, qui dura trois heures. Ce Monarque né dans une barbarie si épaisse, & avec tant de génie, créateur d'un peuple nouveau, ne pouvoit se rassasier de voir dans le Cabinet de cet habile homme tant de modèles de Machines, ou inventées ou perfectionnées par lui, tant d'ouvrages, dont ceux qui n'étoient pas recommandables par une grande utilité, l'étoient au moins par une extrême industrie. Après la longue application que ce Prince donna à cette espece d'étude, il voulut boire, & ordonna au P. Sébastien, qui s'en défendit le plus qu'il put, de boire après lui dans le même Verre, où il versa lui-même le Vin, lui à qui le despotisme le plus absolu auroit pû persuader que le commun des hommes n'étoit pas de la même nature qu'un Empereur de Russie. On peut même penser qu'il fit naître exprès une occasion de mettre le P. Sébastien de niveau avec lui.

Ceux d'entre les Seigneurs François, qui ont eu du goût & de l'intelligence pour les Mécaniques, ont voulu être en liaison particulière avec un homme qui les possédoit si bien. Il a imaginé pour M. le Duc de Noailles, lorsqu'il faisoit la guerre en Catalogne, de nouveaux Canons, qui se porteroient plus aisément sur les Montagnes, & se chargeoient avec moins de poudre, & il a fait des Mémoires pour M. le Duc de Chaune sur un Canal de Picardie. Il a été appelé pour cette partie aux études des trois Enfants de France, petits-fils du feu Roi, & il a souvent travaillé pour le Roi même. C'est lui qui a inventé la Machine à transporter de gros Arbres tous entiers sans les endommager, de sorte que du jour au lendemain Marli changeoit de face, & étoit orné de longues Allées arrivées de la veille.

Ses Tableaux mouvants ont été encore un des ornements de Marli, il les fit sur ce qu'on en avoit exposé de cette espece au Public, & que le feu Roi lui demanda s'il en feroit

bien de pareils. Il s'y engagea, & enchérit beaucoup sur cette merveille dans deux Tableaux qu'il présenta à S. M.

Le premier, que le Roi appella son petit Opera, changeoit cinq fois de décoration à un coup de sifflet, car ces Tableaux avoient aussi la propriété d'être résonnans ou sonores. Une petite boule, qui étoit au bas de la bordure, & que l'on tiroit un peu, donnoit le coup de sifflet, & mettoit tout en mouvement, parce que tout étoit réduit à un seul principe. Les cinq Actes du petit Opera étoient représentés par des figures, qu'on pouvoit regarder comme les vrais Pantomimes des Anciens, elles ne joioient que par leurs mouvements, ou leurs gestes, qui exprimoient les sujets dont il s'agissoit. Cet Opera recommençoit quatre fois de suite sans qu'il fût besoin de remonter les Ressorts, & si on vouloit arrêter le cours d'une représentation à quelque instant que ce fût, on le pouvoit par le moyen d'une petite Détente cachée dans la bordure, on avoit aussi-tôt un Tableau ordinaire & fixe, & si on retouchoit la petite boule, tout reprenoit où il avoit fini. Ce Tableau long de 16 pouces 6 lignes sans la bordure, & haut de 13 pouces 4 lignes, n'avoit que 1 pouce 3 lignes d'épaisseur pour renfermer toutes les Machines. Quand on les voyoit desassemblées, on étoit effrayé de leur nombre prodigieux, & de leur extrême délicatesse. Quelle avoit dû être la difficulté de les travailler toutes dans la précision nécessaire, & de lier ensemble une longue suite de mouvements, tous dépendants d'instruments si minces & si fragiles ! N'étoit-ce pas imiter d'affés près le Méchanisme de la Nature dans les Animaux, dont une des plus surprenantes merveilles est le peu d'espace qu'occupent un grand nombre de Machines ou d'Organes, qui produisent de grands effets ?

Le second Tableau, plus grand, & encore plus ingénieux, représentoit un Païsage où tout étoit animé. Une rivière y couloit, des Tritons, des Sirenes, des Dauphins nageoient de temps en temps dans une Mer qui bornoit l'horison, on chassoit, on pêchoit, des Soldats alloient monter la garde dans une Citadelle élevée sur une montagne, des Vaisseaux

arrivoient dans un Port, & falüoient de leur Canon la Ville, le P. Sébastien lui-même étoit-là qui sortoit d'une Eglise pour aller remercier le Roi d'une grace nouvellement obtenüe, car le Roi y passoit en chassant avec sa suite. Cette grace étoit 40 pièces de marbre qu'il donnoit aux Carmes de la Place Maubert pour leur grand Autel. On diroit que le P. Sébastien eût voulu rendre vrai-semblable le fameux Bouclier d'Achille pris à la lettre, ou ces Statües à qui Vulcain sçavoit donner du mouvement, & même de l'intelligence.

En même temps que le Roi donna à l'Académie le Règlement de 1699, il nomma le P. Sébastien pour un des Honoraires. Son titre ne l'obligeoit à aucun travail réglé, & d'ailleurs il étoit fort occupé au dehors, cependant outre quelques ouvrages qu'il nous a donnés, comme son élégante Machine du Siftème de Galilée pour les Corps pesants, ses Combinaisons des Carreaux mi-partis, qui ont excité d'autres Sçavants à cette recherche, il a été souvent employé par l'Académie à l'examen des Machines, qu'on ne lui apporte qu'en trop grand nombre. Il en faisoit très-promptement l'analyse & le calcul, & même sans analyse & sans calcul il auroit pû s'en fier au coup d'œil, qui en tout genre n'appartient qu'aux maîtres, & non pas même à tous. Ses critiques n'étoient pas seulement accompagnées de toute la douceur nécessaire, mais encore d'instruction & de vûes qu'il donnoit volontiers, il n'étoit point jaloux de garder pour lui seul ce qui faisoit sa supériorité.

Les dernières années de sa vie se sont passées dans des infirmités continuelles, & enfin il mourut le 5 Fév. 1729.

Il arrive quelquefois que des talents médiocres, de foibles connoissances, que l'on ne compteroit pour rien dans des personnes obligées par leur état à en avoir du moins de cette espece, brillent beaucoup dans ceux que leur état n'y oblige pas, ces talents, ces connoissances font fortune par n'être pas à leur place ordinaire, mais le P. Sébastien n'en a pas été plus estimé comme Mécanicien ou comme Ingénieur, parce qu'il étoit Religieux; quand il ne l'eût pas été;

sa réputation n'y auroit rien perdu. Son mérite personnel en a même paru davantage, car quoique fort répandu au dehors, presque incessamment dissipé, il a toujours été un très-bon Religieux, très-fidelle à ses devoirs, extrêmement desintéressé, doux, modeste, & selon l'expression dont se servit feu M. le Prince en parlant de lui au Roi, *aussi simple que ses Machines*. Il conserva toujours dans la dernière rigueur tout l'extérieur convenable à son habit, il ne prit rien de cet air que donne le grand commerce du monde, & que le monde ne manque pas de desapprouver & de railler dans ceux même à qui il l'a donné, quand ils ne sont pas faits pour l'avoir. Et comment eût-il manqué aux bienfaisances d'un habit, qu'il n'a jamais voulu quitter, quoique des personnes puissantes lui offrisseient de l'en défaire par leur crédit, en se servant de ces moyens que l'on a sçû rendre légitimes? Il ne prêta point l'oreille à des propositions qui en auroient apparemment tenté beaucoup d'autres, & il préféra la contrainte & la pauvreté où il vivoit à une liberté & à des commodités qui eussent inquiété sa délicatesse de conscience.



E' L O G E
D E M. B I A N C H I N I.

FRANÇOIS BIANCHINI nâquit à Vérone le 13 Decembre 1662 de Gaspar Bianchini , & de Cornelia Vailletti.

Il embrassa l'état Ecclésiastique , & l'on pourroit croire que des vûes de fortune plus sensées encore & mieux fondées en Italie que par-tout ailleurs , l'y déterminèrent , s'il n'avoit donné dans tout le cours de sa vie des preuves d'une sincere piété. Il fut reçu Docteur en Théologie , mais il ne se contenta pas des connoissances qu'exige ce Grade , il voulut posséder à fond toute la belle Littérature , & non-seulement les Livres écrits dans les Langues sçavantes , mais aussi les Médailles , les Inscriptions , les Bas-reliefs , tous les précieux restes de l'Antiquité , Trésors assez communs en Italie pour prouver encore aujourd'hui son ancienne domination.

Après avoir amassé des richesses de ce genre presque prodigieuses , il forma le dessein d'une Histoire Universelle , conduite depuis la Création du Monde jusqu'à nos jours , tant Profane qu'Ecclésiastique , mais l'une de ces parties toujours séparée de l'autre , & séparée avec tant de scrupule qu'il s'étoit fait une loi de n'employer jamais dans la Profane rien de ce qui n'étoit connu que par l'Ecclésiastique. La Chronologie ou de simples Annales sont trop sèches , ce ne sont que des parties de l'Histoire , mises véritablement à leur place , mais sans liaison , & isolées. *Un air de Musique* , c'est lui-même qui parle , *est sans comparaison plus aisé à retenir , que le même nombre de Notes , qui se suivroient sans faire un chant.* D'un autre côté l'Histoire , qui n'est pas continuellement appuyée sur la Chronologie , n'a pas une marche assez réglée , ni assez ferme. Il vouloit que la suite des Temps & celle des Faits se

dévelopassent toutes deux ensemble avec cet agrément que produisent, même aux yeux, la disposition industrieuse, & la mutuelle dépendance des parties d'un Corps organisé.

Il avoit imaginé une division des Temps facile, & commode, 40 Siècles depuis la Création jusqu'à Auguste, 16 Siècles d'Auguste à Charles V, chacun de ces 16 Siècles partagé en cinq Vingtaines d'années, de sorte que dans les huit premiers, de même dans les huit derniers, il y a 40 de ces Vingtaines comme 40 Siècles dans la 1^{re} division, régularité de nombres favorable à la mémoire; au milieu des 16 Siècles comptés depuis Auguste se trouve justement Charlemagne, Epoque des plus illustres. Le hasard sembloit s'être souvent trouvé d'accord avec les intentions de M. Bianchini. Il avoit imaginé de plus de mettre à la tête de chaque Siècle de la Quarantaine par où il ouvroit ce grand Théâtre, & ensuite à la tête de chaque Vingtaine d'années, la représentation de quelque Monument qui eût rapport aux principaux événements qu'on alloit voir, c'étoit la décoration particulière de chaque Scène, non pas un ornement inutile, mais une instruction sensible donnée aux yeux & à l'imagination par tout ce qui nous reste de plus rare & de plus curieux.

Il publia en 1697 la première partie de ce grand dessein. Elle devoit contenir les 40 premiers Siècles de l'Histoire profane, mais il se trouva que le Volume auroit été d'une grosseur difforme, & il n'y entra que 32 Siècles, qui finissent à la ruine du grand Empire d'Assirie. Le titre est *La Istoria Universale provata con Monumenti, & figurata con Simboli de gli Antichi*. M. Bianchini occupé d'autres travaux qui sont survenus n'a point donné de suite, mais cette partie n'est pas seulement suffisante pour donner une haute idée de tout l'ouvrage, elle en est le morceau qui eût été le plus considérable par la difficulté & l'obscurité des matières à éclaircir; là précisément où elle se termine, le jour alloit commencer à paroître, & à conduire les pas de l'Historien.

Si d'un grand Palais ruiné, on en trouvoit tous les débris confusément dispersés dans l'étendue d'un vaste terrain, &

qu'on fût sûr qu'il n'en manquât aucun, ce feroit un prodigieux travail de les rassembler tous, ou du moins, fans les rassembler, de se faire, en les considérant, une idée juste de toute la structure de ce Palais. Mais s'il manquoit des débris, le travail d'imaginer cette structure feroit plus grand, & d'autant plus grand qu'il manqueroit plus de débris, & il seroit fort possible que l'on se fit de cet Edifice différents plans, qui n'auroient presque rien de commun entre eux. Tel est l'état où se trouve pour nous l'Histoire des temps les plus anciens. Une infinité d'Auteurs ont péri, ceux qui nous restent ne sont que rarement entiers, de petits fragments & en grand nombre qui peuvent être utiles, sont épars çà & là dans des lieux fort écartés des routes ordinaires, & où l'on ne s'avise pas de les aller déterrer, mais ce qu'il y a de pis, & qui n'arriveroit pas à des débris matériels, ceux de l'Histoire ancienne se contredisent souvent, & il faut ou trouver le secret de les concilier, ou se résoudre à faire un choix qu'on peut toujours soupçonner d'être un peu arbitraire. Tout ce que des Sçavants du premier ordre, & les plus originaux, ont donné sur cette matière, ce sont différentes combinaisons de ces matériaux d'Antiquité, & il y a encore lieu à des combinaisons nouvelles, soit que tous les matériaux n'ayent pas été employés, soit qu'on en puisse faire un assemblage plus heureux, ou seulement un autre assemblage.

Il paroît que M. Bianchini les a ramassés de toutes parts avec un extrême soin, & les a mis en œuvre avec une industrie singulière. Les Siècles qui ont précédé le Déluge, vuides dans l'Histoire profane que l'on traite ici, & à laquelle on interdit le secours de l'Histoire Sainte, sont remplis par l'invention des Arts les plus nécessaires, & l'on en rapporte tout ce que les Anciens en ont dit de plus certain, ou imaginé de plus vrai-semblable. Il est aisé de voir quels sujets suivent le Déluge. Par-tout c'est un grand spectacle raisonné, appuyé non-seulement sur les témoignages que le sçavoir peut fournir, mais encore sur des réflexions tirées de la nature des choses, & fournies par l'esprit seul, qui donne la vie à ce grand
amas.

amas de faits inanimés. Rien n'est mieux manié que les établissemens des premiers Peuples en différens Pays, leurs Transmigrations, leurs Colonies, l'origine des Monarchies; ou des Républiques, les Navigations ou de Marchands ou de Conquéran's, & sur ce dernier article M. Bianchini fait toujours grand cas de ce qu'il appelle la *Thalassocratie*, l'Empire ou du moins l'usage libre de la Mer. En effet l'importance de cette Thalassocratie connue & sentie dès les premiers temps l'est aujourd'hui plus que jamais, & les Nations de l'Europe s'accordent assés à penser qu'elles acquièrent plus de véritable puissance en s'enrichissant par un commerce tranquille, qu'en aggrandissant leurs États par des conquêtes violentes. Selon M. Bianchini ce n'étoit point du ravissement d'Helene qu'il s'agissoit entre les Grecs & les Troyens, c'étoit de la navigation de la Mer Egée, & du Pont Euxin, sujet beaucoup plus raisonnable, & plus intéressant, & la guerre ne se termina point par la prise de Troye, mais par un Traité de Commerce. Cela est même assés fondé sur l'Antiquité, mais de-là l'Auteur se trouve conduit à un paradoxe plus surprenant, c'est que l'Iliade n'est qu'une pure Histoire allégorisée dans le goût Oriental. Ces Dieux tant reprochés à Homere, & qui pourroient l'empêcher d'être reconnu pour divin, sont pleinement justifiés par un seul mot, ce ne sont point des Dieux; ce sont des Hommes, ou des Nations. Sesostris Roi de l'Ethiopie Orientale ou Arabie avoit conquis l'Egipe, toute l'Asie Mineure, une partie de la grande Asie, & après sa mort les Rois ou Princes qu'il avoit rendus tributaires se couïerent peu à peu le joug. Le Jupiter d'Homere est celui des Successeurs de Sesostris qui regnoit au temps de la guerre de Troye, il ne commande qu'à demi aux Dieux, c'est-à-dire, aux Princes ses Vassaux, & il ne les empêche pas de prendre parti pour les Grecs ou pour les Troyens selon leurs intérêts, & leurs passions. Junon est la Sirie appelée *blanche*, alliée de l'Ethiopie Orientale, mais avec quelque dépendance, & cette Sirie est caractérisée par les *bras blancs* de Junon. Minerve est la scayante Egipe, Mars une Ligue de l'Arménie, de la Colchide;

de la Thrace, & de la Thessalie, & ainsi des autres. A la faveur de cette Allégorie Homere se retrouve divin, il faut avoüer cependant qu'il l'étoit déjà quoiqu'on ne la connût point.

Après tout ce qui vient d'être dit, on ne s'attendroit point que M. Bianchini fût un grand Mathématicien. Naturellement le génie des vérités Mathématiques, & celui de la profonde érudition sont opposés, ils s'excluent l'un l'autre, ils se méprisent mutuellement, il est rare de les avoir tous deux, & alors même il est presque impossible de trouver le temps de satisfaire à tous les deux. M. Bianchini les posséda pourtant ensemble, & les porta loin. Il eut une occasion heureuse de donner en même temps des preuves incontestables de l'un & de l'autre. Lorsqu'au commencement de ce Siècle il fut question à Rome de l'affaire du Calendrier, dont nous avons

* p. 127.
2^{de} Edit. parlé en 1700 *, & 1701 *, & que le Pape Clément XI eut fait une Congrégation sur ce sujet, M. Bianchini, qu'il en avoit nommé Secrétaire, fit deux Ouvrages qui avoient rapport & à cette grande affaire & à sa nouvelle dignité, & où la Mathématique se lioit nécessairement avec l'érudition la plus recherchée. Il les publia en 1703 sous ces titres, *De Calendario & Cyclo Cæsaris, Ac de Canone Paschali Sancti Hippolyti Martiris Dissertationes duæ*. Telle est la nature de ces Ouvrages qu'on les défigureroit trop, si on vouloit en donner une idée, tout Lecteur en sentira le prix, pourvu qu'il soit assez sçavant pour les bien lire. Nous rapporterons seulement que l'Auteur s'est attaché à défendre le Canon Paschal de St Hippolyte que le grand Scaliger avoit hardiment traité de *puerile*, & qui par les remarques de M. Bianchini se trouve être le plus bel ouvrage qu'on ait fait en ce genre jusqu'à la réformation du Calendrier sous Grégoire XIII. Ce devoit être un double plaisir pour un Sçavant & pour un Catholique zélé, qu'une victoire remportée en cette matière sur Scaliger.

M. Bianchini fut purement Mathématicien dans la construction du grand Gnomon qu'il fit dans l'Eglise des Chartroux de Rome, pareil à celui que le grand M. Cassini avoit

fait dans St Pétrone de Boulogne. Il en vient de naître un troisième dans St Sulpice de Paris par les soins d'un Pasteur, qui songe à tout, & on en finit actuellement à l'Observatoire un quatrième. Ces Gnomons ne sont que de grands Quarts de Cercle, mais plus justes à proportion de leur grandeur, & ce plus de justesse paye assés tous les soins presque incroyables de leur construction. Clément XI fit frapper une Médaille du Gnomon des Chartreux, & M. Bianchini publia une ample Dissertation *De Nummo & Gnomone Clementino.*

Il partageoit continuellement sa vie entre les recherches d'Antiquité, & les recherches de Mathématique, sur-tout celles d'Astronomie. Tantôt Astronome, & tantôt Antiquaire, il observoit ou les Cieux ou d'anciens Monuments; avec des yeux éclairés de la lumière propre à chaque objet, ou plutôt il sçavoit prendre des yeux différents selon ces différents objets. Nous ne donnerons pour exemple de cette remarquable alternative, que ses deux derniers Ouvrages imprimés à une année l'un de l'autre, le premier en 1727, *Camera ed Inscrizioni Sepolcrali de' Liberti, Servi, ed Ufficiali della Casa di Augusto*, &c. Le second en 1728, *Hesperii & Phosphori nova Phenomena, sive Observationes circa Planetam Veneris.*

On découvrit en 1726 hors de Rome sur la Voye Appienne un Bâtiment souterrain consistant en trois grandes Salles, dont les Murs étoient percés dans toute leur étendue de Niches pareilles à celles que l'on fait dans les Colombiers, afin que les Pigeons s'y logent. Elles étoient remplies le plus souvent de quatre Urnes Cinéraires, & accompagnées d'Inscriptions, qui marquoient le nom & la condition des personnes, dont on voyoit les Cendres, tous étoient ou Esclaves ou Affranchis de la maison d'Auguste, & principalement de celle de Livie. L'Edifice étoit magnifique, tout de marbre, avec des ornements de Mosaïque d'un bon goût. M. Bianchini ne manqua pas de sentir toute la joye d'un Antiquaire, & de se livrer avec transport à sa curiosité. Il pensa lui en

coûter la vie , il alloit tomber de quarante pieds de haut dans ces ruines , & il fit pour se retenir un effort violent dont il fut long temps fort incommodé , ce qui interrompit les observations qu'il faisoit en même temps sur Venus. Il s'enfermoit donc le jour dans le Colombier sépulchral & souterrain , & la nuit il montoit dans son Observatoire. Il a donné une description exacte de ce Colombier , & toutes les recherches sçavantes qu'on peut faire à l'occasion des Inscriptions , surtout l'explication d'un grand nombre de noms d'Offices ; qui sont sans doute d'une excellente Latinité , vû le Siècle , mais d'une Latinité presque perdue aujourd'hui. En joignant le nombre des Morts de ce grand Tombeau à ceux d'un autre tout pareil découvert précédemment , & qui n'étoit non plus que pour la maison d'Auguste , M. Bianchini en trouve 6000 , sans tous ceux qui devoient être dispersés en une infinité d'autres lieux plus éloignés de Rome. Ce grand nombre n'étonne plus , dès que l'on voit par plusieurs Charges rapportées dans les Inscriptions , combien le Service étoit divisé en petites parties. Telle Esclave n'étoit employée qu'à pefer la Laine que filoit l'Impératrice , une autre à garder ses Boucles d'Oreilles , une autre son petit Chien.

Les Observations de M. Bianchini sur Venus nous intéressent davantage. Venus est très difficile à observer autant & de la manière qu'il le faudroit pour en apprendre tout ce que la curiosité Astronomique demanderoit. Comme le Cercle de sa révolution autour du Soleil est enfermé dans celui de la Terre , on ne la voit ni quand elle est entre le Soleil & nous , parce qu'alors son Hémisphère obscur est tourné vers nous , ni quand le Soleil est entre nous & elle , parce qu'alors il la cache ou l'efface. Il ne reste que les temps où elle n'est ni dans l'une ni dans l'autre de ces deux parties opposées de son cours , & où même elle en est à un certain éloignement. Ces temps qui précèdent le lever du Soleil , ou suivent son coucher , sont courts , parce que Venus ne s'écarte pas beaucoup du Soleil , encore en faut-il nécessairement perdre une bonne demi-heure pour attendre que Venus soit assez dégagée

des rayons de cet Astre. Mercure qui étant plus proche du Soleil, est encore plus dans le cas de ces difficultés, échappe presque entièrement aux Astronomes.

M. Cassini étant encore en Italie s'étoit appliqué en 1666 & 1667 à découvrir les Taches de Venus, pour déterminer par leur moyen son mouvement diurne ou de rotation; si elle en avoit un. Il vit des Taches à la vérité, & même une partie plus luisante, qui fait le même effet par rapport au mouvement de rotation; il crut que ce mouvement pouvoit être de 23 heures, si cependant ce n'en étoit pas un de Libration, tel que celui qu'on attribue à la Lune, car les plus grands hommes sont les moins hardis à affirmer. Le peu de durée que pouvoit avoir chacune de ses observations, lui rendoit le tout assés incertain, & depuis ce temps-là il paroît avoir abandonné cette Planete. Ensuite M. Huguens, qui avoit découvert l'Anneau de Saturne, & un de ses Satellites, chercha inutilement des Taches dans Venus, il n'y vit qu'une lumière parfaitement égale. Nous avons dit en 1700 * que feu M. de la Hire y avoit vû de grandes inégalités en saillie, qui pouvoient être des Montagnes, ce qui ne s'accorde ni avec M. Cassini, ni avec M. Huguens, & ne prouve que la difficulté du sujet. En dernier lieu le P. Briga Jésuite Professeur en Mathématique au Collège de Florence, qui travailloit à un grand ouvrage sur Venus, avoit invité tous les Observateurs de sa connoissance & en Europe & à la Chine, à chercher les Taches de cette Planete avec leurs meilleurs Télescopes, & tous lui avoient répondu qu'ils y avoient perdu leurs peines.

* p. 121.
2^{de} Edit.

De plus il manquoit à la Théorie de Venus que sa parallaxe fût connue par observation immédiate, elle n'étoit que tirée par des conséquences, ou des circuits, toujours moins sûrs que l'observation. On sçait que la parallaxe d'une Planete est la différence entre les deux lieux du Ciel où on la rapporte vû du centre de la Terre, ou vû d'un point de sa surface, ce qui donne la grandeur dont le demi-diametre de la Terre seroit vû de cette Planete, & la distance de la Planete à la Terre,

* p. 97.
& suiv.

Ce fut par la recherche de la parallaxe de Venus que M. Bianchini commença. Il voulut tenter d'y appliquer l'ingénieuse méthode trouvée par feu M. Cassini pour la parallaxe de Mars, & expliquée en 1706 *. Elle consiste à comparer à une Etoile fixe extrêmement proche de la Planete dont on cherche la parallaxe, le mouvement de cette Planete, & cela pendant un temps assés long. On n'auroit pas vû assés longtemps Venus prise le matin ou le soir, mais avec des Lunettes on la peut voir en plein jour & dans le Méridien, quelquefois même à l'œil nud, & alors on avoit le temps nécessaire. Mais on ne voit pas ainsi les Fixes, à moins cependant qu'elles ne soient de la première grandeur, & c'étoit un pur bonheur d'en trouver quelqu'une extrêmement proche de Venus vûe en plein jour & au Méridien. M. Bianchini espéra sur la foi des Tables du mouvement de Venus, que le 3 Juillet 1716, elle se trouveroit dans le Méridien à peu près avec *Regulus*, ou le *Cœur du Lion*, & en effet il vit ces deux Astres dans la même ouverture de sa Lunette. Il répéta l'observation les trois jours suivans, & après s'en être bien assuré il trouva par la méthode de M. Cassini, & vérifia encore par une autre voye, que la parallaxe de Venus étoit de 24 Secondes. Nous supprimons toutes les attentions fines & délicates qu'il apporta, le mérite n'en seroit senti que par les Astronomes, & les Astronomes supposeront aisément qu'il ne les oubliâ pas dans une recherche si nouvelle & si importante.

Il ne faut pourtant pas compter pour absolument sûres les 24 Secondes de la parallaxe de Venus, elles en donneroient 14 pour celle du Soleil, qui selon M. Cassini n'est que de 10, & selon M. de la Hire de 6, & ces deux noms sont d'un grand poids. C'est plutôt la manière de trouver la parallaxe de Venus qui est enfin trouvée par M. Bianchini, que ce n'est cette parallaxe même. Il vouloit recommencer ses observations en 1724, où Venus se devoit retrouver en passant par le Méridien dans la même position à peu près à l'égard de *Regulus*, position unique & précieuse. Mais il n'eut plus alors le même lieu pour observer, & il n'en pût

avoir d'autre qui y fût propre , & quel déplaisir de dépendre tant d'un certain concours de circonstances étrangères ! Comme Venus ne revenoit avec Regulus qu'au bout de huit ans, il se flatta de reprendre son travail en 1732, mais sa vie ne s'est pas étendue jusque-là.

Il fut plus heureux dans l'observation, encore plus importante des Taches de Venus, qu'il fit en 1726. Ce n'étoit pas la faute de ceux qui ne les avoient point vûës, ou les avoient mal vûës, ils ne se servoient que de Verres de 50 ou 60 pieds de foyer, qui n'étoient pas suffisants. Campani, & Divini, les plus excellents Ouvriers en ce genre, en avoient fait de 100 & de 120 pieds, mais la difficulté étoit de manier des Tuyaux de cette énorme longueur, qui se courboient toujours très-sensiblement vers le milieu. M. Huguens avoit ingénieusement imaginé le moyen de se passer de tuyau, mais il restoit encore tant d'embarras, & d'incommodités, qu'on auroit apparemment abandonné l'invention, si M. Bianchini n'eût trouvé le secret de remédier à tout. Il vint à Paris en 1712, & fit voir à l'Académie sa Machine, qui parut simple, portable, maniable, & expéditive au de-là de tout ce qu'on eût osé espérer. L'Académie a crû qu'elle en devoit la description au Public, & elle l'a donnée dans ses Mémoires de 1713*. Il étoit dans l'ordre que l'Auteur en recueillît le fruit. Il vit très sûrement les Taches de Venus prise dans toutes les situations où elle le peut être, & dans toute la variété, quoiqu'assés bornée, de ces situations. Ces Taches, vûës par les grands Verres qu'il employoit, ne sont que comme les Taches de la Lune vûës à l'œil nud, & si celles-ci sont des Mers, les autres en seront aussi. Il conseille à ceux qui voudront bien voir les Taches de Venus, de s'accoutûmer auparavant à regarder avec attention celles de la Lune, à bien suivre leurs contours, & à les distinguer les unes des autres. L'œil préparé par cet apprentissage en sera plus habile & plus sçavant, quand il se transportera sur Venus.

M. Bianchini en distingua assés nettement les Taches pour y établir vers le milieu du Disque sept Mers, qui se commu-

* p. 299
& suiv.

niquent par quatre Détroits, & vers les extrémités deux autres Mers sans communication avec les premières. Des parties, qui sembloient se détacher du contour de ces Mers, il les appella Promontoires, & en compta huit. Comme il avoit un droit de propriété sur ce grand Globe presque tout nouveau, & dû à ses veilles, il imposa des noms à ces Mers, à ces Détroits, à ces Promontoires, & à l'exemple tant des anciens Grecs qui ont mis dans le Ciel leurs Héros, que des Astronomes modernes, qui ont rempli la Lune de Philosophes & de Sçavants, il favorisa qui il voulut de ces especes d'Apothéoses, toujours cependant avec un choix judicieux. Il avoit reçu des graces du Roi de Portugal, & il donna son nom à la première Mer. Pour ces autres grands Pays dont il dispoit, il les partagea entre les Généraux Portugais les plus illustres par leurs conquêtes dans les deux Indes, & entre les plus célèbres Navigateurs, qui ont ouvert le chemin à ces conquêtes. Galilée & Cassini se trouvent-là, non pas tant par l'amour de M. Bianchini pour sa patrie, que parce que ces deux grands hommes, qui n'ont jamais navigé, ont été aussi utiles à la Navigation & à la connoissance du Globe terrestre, que Colomb, Vespuce & Magellan. L'Académie des Sciences & le nouvel Institut de Boulogne ont aussi leur place dans Venus. Les principaux Domaines des Sçavants ne sont point exposés à la jalousie des autres hommes.

Nous avons dit en plusieurs endroits de nos Histoires, & principalement en 1701 *, quelle est la méthode dont on se sert pour découvrir par les Taches d'une Planete, & par les circonstances de leur mouvement l'axe de la rotation, & sa position sur le plan de l'Orbite que la Planete décrit. Parce que Venus est une Planete inférieure, on ne sçauroit voir son disque entièrement éclairé du Soleil, il y a toujours sur ce disque une ligne, qui sépare la partie obscure d'avec l'éclairée; & est une portion d'un Cercle qui vû du Soleil sépareroit les deux Hémispheres, l'un éclairé, l'autre obscur. Le plan de ce Cercle est toujours perpendiculaire à une ligne tirée du centre du Soleil à celui de Venus, & cette ligne est nécessairement dans

* p. 101.
& suiv. 2^{de}
Edit.

dans le plan de l'Orbite de Venus, ou de son Écliptique particulière. C'est par rapport à la ligne de la dernière illumination sur le disque de la Planete que M. Bianchini observoit le mouvement des Taches, & l'inclinaison de la ligne de ce mouvement, par-là il parvint à déterminer que l'axe de la rotation de Venus étoit incliné de 15 degrés à son Orbite ou Écliptique.

Lorsque l'axe de rotation d'une Planete est perpendiculaire à son Orbite, comme l'est presque celui de Jupiter, cette Planete a toujours le Soleil dans son Équateur, & ses deux Poles éclairés en même temps, elle jouit d'un Équinoxe perpétuel, & chacune de ses parties n'a jamais que la même Saison. Si au contraire l'axe de rotation est infiniment incliné sur l'Orbite, c'est-à-dire couché dans son plan, la Planete n'a un Équinoxe que deux fois dans son année, ses deux Poles ont alternativement le Soleil vertical, & chacune de ses parties a la plus grande inégalité de Saisons qu'il soit possible. L'axe de Venus est si incliné sur son Orbite qu'il s'en faut peu qu'elle ne soit dans ce dernier cas, & l'on ne connoît point de Planete, qui à cet égard diffère tant de Jupiter.

M. Cassini avoit crû, ou plutôt soupçonné que la rotation de Venus étoit de 23 heures. Il voyoit d'un jour à l'autre une certaine partie du disque avancée d'une certaine quantité, & il jugeoit qu'elle s'étoit ainsi avancée après une révolution entière du Globe, qui par conséquent n'auroit pas duré 24 heures. Cela étoit fort possible, mais il l'étoit aussi que le Globe n'eût pas fait une révolution entière, qu'il en eût seulement continué une, dont la lenteur auroit été nécessairement assez grande. On n'avoit point d'exemple d'une lenteur pareille dans aucune rotation de Planete, mais quoique peu vrai-semblable elle n'a pas laissé de se trouver vraie, & M. Bianchini a déterminé la rotation de Venus de 24 jours 8 heures. Selon le Système de M. de Mairan rapporté en cette année 1729*, cette lenteur de la rotation de Venus est en partie une suite de la grande inclinaison de l'axe.

* p. 51
& suiv.

Enfin une découverte très-remarquable de M. Bianchini est celle du parallélisme constant de l'axe de Venus sur son

Orbite, pareil à celui que Copernic fut obligé de donner à la Terre. Ce qu'il avoit imaginé & supposé pour le besoin de son Système, est maintenant vérifié dans toutes les Planètes, dont on connoît la rotation, nulle variété à cet égard tandis que tout le reste varie, & Copernic a eu la gloire de deviner ce qui fait aujourd'hui une des principales Clefs de l'Astronomie Phisique. Cependant M. Bianchini craint que ce parallélisme de Venus, & quelques autres points où la bonne Astronomie le jette indispensablement, ne paroissent trop favorables à Copernic, & il a toujours grand soin d'avertir que tout cela peut s'accorder avec Ticho. Ces précautions sont nécessaires aux Compatriotes de Galilée, une petite différence de Climat en mettroit apparemment dans leur stile.

L'ouvrage sur les Phénomènes de Venus fait mention d'une Méridienne que M. Bianchini vouloit tracer dans toute l'étendue de l'Italie, à l'exemple de la Méridienne de la France, unique jusqu'à présent. Pendant l'espace de huit années, il avoit employé tous les intervalles de ses autres travaux à faire tous les préparatifs nécessaires pour ce grand dessein, mais il n'a pas vécu assés pour en commencer seulement l'exécution.

Nous nous arrêtons-là, en avouant que nous lui faisons tort de nous y arrêter, mais la raison même, qui nous y oblige, tourne à sa gloire. *Les Vies des Papes par Anastase le Bibliothécaire*, dont il a donné une nouvelle Edition en trois Tomes *in-folio*, enrichie d'une infinité de recherches très-sçavantes, sont un trop grand ouvrage, qui nous meneroit trop loin, sur-tout après ceux du même genre dont nous avons rendu compte, & plusieurs autres ouvrages, moins considérables seulement par le Volume, sont en trop grand nombre. Il y en a même quelques-uns qui sont des pièces d'Eloquence; & l'on dit qu'il embrassoit jusqu'à la Poésie. Il se trouve en effet dans son stile, quand les occasions s'en présentent, une force & une beauté d'expression, des figures, des comparaisons, qui sentent le génie poétique.

L'Académie le mit dès l'an 1705 dans le petit nombre de ses Associés Etrangers.

Il mourut d'une Hidropisie le 2 Mars 1729. On lui trouva un Cilice, qui ne fut découvert que par sa mort, & toute sa vie par rapport à la Religion avoit été conforme à cette pratique secrète. La facilité, la candeur de ses mœurs étoient extrêmes, & encore plus, s'il se peut, son ardeur à faire plaisir. Il n'étoit jamais engagé dans aucune étude si intéressante pour lui, dans aucun travail dont la continuation fût si indispensable, & l'interruption si nuisible, qu'il n'abandonnât tout dans le moment avec joye pour rendre un service.

Son mérite a été bien connu, & l'on pourroit dire, récompensé, si l'on s'en rapportoit à sa modestie. Il a eu deux Canonicats dans deux des principales Eglises de Rome. Il a été Camérier d'honneur de Clément XI, & Prélat Domestique de Benoît XIII. Outre le Secrétariat de la Congrégation du Calendrier, Clément XI lui donna par une Bulle une Intendance générale sur toutes les Antiquités de Rome, auxquelles il étoit défendu de toucher sans sa permission. Il auroit pû aspirer plus haut dans un Pays où l'on sçait qu'il faut quelquefois décorer la Pourpre elle-même par les talents & par le sçavoir, l'exemple récent du Cardinal Noris l'autorisoit à prendre des vûës si élevées & si flateuses, mais on assure que sa modération naturelle & la Religion l'en préservèrent toujours.



E' L O G E

D E M. M A R A L D I

JACQUES PHILIPPE MARALDI nâquit le 21 Août 1665 à Perinaldo dans le Comté de Nice, lieu déjà honoré par la naissance du grand Cassini. Il fut fils de François Maraldi, & d'Angela Catherine Cassini, Sœur de ce fameux Astronome.

Après qu'il eut fini avec distinction le cours des Etudes ordinaires, son goût naturel le porta aux Sciences plus élevées, aux Mathématiques, & il y avoit fait tant de progrès à l'âge de 22 ans, que son Oncle établi en France depuis plusieurs années l'y appella en 1687 pour cultiver lui-même ses talents, & les faire connoître dans un pays, où l'on avoit eu un soin singulier d'en rassembler de toutes parts. Sans doute M. Cassini, étranger, & circonspect comme il étoit, ne se fût pas chargé d'un Neveu, dont il n'eût pas beaucoup espéré, & qui lui auroit été plus reproché que tout autre qu'il eût mis à la même place.

Dès les premiers temps que M. Maraldi se mit à observer le Ciel, il conçut le dessein de faire un Catalogue des Etoiles fixes. Ce Catalogue est la pièce fondamentale de tout l'Edifice de l'Astronomie. Les Fixes, qui à la vérité ont un mouvement, mais d'une extrême lenteur, & d'une quantité présentement bien connue, & qui d'ailleurs ne changent point de situation entre elles, sont prises pour des points immobiles auxquels on rapporte tous les mouvements qui se passent au dessous d'elles, ceux des Planètes & des Comètes, & par-là il est de la dernière importance de connoître exactement & le nombre & la position de ces points lumineux, qui régleront tout. Non seulement les Télescopes ont prodigieusement enrichi le Ciel de Fixes auparavant invisibles, mais la simple

vûë plus attentive & mieux dirigée en a porté le nombre beaucoup au de-là de celui que les Anciens avoient prétendu déterminer à peu-près, & c'est proprement de nos jours qu'il n'est presque plus permis de les compter. Mais que ne peut la curiosité ingénieuse & opiniâtre ? On les compte, ou du moins on leur assigne à toutes leurs places dans leurs Constellations. Le Catalogue de Bayer est celui dont les Astronomes se servent le plus ordinairement, & auquel ils semblent être convenus de donner leur confiance, mais M. Maraldi crut pouvoir porter la précision & l'exactitude au de-là de celles de tous les Catalogues connus, & il se détermina courageusement à en faire un nouveau.

Quelques efforts d'esprit que l'on fasse, & quelque assiduité qu'on y donne, on est trop heureux, quand il n'en coûte que de demeurer dans son Cabinet. Ces veilles, que les Sçavants & les Poètes même ont tant de soin de faire valoir, prises dans le sens le plus littéral, ne sont pas des veilles en comparaison de celles qui se font en plein air & en toute saison pour étudier le Ciel ; le Géometre le plus laborieux mène presque une vie molle au prix d'un Astronome également occupé de sa Science. Sur-tout, quand on a entrepris un Catalogue des Fixes, on n'a point trop de toutes les nuits de l'année, les seules que l'on ait de relâche sont celles où le Ciel est trop couvert, encore se plaint-on de cette grace de la Nature. Aussi M. Maraldi altéra-t-il beaucoup sa santé par un si long & si rude travail, il en contracta de fréquents maux d'Estomac, dont il s'est toujours ressenti, parce qu'il ne put pas s'empêcher d'en entretenir toujours la cause.

Cependant il communiquoit assés facilement ce qui lui avoit tant coûté. De son ouvrage, qui n'est encore que manuscrit, il en a détaché des positions d'Etoiles, dont quelques Auteurs avoient besoin, par exemple, M. Delisle pour son Globe céleste, M. Manfredi pour ses Ephémérides, M. Isaac Broukner pour le Globe dont il a été parlé en 1725*.

Son Catalogue n'étoit pas seulement sur le papier, il étoit tellement gravé dans sa tête, qu'on ne lui pouvoit désigner

* p. 103.
& 104.

aucune Etoile, quoique presque imperceptible à la vûe, qu'il ne dît sur le champ la place qu'elle occupoit dans sa Constellation. Puisque les Etoiles ont été appellées dans les Livres saints l'*Armée du Ciel*, on pourroit dire que M. Maraldi connoissoit toute cette Armée, comme Cirus connoissoit la sienne.

Quelquefois de petites Comètes, & qui durent peu, ne sont pas reconnûes pour Comètes, parce qu'on les prend pour des Etoiles de la Constellation où elles paroissent, & cela faute de sçavoir assés de quel assemblage d'Etoiles cette Constellation est composée. Peut-être croira-t-on que ce ne seroit pas un grand malheur d'ignorer une Comète si petite & de si peu de durée qu'elle ne devoit pas dans la suite se faire remarquer; mais les Astronomes n'en jugent pas ainsi. Ils ont tous aujourd'hui une extrême ardeur pour le Système des Comètes, qui fait à notre égard les dernières limites du Système entier de l'Univers, & ils ne veulent rien perdre de tout ce qui peut conduire à en avoir quelque connoissance, tout sera mis à profit. Il étoit difficile que des phénomènes célestes échappassent à M. Maraldi, la plus petite nouveauté dans le Ciel frappoit aussi-tôt des yeux si accoutumés à ce grand objet. Ceux qui observoient en même lieu que lui, & qui auroient pû être jaloux des premières découvertes, avoient que le plus souvent c'est lui qui en a eu l'honneur.

La construction du Catalogue, des Observations soit journalières, soit rares, & dont le temps se fait beaucoup attendre, comme celles des Phases de l'Anneau de Saturne, des déterminations de retours d'Etoiles fixes, qui disparaissent quelquefois, des applications adroites des Méthodes données par M. Cassini, des vérifications de Théories dont il est important de s'assurer, des corrections d'autres Théories qui peuvent recevoir plus d'exactitude, voilà tous les événements de la vie de M. Maraldi, nos Histoires en sont pleines, & ont fait d'avance une grande partie de son Éloge.

Il travailla sous M. Cassini en 1700 à la prolongation de la fameuse Méridienne jusqu'à l'extrémité Méridionale du

Royaume, & eut beaucoup de part à ce grand ouvrage. De-là il alla en Italie, & comme alors on travailloit à Rome sur la grande affaire du Calendrier, dont nous avons parlé en 1700* & 1701*, le Pape Clément XI profita de l'heureuse occasion d'y employer un Astronome formé par M. Cassini. Il donna entrée à M. Maraldi dans les Congrégations, qui se tenoient sur ce sujet. M. Bianchini, lié d'une grande amitié avec M. Cassini, ne manqua pas de s'associer son Neveu dans la construction d'une grande Méridienne, qu'il traçoit pour l'Eglise des Chartreux de Rome, à l'imitation de celle de St Petrone de Boulogne, tracée par celui qu'ils reconnoissoient tous deux pour leur Maître.

* p. 127.
2^{de} Edit.

* p. 105.
2^{de} Edit.

En 1718 M. Maraldi alla avec trois autres Académiciens terminer la grande Méridienne du côté du Septentrion. A ces voyages près, il a passé sa vie, depuis son arrivée à Paris, renfermé dans l'Observatoire, ou plutôt il l'a passée toute entière renfermé dans le Ciel, d'où ses regards & ses recherches ne sortoient point.

Il se délassoit pourtant quelquefois, il prenoit des divertissemens. Il faisoit des observations Physiques sur des Insectes, sur des Pétrifications curieuses, sur la culture des Plantes, partie de la Botanique, à laquelle il seroit temps que l'on songeât autant qu'on a fait jusqu'ici à la Nomenclature, qui n'est qu'un Préliminaire. Ce n'est pas que ce Préliminaire soit fini, s'il doit l'être jamais ce ne sera que dans plusieurs Siècles, mais on l'a mis en état de permettre que l'on aille désormais plus avant. Nous avons rendu compte en 1712*

* p. 5.
& suiv.

de la plus importante observation terrestre de M. Maraldi, c'est celle des Abeilles, qui malgré l'agrément naturel du sujet, a demandé un travail très-fatigant par la longue assiduité de plusieurs années, & par l'extrême difficulté de bien voir tout ce qui se passoit dans ce merveilleux petit Etat.

Il ne restoit plus à M. Maraldi pour achever son Catalogue des Fixes, que d'en déterminer quelques-unes vers le Zénit & vers le Nord, & dans ce dessein il venoit de placer un Quart de Cercle mural sur le haut de la Terrasse de

l'Observatoire, lorsqu'il tomba malade. Il employa le seul remede auquel il eût confiance, une diète austere, il s'en étoit toujours bien trouvé, mais nul remede ne réussit toujours ; il mourut le 1 Dec. 1729.

Son caractère étoit celui que les Sciences donnent ordinairement à ceux qui en font leur unique occupation, du sérieux, de la simplicité, de la droiture, mais ce qui n'est pas si commun, c'est le sentiment de la reconnoissance porté au plus haut point, tel qu'il l'avoit pour son Oncle. Il vouloit le veiller lui-même dans ses maladies, & il y apportoit le soin le plus attentif, & la plus tendre inquiétude, M. Cassini avoit en lui un second Fils. L'impression des bienfaits redoublable de force, quand ils partent d'un homme à qui les indifférens même ne pourroient refuser de la vénération.





MEMOIRES
DE
MATHEMATIQUE
ET
DE PHYSIQUE,
TIRES DES REGISTRES
de l'Academie Royale des Sciences.
De l'Année M. DCCXXIX.

OBSERVATION
De l'Eclipse totale de la Lune, du 13 Février 1729.

Par M. MARALDI.



E Ciel a été fort sercin durant toute l'Eclipse, 19. Févr.
mais le bord de l'Ombre étoit si mal terminé, 1729.
qu'on avoit de la difficulté à distinguer son
terme dans le commencement & dans la fin
de l'Eclipse, ce qui a rendu un peu douteuse
la détermination de ces deux phases, sur-tout celle du
Mem. 1729.

. A

commencement, parce que ne sçachant pas encore quel degré d'obscurité devoit avoir l'Ombre, on doutoit si c'étoit la pénombre ou l'ombre même, tant elles étoient semblables. La différente obscurité que l'ombre de la Terre a dans les différentes Éclipses, vient en partie de la différente distance que la Lune a de la Terre dans ses Éclipses, car le cone de l'ombre est un peu différemment éclairé par les rayons du Soleil qui se rompent dans l'Atmosphère, & vont pénétrer l'ombre suivant les différentes distances que les sections de ce cone, par où passe la Lune, ont de la Terre. Dans cette Éclipse, la Lune étoit près de ses moyennes distances. Les parties du Globe de la Terre, plus ou moins inégales, par où passent les rayons du Soleil durant l'Éclipse, peuvent aussi contribuer à cette diversité d'ombre que l'on observe dans les Éclipses différentes. Un peu après le commencement de l'Éclipse, nous avons observé que l'extrémité de l'ombre étoit terminée par une espece d'Anneau un peu plus obscur que le reste de l'ombre, soit que ce fût une apparence même de l'ombre, soit que cette diversité d'ombre fût causée par des taches claires sur lesquelles tomboit cette partie d'ombre, & la faisoit paroître moins obscure. Cette apparence de l'Anneau obscur résulte des expériences que font les ombres des corps opaques éclairés par le Soleil, que nous avons rapportées autrefois à l'Académie. Dans la suite de cette Éclipse, nous n'avons pas continué de remarquer cette apparence d'Anneau.

Durant l'obscurité totale, on a toujours vû la Lune d'une couleur rougeâtre, & elle n'a point disparu comme il est arrivé dans quelques Éclipses que nous avons observées, ce qui est arrivé cependant fort rarement. Après l'immersion totale de la Lune dans l'ombre, on voyoit la partie orientale de son disque, qui étoit la plus immergée dans l'ombre, d'une couleur plus rougeâtre que la partie orientale du même disque, qui étoit la moins immergée. Il est arrivé le contraire avant l'émerfion. Vers le milieu de l'Éclipse, la partie septentrionale du disque de la Lune étoit plus sombre que la

méridionale, ce qui est une marque que le bord septentrional de la Lune étoit plus près du milieu de l'ombre où cette ombre est plus dense, que le bord méridional de la Lune. Cela est conforme aux hypothèses du mouvement de la Lune, qui font connoître que la Lune dans cette Eclipsé avoit un peu de latitude méridionale.

A	6 ^h	55'	0"	Pénombre foible à la vûë.
7	1	0		Pénombre plus dense.
	3	0		Pénombre forte proche de Grimaldus.
	8	50		Galileus couvert.
	14	0		L'Ombre à Aristarchus.
	15	4		Aristarchus tout couvert.
	16	44		Keplerus tout couvert.
	18	4		L'Ombre à Gassendus.
	19	20		Schicardus tout couvert.
	22	0		L'Ombre à Reinoldus.
	22	40		Au bord de Copernic.
	23	43		Reinoldus couvert.
	25	15		Tout Copernic couvert, & Eratosthenes en même temps.
	27	2		Helicon couvert.
	31	50		Au bord de Tycho.
	33	8		Au milieu de Tycho.
	33	30		Au bord précédent de Plato.
	33	47		Tout Plato couvert.
	38	7		Au bord précédent de Manilius.
	39	20		Manilius tout couvert.
	41	45		A Ménélaüs.
	42	35		Milieu de Ménélaüs.
	45	22		A Plinius.
	49	47		Au bord précédent de Fracastorius.
	50	30		<i>Promontorium acutum.</i>
	51	24		Tout Fracastorius couvert.
	54	30		A Proclus.
	55	16		Tout Proclus couvert.

4 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

à	7 ^h	56'	17"	Au bord de <i>Mare Caspium</i> .
		58	56	La moitié de l' <i>Intervallum</i> .
		59	0	Au bord suivant de <i>Mare Caspium</i> .
8		2	0	Fin douteuse.
		3	0	On ne voit plus de lumière.
à	9 ^h	41'	18"	Commencement de la sortie.
		41	33	Grimaldus.
		45	40	Second bord de Grimaldus.
		49	35	Gallileus découvert.
		51	30	Schichardus découvert.
		54	34	Capuanus découvert.
		55	16	L'Ombre à Aristarchus.
		56	4	Aristarchus tout découvert.
		58	35	Keplerus tout découvert.
10		0	30	L'Ombre au bord de Tycho.
		1	30	Au milieu de Tycho.
		2	30	La fin de Tycho.
				Lansberge & Reinoldus découverts.
		3	40	Deux petites Taches entre Copernic & Képler.
		5	19	Commencement de Copernic.
				Héraclius est sorti en même temps.
		6	43	Tout Copernic découvert.
		7	33	Eratosthenes découvert.
		8	0	Helicon tout découvert.
		12	5	Tymocharis découvert.
		12	56	Commencement de Plato.
		14	15	Fin de Plato.
		20	35	Manilius.
		21	28	Tout Manilius découvert.
		23	50	Menelaüs.
		27	25	Plinius.
		40	19	Dionysius découvert.
		31	0	<i>Promontorium acutum</i> .
		36	15	Proclus.

à 10 ^h 37' 26"	Commencement de <i>Mare Caspium</i> .
40 5	Fin de <i>Mare Caspium</i> .
41 24	Fin douteuse.
42 0	Fin certaine.

O B S E R V A T I O N

*De l'Eclipse totale de Lune, du 13 Février 1729,
faite à l'Observatoire Royal.*

Par M. CASSINI.

Nous avons disposé sur une Machine parallaxique une Lunette de 8 pieds, garnie au foyer commun de ses Verres de divers Réticules parallèles entr'eux, pour pouvoir déterminer la quantité de la partie éclipsée de la Lune à mesure qu'elle augmentoit ou diminuoit. 19 Févr. 1729.

Le Ciel a été fort serein pendant la durée de l'Observation; cependant il a été très-difficile de déterminer avec précision les termes de l'Ombre d'avec ceux de la Penombre, principalement au commencement de l'Eclipse.

Voici les Observations que nous en avons faites, où nous avons eu soin de réduire en doigts & minutes les parties de la Lune interceptées entre les Réticules.

A 7 ^h 3' 7"	Commencement de l'Eclipse douteux.
4 12	Commencement certain.
6 7	Grimaldi est entré.
7 57	La Lune est éclipsée d'un doigt 9 minutes.
13 37	L'Ombre à Aristarque.
14 32	La Lune est éclipsée de 2 doigts 17 minutes.
15 7	Aristarque est entièrement caché.
21 23	La Lune est éclipsée de 4 doigts.
22 17	L'Ombre à Héraclides.
22 57	L'Ombre au commencement de Copernic.

6 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

à 7 ^h	24'	52"	Copernic est entré.
	27	27	La Lune est éclipsée de 5 doigts 9 minutes.
	31	17	L'Ombre au bord de Tycho.
	33	17	Six doigts 17 minutes, l'Ombre à Platon.
	38	7	L'Ombre à Manilius.
	39	17	Manilius est entré, la Lune est éclipsée de 7 doigts 25 minutes.
	41	37	L'Ombre à Ménélaüs.
	45	7	La Lune est éclipsée de 8 doigts 34 minutes.
	49	47	L'Ombre au Promontoire aigu.
	50	47	La Lune est éclipsée de 9 doigts 42 minutes.
	55	42	L'Ombre à Proclus.
	56	27	La Lune est éclipsée de 10 doigts 51 minut.
	59	18	L'Ombre à l'extrémité de la Mer des Crifes.
8	2	37	Immersion totale de la Lune dans l'Ombre.

L'Immersion totale de la Lune, dans l'Ombre de la Terre, a été déterminée avec beaucoup plus de précision que le commencement de l'Eclipse.

On voyoit alors le Disque de la Lune de la couleur d'un rouge-brun, dont la lumière étoit plus vive du côté où étoit arrivée l'Immersion, que de celui qui lui étoit opposé. Cette lumière, que l'on sçait être produite par la réfraction des rayons qui traversent l'Atmosphère, & vont se répandre sur le Disque de la Lune, passa successivement vers le côté opposé où elle parut plus vive à l'endroit où la Lune devoit sortir de l'Ombre.

A 9 ^h	41'	11"	Commencement de l'Emersion:
	46	32	La partie éclipsée est de 10 doigts 51 minut.
	52	31	La partie éclipsée est de 9 doigts 43 minutes.
	54	56	Aristarque commence à sortir.
10	4	41	La Lune est éclipsée de 7 doigts 25 minutes.
	8	11	L'Ombre est à Hélicon.
	10	22	La Lune est éclipsée de 6 doigts 17 minutes.
	13	31	Platon commence à sortir.

à 10 ^h 16' 11"	La Lune est éclipfée de 5 doigts 9 minutes.
20 22	Manilius est sorti.
21 44	La Lune est éclipfée de 4 doigts.
23 27	Ménélaüs commence à sortir.
24 32	Ménélaüs est sorti de l'Ombre.
27 22	Deux doigts 5 2 minutes.
29 53	Le Promontoire aigu commence à sortir.
33 12	Un doigt 43 minutes.
36 12	Le commencement de la Mer Caspienne commence à sortir.
38 32	33 minutes d'un doigt.
39 54	Fin douteufe.
40 52	Fin certaine.

En comparant le commencement & la fin de l'Eclipse, on trouve fa durée de 3^h 37' 57", & le milieu de l'Eclipse à 8^h 52' 5". On trouve auffi par l'Immerfion & l'Emerfion totale fa demeure dans l'Ombre de 1^h 38' 46", & le milieu de l'Eclipse à 8^h 52' 0", à 6 fécondes près de celui qu'on a déterminé par le commencement & la fin.

Le diametre apparent de la Lune a été obfervé à fon paffage par le Méridien, de 33' 0".

En examinant la fîtuation de la Terre dans le temps de cette Eclipse, à l'égard du Soleil & de la Lune, on trouve que le Soleil étoit à 7^h du foir, temps du commencement de l'Eclipse, fur un Méridien de la Terre, éloigné de celui de Paris de 105 degrés vers l'Occident, c'est-à-dire, fous la longitude de 275 degrés à l'égard du premier Méridien qui paffe par l'Ifle de Fer.

La déclinaifon du Soleil étoit alors de 13^d 10' vers le Midi, d'où il réfulte que le Soleil étoit alors au Zenith du lieu de la Terre, dont la longitude eft de 275 degrés, & la latitude méridionale de 13^d 10'. Décrivant de ce point comme centre, à l'intervalle de 90 degrés, un cercle fur la furface de la Terre, il détermine la circonférence de la Terre, qui eft terminée alors par les rayons du Soleil, & forme le

8 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
disque de son ombre au commencement de l'Eclipse.

Ce cercle passe à l'Orient par la Mer du Sud, au Nord par la partie septentrionale de l'Amérique, à l'Occident par la Mer Océane, où il rencontre la partie de l'Afrique qui s'avance le plus vers l'Occident, & va ensuite au de-là du Déroit de Magellan vers les Terres Australes, où l'on voit que la partie occidentale de l'ombre, qui a commencé à éclipser la Lune, étoit presque entièrement terminée par la Mer Océane.

Dans la fin de l'Eclipse, qui est arrivée à 10^h 41', le Soleil étoit éloigné du Méridien de Paris de 160 degrés vers l'Occident, avec à peu-près la même déclinaison ; d'où il suit qu'il étoit alors au Zénith du lieu de la Terre, dont la longitude est de 220 degrés, & la latitude méridionale de 13 degrés, & un peu plus. Décrivant de ce point un grand cercle, on trouve qu'il passe à l'Orient par la Nouvelle Hollande, l'Isle de Borneo, les Philippines, & une partie de la Chine ; au Nord par la Terre de Jessô, à l'Occident par l'Amérique méridionale & septentrionale, & au Midi par la Mer du Sud, ou les Terres Australes ; où l'on voit que la partie orientale de l'Ombre, qui éclipsoit la Lune vers sa fin, étoit terminée par diverses grandes Isles & continents ; & c'est peut-être une des raisons pourquoi l'Ombre étoit plus distincte vers la fin de cette Eclipsé que vers le commencement ; car si l'on suppose, avec bien de la vrai-semblance, que l'Atmosphère est plus chargée de vapeurs sur la Mer que sur la Terre, les réfractions des rayons qui la traversent près de la Mer doivent causer moins de distinction dans l'Ombre de la Terre, que dans les lieux où ces rayons passent près des Terres & des Continents : c'est ce que l'on pourra vérifier par les Observations des Eclipses de Lune qui arriveront dans la suite.



OBSERVATION

OBSERVATION

*De l'Eclipse de Lune, du 13 Février 1729 au soir,
faite à l'Observatoire Royal.*

Par M. GODIN.

J'AI observé cette Éclipse avec un Réticule simple, composé de quatre filets qui se coupent tous au centre d'une Lunette de 8 pieds, & forment entr'eux des angles de 45 degrés. La Lunette étoit montée sur une Machine parallaxique. Cette Méthode donne les différences en Ascension droite & en Déclinaison, entre les principaux points de l'Éclipse & un point déterminé du Disque de la Lune, mais elle est sujette à certaines corrections qui dépendent du mouvement propre de l'Ombre de la Terre & de celui de la Lune. Je donnerai une autre fois les résultats de mes Observations par cette Méthode, & je comparerai alors ces Observations avec les Tables : Voici les Phases principales de cette Éclipse, & le passage des Taches par l'Ombre marquées en temps vrai.

5 Mars
1729.

Lorsque la Lune entroit dans l'Ombre.

A 7 ^h	2' 45"	Commencement de l'Éclipse.
	5 52	Grimaldi entre dans l'Ombre.
	11 6	Galilei couvert.
	13 36	Képler entre dans l'Ombre.
	15 29	Gassendi entre dans l'Ombre.
	22 20	Copernic & Héraclides entrent.
	24 32	L'Ombre au milieu de Copernic.
	27 26 à Hélicon.
	32 38 au bord précédent de Tycho.
	33 36 au bord suivant de Tycho.
	33 47 au milieu de Platon.
	37 47	Le commencement de <i>Mare serenitatis</i> entre.
Mem.	1729.	. B

10 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

à 7 ^h	42'	57"	<i>Catharina</i> dans l'Ombre.
	43	58	L'Ombre à <i>Dionysius</i> .
	48	50 à la fin de <i>Mare serenitatis</i> .
	56	11 à <i>Mare Crisum</i> .
	57	15 au milieu de <i>Mare Crisum</i> .
	58	23 à la fin de <i>Mare Crisum</i> .
8	0	35 à la fin de <i>Mare fecunditatis</i> .
	3	19	Immersion totale.

Lorsque la Lune sortoit de l'Ombre.

9	41	8	Recouvrement de lumière.
	43	18	L'Ombre à Riccioli.
	44	10 à Grimaldi.
	46	8	Tout Grimaldi sorti.
	48	20	L'Ombre à Galilei.
	54	50 au milieu de Képler.
	57	20 à Gassendi.
	59	19 au bord de Tycho.
10	1	17 au milieu.
	2	5 à la fin de Tycho.
	3	22	Héraclides hors de l'Ombre.
	5	13	Copernic est sorti.
	7	57	Eratosithenes hors de l'Ombre.
	8	49	Helicon sort.
	12	59	Le bord de Platon.
	14	5	Tout Platon hors de l'Ombre.
	20	11	Le commencement de <i>Mare serenitatis</i> .
	23	56	<i>Dionysius</i> sort.
	26	17	<i>Catharina</i> sort.
	30	15	La fin de <i>Mare serenitatis</i> .
	36	32	Le commencement de <i>Mare Crisum</i> sort.
	39	19	Milieu de <i>Mare Crisum</i> .
	40	24	Fin de <i>Mare Crisum</i> .
	41	34	Fin entière de l'Eclipe.

Les quatre points principaux de cette Observation ont été

déterminés très-exactement, & s'accordent à ce qui a été observé par d'autres Astronomes; pour ce qui est des Taches, elles ne sont pas si sûres, tant à cause que l'Ombre étoit mal terminée, & que les Taches ne paroissent pas si claires qu'à l'ordinaire, que parce que j'avois plus d'attention aux Observations par le Réticule, qui demandoient beaucoup de soin.

Par ces Observations on trouve la durée totale de l'Eclipse de $3^h 38' 49''$, & la demeure de la Lune dans l'Ombre de $1^h 37' 49''$. Le temps de l'Immersion entière du disque de la Lune est de $1^h 0' 34''$, & celui de son Émerision de $1^h 0' 26''$; d'où, en ayant égard aux variations du mouvement apparent de la Lune & de l'Ombre, on trouve le milieu véritable de l'Eclipse à $8^h 52' 13'' \frac{1}{2}$.

Dans cette Éclipse, l'Ombre ne m'a pas paru bien terminée, elle étoit assés peu dense, sur-tout vers le commencement; la Lune parut de couleur rouge-brun d'abord vers l'endroit où s'étoit faite l'Immersion totale, & ensuite vers celui où se devoit faire l'Émerision. Peut-être que ces apparences ont des causes assés proches de nous, & qu'il ne seroit pas impossible de déterminer. Quelques-uns croient que ces différentes couleurs qui paroissent dans les Éclipses de Lune, sont produites en général par les diverses réflexions des rayons de lumière qui viennent des lieux qui ont pour ces moments-là le Soleil à l'horison, c'est-à-dire, qui se trouvent sous le Cercle appelé par les Astronomes *lucis & umbræ Terminator*.

*Voy. l'Hist.
de l'Acad.
an. 1704;
p. 60.*



O B S E R V A T I O N

*De l'Eclipse de Lune, du 13 Février 1729, qui
a été totale avec demeure.*

A Carré près d'Orléans.

Par M. le Chevalier DE LOUVILLE.

26 Févr.
1729.

Commencement de l'Eclipse à	6 ^h 58'	0"	temps vrai.
Immersion de la Lune dans l'Ombre à	8	0	40
Emerfion à	9	41	53
Fin entière de l'Eclipse à	10	45	0
Demeure de la Lune dans l'Ombre	1	41	13
Durée de l'Eclipse entière	3	47	0

*Calcul de la même Eclipsé par les Eléments dont je me
fers ordinairement, que j'ai indiqués, partie dans les
Mémoires de l'Académie de 1724, partie dans ceux
de 1726.*

Commencement de l'Eclipse à	6 ^h 58'	2"
Immersion de la Lune dans l'Ombre à	8	0 42
Emerfion à	9	41 53
Fin de l'Eclipse entière à	10	44 34
Demeure de la Lune dans l'Ombre	1	41 11
Durée de l'Eclipse entière	3	46 22
Milieu de l'Eclipse à	8	51 18
Opposition véritable à	8	52 31

Il faut ajouter à toutes ces phafes 1' 32" pour avoir le
temps vrai à Paris.

On voit que ce calcul s'accorde avec l'Observation, autant
qu'on peut le fouhaiter dans une Eclipsé de Lune dont les

phases ne se déterminent pas avec la même précision que celles des Éclipses de Soleil, car celles-ci peuvent être observées à 2 ou 3 secondes de temps près, au lieu que celles de Lune ne le peuvent gueres être qu'à près d'une minute, encore la première phase, c'est-à-dire le commencement de l'Éclipse, est-elle si incertaine, qu'on a de la peine d'en juger à une minute près : & j'ai remarqué qu'on l'avoit avec plus de précision, lorsqu'on l'observoit à la vûe simple, que quand on observoit avec des Lunettes.

Il ne s'est rien passé de fort remarquable dans cette Éclipse; il n'y a point eu d'Étoile qui ait été éclipsée par la Lune, la Lune n'a point entièrement disparu pendant l'obscurité totale, comme quelques Astronomes disent l'avoir quelquefois observé. La Lune a été pendant toute l'obscurité totale d'une couleur rougeâtre, mais assez éclairée pour qu'on ait toujours vû ses Taches.

Ceux qui l'ont observée, peuvent avoir remarqué que le bord du disque de la Lune, pendant l'obscurité, sur-tout celui qui étoit du côté du centre de l'Ombre de la Terre, étoit sensiblement plus éclairé que le reste du disque, de la même manière que les Peintres ont coûtume de peindre les extrémités des corps qu'ils veulent représenter sur un fond obscur, qu'ils laissent plus clairs que le reste, afin de le détacher de ce fond, ce qu'ils appellent *un reflet*. Au reste toutes les Éclipses de Lune que j'ai calculées suivant ces mêmes Éléments, se sont toujours accordées avec les Observations que j'en ai faites avec toute la précision qu'on peut attendre de ces sortes d'Observations. Et non seulement toutes les Éclipses de Lune que j'ai observées moi-même, mais j'en ai calculées un assez grand nombre que j'ai tirées des Observations de différents Astronomes, comme de Tycho-Brahé, d'Hévélius dans son Livre intitulé *Machina cœlestis*, que j'ai, & de M. Flamsted, je ne suis tombé sur aucune qui ne se soit trouvée très-exactement représentée par mon calcul, mais ce n'est pas la même chose des Éclipses de Soleil, ce qui fait voir qu'il y a quelque Élément qu'il faut employer différem-

14 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
nient dans les Conjonctions & dans les Oppositions, ce qu'on
ne fait pas.

Je ne trouve pas non plus qu'il soit nécessaire de faire une
correction au Nœud de la Lune, qui me paroît avoir un
mouvement très-uniforme.

M E M O I R E

Sur le Calcul analytique & indéfini des Angles des Triangles rectilignes & sphériques, indépendamment des Tables des Sinus, & sur les MINIMUM & les MAXIMUM de ce Calcul.

Par M. DE LAGNY.

9 Févr.
1729.

DANS le Mémoire que je donnai l'année dernière sur ce sujet, je m'engageai à déterminer les *Minimum* & les *Maximum* de ce calcul, afin de pouvoir comparer dans tous les cas possibles les avantages & les désavantages des différentes Méthodes.

C'est ainsi qu'en calculant le calcul même, on est en état de choisir sûrement & démonstrativement la meilleure des Méthodes.

PRÉPARATION ET CONSTRUCTION.

Fig. 1.

1.^o Soit construit sur la ligne droite AB , prise à discrétion, le Triangle rectiligne, rectangle & isoscele ABC rectangle en B .

2.^o Du point A , comme centre, & de l'intervalle AB , soit décrit le demi-quart de Cercle BD qui coupe au point D l'hypothénuse AC .

3.^o Divisés par la Méthode ordinaire ce demi-quart de Cercle en trois parties égales aux points E & F , enforte que les trois arcs DE , EF & FB soient égaux.

4.^o Abbaissés de ces trois points D , E , F , sur le rayon

AB , les trois perpendiculaires DG , EH & FI .

5.^o Entre les deux points D & E , pris à discrétion un point quelconque K , duquel point vous abaissez sur le rayon AB la perpendiculaire ponctuée KL , & tirez le rayon ponctué AK , le Triangle AKL représentera en général tous les Triangles rectangles de la première classe, c'est-à-dire, tous les Triangles rectangles dans lesquels l'hypothénuse AK est moindre ou non plus grande que le double du plus petit côté KL .

Dans le premier & le plus simple de tous les cas, ou exemples en nombres, l'hypothénuse AK peut être représentée par le nombre 5, le côté moyen AL par le nombre 4, & le petit côté KL par le nombre 3. Ce qui formera le premier & le plus simple de tous les Triangles rectangles en nombres & de la première classe; sçavoir, le Triangle 3, 4 & 5.

Le Triangle rectangle & isoscele ADG est le premier & le plus grand des Triangles de cette première classe. C'est aussi le premier *Minimum* pour le calcul *goniométrique*; car on connoît, sans aucun calcul, la grandeur de ses deux angles aigus ADG & GAD , qui sont chacun la moitié de l'angle droit.

6.^o Entre les deux points E & F , pris à discrétion un point quelconque M , duquel point vous abaissez sur le rayon AB la perpendiculaire ponctuée MN , & tirez le rayon AM .

Le Triangle AMN représentera en général tous les Triangles rectangles de la seconde classe, c'est-à-dire, tous les Triangles rectangles dans lesquels l'hypothénuse est plus grande ou non plus petite que le double du petit côté MN .

Dans le premier & le plus simple de tous les cas ou exemples en nombres, l'hypothénuse AM peut être représentée par le nombre 13, le côté moyen AN par le nombre 12, & le petit côté MN par le nombre 5; ce qui formera le premier & le plus simple de tous les Triangles rectangles en nombres & de la seconde classe; sçavoir, le Triangle 5, 12 & 13.

Le Triangle AEH est en même temps & le dernier & le

plus petit des Triangles de la première classe, parce que l'hypothénuse AE étant précisément double du petit côté EH , elle n'excede *analogiquement* ce double que de zero.

Il est aussi en même temps, & par la même raison d'analogie, le premier & le plus grand des Triangles rectangles de la seconde classe. Ainsi le côté EH est le terme commun où finit la Série des Triangles de la première classe, & où commence la Série des Triangles de la seconde classe.

Cette dernière Série commence donc au point E , & finit ou se termine au point B , extrémité du rayon AB , & elle finit par la coïncidence *analogique* de la dernière hypothénuse avec le rayon AB .

Ce même Triangle AEH est le second *Minimum* du calcul *goniométrique*, parce qu'on connoît, sans aucun calcul, la grandeur de ses deux angles aigus; sçavoir EAH , qui est le tiers de l'angle droit, & par conséquent HEA , qui en est les deux tiers.

Entre l'infinité de ces Triangles de la seconde classe, il y en a un qui mérite une attention particulière, c'est le Triangle AFI formé par la bisection de l'arc BE au point F , par le rayon AF , & par la perpendiculaire FI abaissée du point F sur le point I du rayon AB .

Il est évident, par cette construction, que l'angle FAI est la sixième partie de l'angle droit. Cet angle est le *Maximum quod non* des angles à trouver, c'est un angle de 15 degrés, & par conséquent l'angle IFA est un angle de 75 degrés, c'est un troisième *Minimum* du calcul *goniométrique*.

Ce Triangle FAI a ses trois côtés incommensurables; car le côté moyen AI étant supposé égal à 1, le petit côté FI fera aisément démontré égal à $2 - \sqrt{3}$, & par conséquent le carré de l'hypothénuse AF est égal à $8 - 4\sqrt{3}$, qui n'est pas un carré rationnel; mais comme il ne s'agit uniquement dans le calcul *goniométrique* que de la mesure des angles dans les Triangles dont les rapports des côtés sont exprimés *exactement* par des nombres entiers, ou qui peuvent l'être *indéfiniment près* par des Séries indéfinies, dont tous les termes sont des

des fractions rationnelles & indéfiniment convergentes, il faut substituer à l'irrationnel $2 - \sqrt{3}$ un terme indéfini de l'une des deux Séries suivantes, l'une par défaut, & l'autre par excès. Sçavoir :

La Série par défaut est $2 - \sqrt{3} = \frac{0+}{1}, \frac{1+}{4}, \frac{4+}{15}, \frac{15+}{56}, \frac{56+}{209}, \frac{209+}{780}, \&c.$ à l'infini. La formule générale & génératrice est pour le terme antécédent quelconque $\frac{a}{b}$; & pour le terme conséquent, c'est $\frac{b}{4b-a}$.

La Série par excès est $2 - \sqrt{3} = \frac{1-}{3}, \frac{3-}{11}, \frac{11-}{41}, \frac{41-}{153}, \frac{153-}{571}, \&c.$ à l'infini. La formule générale & génératrice est semblable à celle de la Série précédente ; sçavoir, $\frac{c}{d}$ pour le terme antécédent, & $\frac{d}{4d-c}$ pour le terme conséquent.

C'est un Corollaire aisé à tirer de la transformation donnée de l'irrationnel $\sqrt{3}$ en Séries de fractions rationnelles.

L'infinitième terme est également dans les deux Séries ce même binome irrationnel $2 - \sqrt{3}$.

Mais on n'admet ici (de même que dans tous les calculs trigonométriques) que les côtés des Triangles exprimés par des nombres entiers. Soit que ces côtés soient des lignes droites, ou bien des arcs de grand Cercle, il s'agit toujours de trouver les valeurs des angles par les valeurs des arcs qui doivent servir de mesure à ces angles. On commence par déterminer indéfiniment la valeur de ces arcs réduits en lignes droites relativement au rayon du Cercle, qui est toujours la valeur constante & l'homogene de comparaison ; en sorte que pour l'entière perfection de la Méthode *gonométrique*, la différence entre la valeur réelle de l'arc & la valeur trouvée par la Méthode doit être démonstrativement moindre qu'aucune partie aliquote donnée de ce rayon ; qu'elle soit, par exemple, moindre que la centième, que la millième, que la cent-millième, que la cent-millionième, &c. partie du rayon, & par

conséquent que l'angle ou l'arc cherché soient déterminés indéfiniment avec toute l'exactitude *possible*, par rapport à la valeur constante de l'angle droit, ou, pour parler plus exactement, par rapport à la sixième partie de l'angle droit, qui est, comme je l'ai dit ci-dessus, & comme je l'ai démontré dans les Mémoires des années 1724 & 1725, le seul véritable homogene de comparaison pour la mesure des Angles, de même que l'Arc de 15 degrés est le seul véritable homogene de comparaison pour la mesure des arcs de Cercle.

L'on peut inscrire dans le demi-quart de Cercle un Triangle rectiligne & rectangle, semblable à tout Triangle donné. Car tout Triangle rectiligne, scalene & rectangle a nécessairement l'un de ses deux angles obliques plus petit que la moitié de l'angle droit. On pourra donc faire au point *A*, avec la ligne constante *AB*, un angle aigu, comme, par exemple, *BAK* égal au plus petit des deux angles aigus du Triangle rectangle & scalene donné, & achevant le Triangle *AKL* par la perpendiculaire *KL* abaissée sur le rayon *AB*, on aura un Triangle rectiligne rectangle & scalene semblable au Triangle donné: *Ce qu'il falloit faire.*

Fig. 2; Le Triangle *ADG* est un *Maximum* par rapport à l'aire de tous les Triangles rectangles qu'on peut inscrire dans le demi-quart de Cercle *ABD*, comme, par exemple, par rapport au Triangle rectangle *AKL*.

On peut aisément le démontrer par la Méthode de *Maximis* & *Minimis*; mais on peut le démontrer encore plus simplement, & d'une manière plus élégante & plus lumineuse, en construisant sur la ligne *AD*, hypothenuse commune du Triangle *ADG* & de tout autre, comme *ADL*, car le Triangle rectangle & isoscele *ADG* dans le demi-Cercle *AGLD*, dont le diametre *AD* sert de base commune, il est évident que la hauteur *BG* est plus grande que la hauteur *CL*. Donc, &c.

Un Problème de *Maximis* & de *Minimis* n'est parfaitement résolu que lorsqu'on a déterminé, par une formule générale, l'excès du *Maximum* sur les autres grandeurs géométriques &

homogènes qu'on lui compare ; or dans ce cas-ci, l'excès de l'aire du Triangle ADG sur le Triangle AKL est trop aisé à déterminer pour qu'on s'y arrête.

On sçait aussi que si l'on suppose $AD = 2$, on aura $AG = DG = 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$; ce $\sqrt{2}$ est le premier & le plus simple des irrationnaux.

On sçait aussi que l'hypothénuse AE est précisément double du petit côté EH , & que prenant $AE = 2$, on aura $EH = 1$, & par conséquent $AH = 3^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$; c'est après $\sqrt{2}$ le plus simple des irrationnaux, car 2 surpasse le premier carré parfait 1 seulement d'une unité, de même que 4 second carré parfait ne surpasse 3 que d'une unité. Ces deux nombres irrationnaux $\sqrt{2}$ & $\sqrt{3}$, réduits en Série rationnelle, sont le fondement de tout le calcul cyclométrique & gonio-métrique.

L'arc DE est en un sens le lieu géométrique de tous les sommets K des Triangles rectilignes & rectangles de la première classe, comme AKL qui représente ici toute la Série infinie des Triangles de cette classe ; & de même l'arc EB est le lieu géométrique de tous les sommets, comme M , des Triangles de la seconde classe, comme AMN qui en représente ici toute la Série infinie.

Or l'arc DE étant par construction la moitié de l'arc EB , il semble d'abord qu'on peut conclurre que dans la double infinité de ces Triangles il y en a deux fois plus de la seconde classe que de la première.

Mais d'ailleurs le lieu géométrique des côtés moyens des Triangles de la première classe s'étendant à tous les points depuis AG jusqu'à AH inclusivement, c'est la ligne GH qui est le véritable lieu géométrique de tous les sommets des Angles droits de ces Triangles de la première classe, comme HB est le lieu géométrique de tous les sommets des Angles droits des Triangles de la seconde classe ; on doit conclurre que le nombre infini des Triangles de la première classe est

Or il est démontré que supposant $AB = 2$, on aura $DG = AG = V_2$, & $AH = V_3$. Donc $GH = AH - AG = V_3 - V_2$, & $HB = AB - AH = 2 - V_3$. Mais le rapport de $V_3 - V_2$ à $2 - V_3$ est bien différent du rapport de 1 à 2, & l'on doit s'en tenir à ce dernier rapport, parce que la ligne droite, préférablement à toute ligne courbe, doit être prise pour mesure numérique en pareil cas. Je ne parle ici que des *Triangles primitifs*, à l'exclusion des *Triangles composés*, parce qu'en matière de Géométrie un seul Triangle primitif représente parfaitement la Série entière & infinie des Triangles composés de ce Triangle primitif, dont chaque côté étant divisible à l'infini, représente lui seul tous les rapports des Triangles semblables & composés possibles; ainsi 5, 4, 3, premier Triangle primitif de la première classe, représente les Triangles composés 10, 8, 6 & 15 : 12, 9, &c. & tous les autres à l'infini.

Fig. 1.

L'arc *DK* est égal à l'excès du demi-quart de Cercle *BD* sur *KB*, mesure de l'angle cherché *KAB* dans ce Triangle de la première classe; par conséquent connoissant indéfiniment près par ma formule le petit arc *DK* (qui peut être indéfiniment plus aisé à mesurer que l'arc *KB*) on connoitra indéfiniment près l'arc *BK*, & par conséquent aussi l'angle cherché *BAK*. J'ai démontré cette proposition dans les Mémoires de 1725, depuis la page 303, ligne 3, jusqu'à la page 308, ligne 10, inclusivement.

Dans les mêmes Mémoires, depuis la page 308, ligne 10, jusqu'à la page 310, ligne 20, j'ai démontré que l'arc *Ba* est égal à la moitié de l'arc *BM* pour la seconde classe, & par conséquent on connoitra aussi l'angle cherché *MAB*. *Ce qu'il falloit trouver.*

J'entends par Triangle *subsidaire*, comme 7, 1 & $50\frac{1}{2}$, un Triangle dérivé du Triangle proposé, comme 3, 4 & 5, par une simple analogie, en sorte que les angles du *subsidaire*

sont calculés indéfiniment plus promptement & plus aisément que ceux du Triangle proposé, & que ceux-là étant connus, ceux-ci le sont aussi, ou par une simple addition, ou par une simple soustraction, ou par la simple duplication.

Le premier terme de ma Série donne toujours plus que les degrés & les minutes justes à moins d'une minute près, &c. & il est aisé de déterminer l'approximation en degrés, minutes, secondes, tierces, quartes, &c. à l'infini pour chaque terme de la Série dans les cas les moins favorables, & à plus forte raison dans les cas les plus favorables. *Voyés sur ce sujet les Mémoires de 1724 & de 1725.*

COROLLAIRE.

Les trois *Minimum* définis pour le calcul des Angles des Triangles rectilignes sont donc,

1.^o Le Triangle équilatéral dont supposant un seul côté connu, il est évident que les trois angles & les trois côtés sont aussi connus sans aucun calcul, & même l'aire en est connue analytiquement par le rapport de 4 à $\sqrt{3}$, ou indéfiniment connue par la transformation de l'irrational $\sqrt{3}$ en l'une des deux Séries rationnelles que j'ai données dans les Mémoires de l'Académie.

2.^o Le Triangle rectangle & isoscele, dont un seul des trois côtés étant connu, les trois angles sont parfaitement connus sans aucun calcul, & les côtés le sont aussi par une simple extraction de racine quarrée.

3.^o Le Triangle rectangle, moitié parfaite du Triangle équilatéral.

REMARQUE PREMIÈRE.

Tout Triangle rectiligne & rectangle est *suffisamment* déterminé par deux seuls côtés donnés en nombres, soit que ces deux côtés donnés soient les deux côtés d'autour de l'angle droit (on pourroit, pour abbréger, les appeller *côtés conjugués*, comme on appelle *axes conjugués*, dans les Ellipses & les Hyperboles, ces axes qui se coupent à angles droits) au reste

lorsque l'hypothénuse est irrationnelle dans la seconde classe; ou l'un des deux côtés donnés dans la première classe, en ce cas on fera évanouir l'irrationalité, en se servant de la formule que j'ai donnée pour la Tangente de l'Arc double, prenant le rayon $= r$, qui est le côté moyen irrationnel du second degré, & t pour la Tangente de l'Arc simple, & la Sécante $= s$, cette formule est $\frac{2rrt}{1rr-1tt}$ pour la Tangente, & $\frac{rs^2}{1rr-1tt}$ pour la Sécante de l'Arc ou de l'Angle double, lesquelles étant connues, on connoîtra l'Angle double, & par conséquent l'Angle simple cherché.

REMARQUE SECONDE ET GÉNÉRALE.

Plus le rapport donné en nombres pour les deux côtés d'autour de l'Angle droit dans un Triangle rectangle approche du rapport d'égalité, plus le calcul est aisé & prompt pour la mesure des Angles, comme pour le Triangle 20, 21 & 29, ou plus il approche du rapport d'égalité entre l'hypothénuse & le côté moyen, comme dans le Triangle 9, 40 & 41. Au contraire le calcul est d'autant plus long que ce rapport donné approche plus du rapport de $\sqrt{3}$ à 1, qui est pourtant un *Minimum*, ou que plus il approche du rapport $2 + \sqrt{3}$ à 1, qui est un autre *Minimum*.

En général le calcul est toujours fort aisé, lorsque le côté moyen est multiple du petit côté, comme dans les rapports de 5 à 1, de 7 à 1, &c. & plus la multiplicité est grande, & plus encore à proportion le calcul est prompt & aisé; car dans la Série $\frac{3rrt^4-1t^5}{3r^2}$, $\frac{7rrt^3-1t^5}{35r^6}$, le calcul est d'autant plus aisé & plus prompt, que r représente un plus grand nombre, & t un plus petit nombre, comme si $r = 10$ & $t = 1$, ou $r = 1$ & $t = \frac{1}{10}$, on aura

Pour le 1.^{er} terme $\frac{3r^2-1}{3r^3} -$ & il a pour limites $\frac{1}{5r^3} -$.

Pour le 2.^d terme $\frac{7r^2-5}{35r^7} -$ & il a pour limites $\frac{1}{9r^7} -$.

Pour le 3.^{me} terme $\frac{11r^2-9}{99r^{11}} -$ & il a pour limites $\frac{1}{13r^{13}} -$.

Et ainsi de suite. Or ces limites prouvent une approximation indéfinie & très-prompte.

Pour rendre très-sensible l'avantage immense de ce calcul, il suffira d'ajouter ici l'exemple précédent de cette espèce de *Minimum*.

Soit *ABC* le Triangle rectiligne donné rectangle en *B*, Fig. 3. dont le côté moyen *AB* d'autour de l'Angle droit soit décuple du petit côté *BC*. Il s'agit de connoître indéfiniment près, très-promptement & très-facilement, la valeur de l'Angle aigu *BAC*, sans se servir des Tables des Sinus.

Du point *A*, comme centre, & de l'intervalle *AB*, comme rayon, décrivés le petit arc *Bd*, dont la tangente est *Bc*.

Soit ce rayon toujours constant, $=r=i$, & la tangente $Bc=t=\frac{1}{10}$, & l'arc $Bd=x$, l'on aura, suivant ma formule, $x = \frac{3r^2-1}{3r^3} = \frac{300-1}{3000} = \frac{299}{3000}$, dont les limites sont

$\frac{1}{5r^3} = \frac{1}{500000}$; donc dès le premier terme on a la valeur cherchée de l'arc *Bd* relativement au rayon *AB* à moins de $\frac{1}{500000}$, c'est-à-dire, à moins d'une cinq cens milliême partie de ce même rayon *AB*, & par conséquent à moins de la partie correspondante de la circonférence du Cercle indéfiniment aisée à déterminer.

Le second terme, qui est $-\frac{2r^2-3}{35r^5}$, étant ajouté au premier, les limites de la somme sont $\frac{1}{9r^5} = \frac{1}{9000000000}$; ou à moins de la partie correspondante de cette même circonférence, ou de la 24.^{me} partie, qui est le *Maximum* constant de l'Arc qui sert de mesure à tout Angle *subsidaire*, de même que la demi-circonférence est le *Maximum* de tout Angle primitif & proposé rectiligne, curviligne ou mixtiligne quelconque.

Si le rayon entier du Cercle est supposé courbé en arc du même Cercle, ce rayon ainsi courbé répondra à 57^d, 17^e,

43", 48''', &c. 40^x, ainsi l'on trouvera à combien répondra la $\frac{1}{500000}$ du même rayon ? il faut commencer par réduire ces 57^d, 17', 43", 48''', &c. 40^x en minutes du genre auquel on se fixe, & l'on aura la valeur cherchée à moins de la cinq cens milliême, & ensuite à moins de la neuf mille millionniême, & ensuite de la neuf billionniême partie de ce même rayon *AB*, & par conséquent à moins de la très-petite partie du Cercle correspondante, & aisée à déterminer.

Le troisiême terme $\frac{1177-2}{997^{11}}$ ajouté aux deux premiers termes, donne la valeur cherchée à moins de $\frac{1}{13000.00000.00000}$, c'est à moins de la treize trillionniême partie de ce même rayon, & ainsi de suite.

On pourra, si l'on veut, réduire par une simple Regle de Trois ces valeurs en degrés, minutes, secondes, tierces, &c. à l'infini.



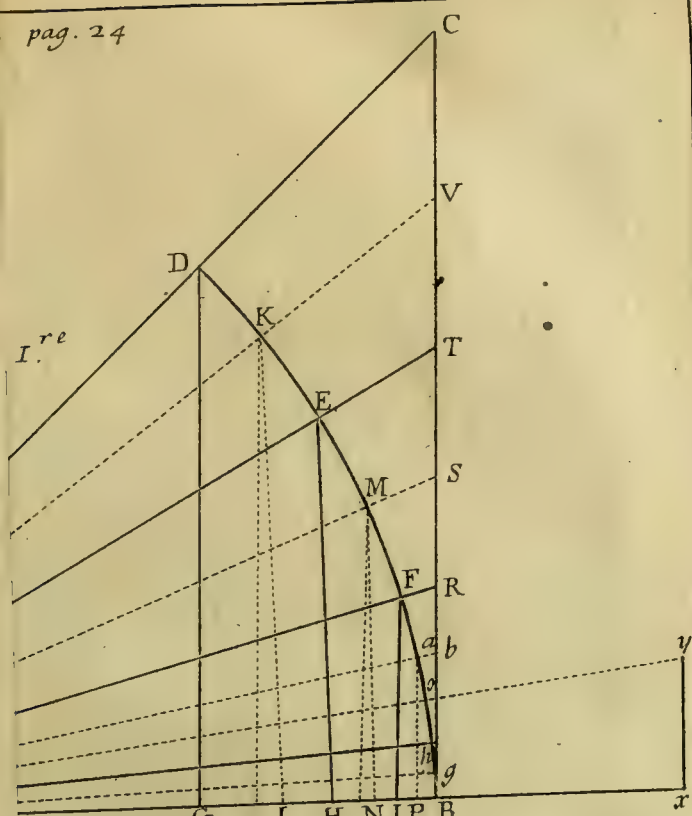


Fig. 2^e.

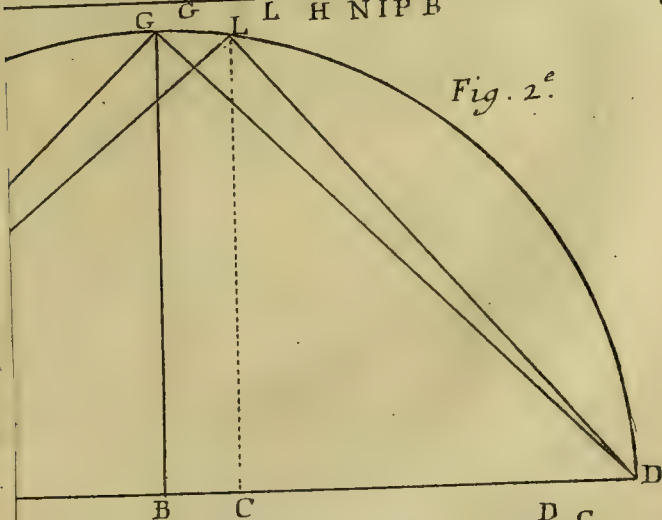


Fig. 3^e.

OBSERVATIONS ANATOMIQUES

Sur la Rotation, la Pronation, la Supination, & d'autres mouvements en rond.

Par M. WINSLOW.

ON ſait que par le mot de *Rotation* les Anatomiftes entendent des mouvements réciproques d'une partie du Corps humain autour de la longueur ou de l'axe de la même partie, & qu'ils appliquent ſpécialement ce terme aux demi-tours réciproques de la Cuiſſe, par leſquels l'Homme étant debout, tourne le bout du pied en dehors & en dedans.

J'ai employé ce même terme dans mon Mémoire de 1720, à l'occafion des demi-tours du Bras, & dans un autre Mémoire, pour expliquer les demi-tours de la Jambe fléchie. Je m'en ſers encore en général par rapport à tous les autres demi-tours ſemblables qui s'obſervent dans les mouvements du Corps humain. Tels ſont ceux de la Tête, du Col, du Thorax; du Baſſin, & même de tout le Tronc, par leſquels on tourne ces parties à droit & à gauche. On peut encore rapporter à la Rotation les demi-tours réciproques de la Main, que les Anatomiftes appellent *Pronation* & *Supination*, & qui ſe font principalement par le moyen du Rayon; je dis *principalement*, parce que j'ai obſervé que ce n'eſt pas toujours cet os ſeul qui eſt mû pour faire la Pronation & la Supination, comme on le croit & on le montre communément. J'en rendrai raifon ci-après.

Outre cette eſpece de mouvement en rond, il y en a une autre que l'on peut appeller *mouvement en fronde* ou *en cone*, en ce que dans cette occaſion l'une des extrémités de la partie roule dans un petit eſpace comme autour d'un centre, pendant que l'autre extrémité fait un contour en cercle plus ou moins grand, & que le tout par ce même mouvement

Mem. 1729.

. D

9 Avril
1729.

décrit une figure conique. C'est ce qui paroît, quand le bras étant étendu, on forme un rond ou cercle avec le bout des doigts; ou qu'étant debout, on trace un grand contour avec la pointe du pied; car alors la tête de l'os du bras & celle du fémur roulent dans leurs articulations, pendant que tout le reste du bras & de la cuisse parcourt un plus grand espace ou chemin par leurs tournoyements.

Columbus, Anatomiste Romain, & contemporain de Vésale, avoit déjà remarqué dans sa description des Muscles du Bras & des Muscles droits de l'Oeil, que cette espece de mouvement en rond n'est que la combinaison successive de l'action des Muscles Releveurs, Abbaisseurs, Adducteurs & Abducteurs. Ce n'est pas seulement avec le bras & la cuisse que l'on peut faire ce tournoyement, on le peut encore avec l'avant-bras fléchi, la jambe fléchie, la main & le pied; on le peut aussi avec la tête & le tronc. La mécanique en est différente dans les différentes parties. Le mouvement conique du bras & de la cuisse se fait par une seule articulation. Celui de l'avant-bras fléchi & de la jambe fléchie ne se peut faire que par le moyen de plusieurs articulations. Il est évident qu'il en faut encore davantage pour la tête & le tronc en pareilles occasions.

On destine communément certains Muscles pour faire la Rotation ou les demi-tours réciproques de la cuisse, & on les appelle *Muscles Rotateurs* de cette partie. Il est certain qu'ils y contribuent, quand la cuisse est dans une même ligne droite avec le corps, comme quand on est droit debout, ou couché de tout son long. Mais la cuisse étant fléchie comme quand on est assis, ces muscles ne peuvent point du tout faire cette rotation, ni y contribuer en la moindre chose; car alors ils deviennent abducteurs ou adducteurs, & ceux que l'on borne ordinairement à l'abduction ou l'adduction deviennent rotateurs. Ainsi il faut nécessairement distinguer la Rotation de la cuisse étendue d'avec celle de la cuisse fléchie, & non pas attribuer l'une & l'autre aux mêmes muscles. Je n'entre pas ici dans le détail de tous les Muscles qui concourent à

ces mouvements, ni de l'attitude de l'os du fémur, qui ne peut point du tout faire une vraie Rotation, selon l'idée & le langage ordinaire des Anatomistes, à cause de l'angle de sa partie supérieure. Cette observation n'est pas une pure curiosité, j'en ferai voir l'utilité particulière dans une autre occasion.

La Rotation de l'avant-bras, que les Anatomistes appellent *Pronation* & *Supination*, est attribuée pour l'ordinaire uniquement aux demi-tours réciproques de l'os du rayon. On veut que l'os du coude n'y contribue en rien. On prétend même le montrer clairement sur le Squelette aussi-bien que sur le Cadavre, dans toutes les attitudes de l'avant-bras, soit qu'il soit étendu ou plus ou moins fléchi. J'ai néanmoins observé que dans les Pronations & Supinations les plus ordinaires & tout-à-fait libres, les deux os se meuvent toujours en même temps, & je n'ai observé que deux attitudes contraires ou gênées, dans lesquelles l'os du coude demeure comme immobile, ou a très-peu de mouvement, pendant que l'os du rayon roule de côté & d'autre autour de lui. L'une de ces attitudes contraintes est celle que l'on voit, quand on applique l'os du coude selon sa longueur sur une Table dans une situation moyenne entre Pronation & Supination, la main étant en même temps étendue, le petit doigt couché sur la Table, & l'Index directement en haut; si alors sans glisser l'os du coude sur la Table, & sans l'en écarter, on ne fait que rouler l'avant-bras là-dessus par des demi-tours réciproques. L'autre attitude contrainte est dans le fond la même, excepté que l'avant-bras est en l'air & sans appui, pendant que l'on tâche de tenir l'os du coude immobile pour faire les demi-tours réciproques uniquement avec l'os du rayon; ce que l'on trouvera fort gênant.

Il est très-visible que dans les attitudes libres non contraintes, la Pronation & la Supination se font comme sur l'axe de l'extrémité de l'avant-bras, cette extrémité étant considérée dans son entier, c'est-à-dire, comme composée des deux os; de sorte qu'alors l'extrémité de l'os du coude se meut en même temps que celle du rayon, & ne décrit pas seule-

ment aussi-bien que le rayon par ce mouvement une portion de cercle, mais même une portion qui paroît égale à celle du rayon.

J'ai encore observé ici une circonstance particulière, sans laquelle je n'aurois pas bien compris cet artifice, & j'avoue que sans elle j'ai été plusieurs fois porté à abandonner mon idée, & à croire que je m'étois trompé. Cette circonstance est que l'os du coude n'a pas dans ce cas-ci un mouvement simple comme l'os du rayon, mais un mouvement composé auquel l'os du bras ou l'humerus a autant de part que l'os du coude.

Ceci paroît d'abord un paradoxe, en ce qu'au lieu de dire, selon le langage ordinaire & l'idée commune, que le mouvement de Pronation & de Supination se fait par un os seul, sçavoir le rayon, & par les muscles particuliers, qu'on appelle pour cela *Pronateurs* & *Supinateurs*, il faudra dire, selon cette observation, que dans le cas proposé trois os & les muscles de ces os sont absolument nécessaires pour faire les mouvements de Pronation & de Supination dont il s'agit ici. Un peu d'attention dissipera les difficultés.

Il faut premièrement examiner & vérifier la réalité du mouvement simultané de ces trois os, & ensuite en considérer les organes. Pour cela il faut d'abord, par exemple, fléchir l'avant-bras en angle droit, le tenir dans une distance déterminée de la poitrine, & dans cette attitude faire à diverses reprises & doucement des Pronations & des Supinations libres autour de l'axe du poignet. On verra alors que dans chaque Pronation l'extrémité de l'os du coude s'éloigne de la poitrine, & que dans chaque Supination il s'en approche : on verra en même temps que cette extrémité de l'os du coude s'élève dans la Pronation & dans la Supination, & qu'elle se rabaisse dans l'état moyen : on verra enfin que cette extrémité de l'os du coude par ces mouvements successifs d'élévation, de rabaissement, d'approche & d'éloignement, décrit réellement une portion de cercle à contre sens de celle que l'extrémité du rayon décrit en même temps.

S'étant ainsi assuré du fait par rapport au mouvement de l'extrémité de l'os du coude, on se souviendra que, selon les observations constantes & les examens réitérés des Anatomistes experts, l'articulation de cet os avec l'os du bras est tout-à-fait en charnière complete, de telle sorte qu'il est impossible, dans l'état naturel, de faire d'autre mouvement de l'os du coude sur l'os du bras, que celui de flexion & d'extension, & par conséquent que dans ces Pronations & dans ces Supinations l'extrémité de l'os du coude ne peut pas faire les mouvements d'approche & d'écartement, dont je viens de parler, si l'on tient en même temps l'humerus immobile, comme je l'ai expérimenté, en mettant l'humerus d'un Cadavre dans un Étau, après l'avoir dépouillé de ses muscles & de ses membranes. D'où il faut conclure que ces mouvements d'approche & d'éloignement ne peuvent se faire que par de petites rotations réciproques de l'os du bras dans son articulation avec l'omoplate.

Pour s'en convaincre par l'expérience, on n'a qu'à tenir ses doigts appliqués à la partie postérieure de la tête de l'humerus à nud d'une personne maigre, pendant que cette personne fait des Pronations & des Supinations de la manière que je viens d'indiquer ; car alors on y sentira de petits mouvements réciproques. Il faut observer, en faisant cette expérience, d'appliquer ses doigts bien en arrière, & le plus proche de la cavité glénoïde de l'omoplate qu'il est possible ; ce qui n'est pas si aisé à faire sur soi-même que sur un autre. Et pour faire cette même expérience encore avec plus de sûreté, il faut en même temps appuyer l'olécrâne sur une Table, & tenir l'extrémité de l'avant-bras un peu élevée ; pendant que l'on fait les Pronations & les Supinations libres dont j'ai parlé.

Après avoir démontré par ces expériences, que la Pronation & la Supination ne se font pas toujours par un os seul, comme on a crû jusqu'à présent, & qu'elles se font par le moyen de trois os en même temps, il est aisé de juger que les quatre muscles, auxquels seuls on a attribué la Pronation

& la Supination, n'y fuffifent pas, & qu'il en faut encore d'autres pour les petits mouvements d'élevation, d'abaissement, d'approche & d'éloignement de l'extrémité de l'os du coude.

Ce haussement & ce rabaissement se font par les muscles qui servent à fléchir & à étendre l'os du coude, sçavoir, par le muscle brachial interne, & par un ou plusieurs de ceux qu'on appelle *Extenseurs du coude*. L'approche & l'éloignement sont exécutés par ceux qui peuvent faire la rotation de l'os du bras ; tels sont le muscle souscapulaire, & celui qu'on nomme le *Petit Rond*, comme j'ai fait remarquer dans mon Mémoire de l'année 1720. Le Biceps n'a aucune part à ces petits mouvements de l'os du coude dans la Pronation ; il en peut avoir dans la Supination, & il est même dans quelques occasions un Supinateur beaucoup plus fort que les Supinateurs ordinaires, comme je l'ai fait voir dans le même Mémoire.

Le mouvement en cone de l'avant-bras fléchi se peut faire indépendamment de Pronation & de Supination, & on peut aussi faire en même temps ensemble les deux sortes de mouvements en rond, c'est-à-dire, le conique & celui de Pronation & de Supination.

Ces observations paroissent d'abord bien stériles, & comme de pures curiosités, dont on ne pourra tirer aucune utilité, & qui ne vaudront pas la peine qu'elles ont donnée ; mais premièrement elles confirment ce que j'ai avancé autrefois sur le défaut d'une connoissance exacte des fonctions des Muscles. Secondement elles servent à accuser plus juste dans certaines maladies qu'on ne le fait pour l'ordinaire. Par exemple, quand en faisant avec l'avant-bras fléchi la Pronation, ou la Supination, ou le mouvement conique, on sent en même temps une douleur ou quelque difficulté aux environs de l'omoplate, on en accusera pour l'ordinaire quelque tiraillement, compression, obstruction, ou autre indisposition, des nerfs, des vaisseaux, ou de tous les deux, & cela sur l'idée de la communication des nerfs & des vaisseaux de l'épaule

avec ceux de l'avant-bras ; & on dira que par cette communication les derniers étant ébranlés causent une irritation aux premiers. Cependant , selon les observations que je viens de donner , on trouvera des cas où ni ces nerfs ni ces vaisseaux n'y ont aucune part immédiatement ; ce sera l'indisposition d'un ou de plusieurs muscles de la partie supérieure de l'humérus qui en est la vraie cause , auxquels muscles on ne songera jamais dans un tel cas , tandis que l'on en ignore les fonctions que je viens d'exposer.

Je remettrai pour la suite de ce Mémoire mes observations sur les autres mouvements en rond qui se rencontrent dans le Corps humain.



R E C H E R C H E S

D' U N

SPECIFIQUE CONTRE LA DYSENTERIE,

Indiqué par les anciens Auteurs sous le nom de MACER, auquel l'Ecorce d'un Arbre de Cayenne, appelé Simarquba, peut être comparé & substitué.

Par M. DE JUSSIEU.

27 Avril
1729.

Les Plantes les plus célèbres, qui sont indiquées communément par les Botanistes anciens, ou particulièrement par les Voyageurs modernes, comme des Remedes spécifiques, ne sont véritablement spécifiques qu'en certains cas. Autant les Maladies paroissent être semblables par certains accidents qui leur sont communs, autant elles diffèrent quelquefois par les causes d'où ces accidents dépendent : d'où il doit arriver nécessairement que les mêmes Remedes, appliqués dans des Maladies qui ne sont semblables qu'en apparence, ne produisent presque jamais les mêmes effets. C'est de-là que vient l'abus que l'on fait tous les jours des Plantes les plus salutaires, & le discrédit dans lequel tombent ensuite celles qui ont eu d'abord le plus de vogue.

L'*Ipecacuanha*, que Pison a marqué comme un des remedes qui réussissoit le mieux dans les Dysenteries chés les Peuples du Bresil ; cette Racine que feu M. Helvétius a le premier si heureusement employée dans ce Pays, & qui par la suite y a passé avec justice pour un Spécifique contre cette maladie, est sur le point d'éprouver ce sort si ordinaire à toutes les Plantes qui nous sont apportées comme merveilleuses des Pays étrangers.

Faudra-t-il donc proscrire ce remede, parce qu'il n'a pas toujours constamment réussi dans les Dysenteries dans lesquelles

quelles on l'a donné? où n'accusera-t-on pas plutôt le peu d'expérience de ceux qui n'étant pas Médecins, le conseillent dans des occasions où il ne convient pas? Mais quel remède, si efficace qu'il puisse être, ne seroit pas sujet à perdre son crédit dans de pareilles mains?

Celui de l'*Ipecacuanha* n'a certainement diminué chés nous que parce qu'au lieu de s'en servir prudemment dans les circonstances où il y a amas de crudités dans les premières voyes, ou obstruction dans les viscères du bas-ventre, on l'a employé tantôt dans des Flux hépatiques, tantôt dans des Dévoymens dysentériques occasionnés par l'usage immodéré des purgatifs, souvent dans les cas d'une inflammation prochaine du bas-ventre, & quelquefois lorsque par le caractère d'une douleur aigüe & fixe qui accompagne certaines Dysenteries, on auroit eu lieu de soupçonner un Ulcere chancreux dans les intestins.

C'étoit dans toutes ces occasions vouloir, pour ainsi dire, forcer la Nature à produire par ce remède des effets auxquels elle ne l'a pas destiné. Si le peu de fruit qu'on en tiroit dans tous ces cas, marquoit qu'ils étoient tous hors de sa sphere, n'étoit-il pas prudent au Médecin praticien de s'en abstenir, puisque dans ces circonstances il n'avoit pas répondu à son attente! Et comme il avoit éprouvé par ses observations, que cette Racine ne guérissoit que des Dysenteries d'un certain caractère, cette expérience ne devoit-elle pas l'animer à chercher, pour celles qui seroient d'une autre espece, de nouveaux Spécifiques?

On ne pouvoit guere douter qu'il n'en exista, pour peu que l'on eût consulté les Botanistes anciens; & s'ils en connoissoient quelques-uns, pourquoi desespererons-nous de les tirer de l'oubli dans lequel ils sont tombés chés nous depuis eux?

Dioscoride parle d'une Ecorce tirant sur le jaune, assés épaisse & fort astringente, qu'il dit qu'on apportoit de Barbarie, c'est le nom que l'on donnoit alors aux Pays orientaux les plus reculés; Ecorce avec laquelle on faisoit de son temps une boisson qui remédioit aux Hemorragies du nés, de la

34 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
bouche, aux Dysenteries & aux Dévoyemens : il lui donne
les noms de *Manep* & de *Manép*.

Pline appelle de ces mêmes noms de *Macer* & de *Mauir*,
l'Ecorce d'un Arbre qui étoit apportée des Indes, & qu'il
dit être rougeâtre.

Galien, qui dans les descriptions qu'il en fait, & sur l'usage
qu'il en donne, s'accorde avec ces deux Auteurs, ajoûte seu-
lement qu'elle est aromatique.

Et il n'est pas surprenant qu'Averroès & d'autres Méde-
cins Arabes connussent le *Macer*, puisque l'Arbre dont il est
l'écorce croissoit dans les Pays orientaux.

Tout ce qu'ont dit ces anciens Auteurs sur le *Macer*, se
retrouve dans les Relations de quelques Voyageurs aux Indes
Orientales, c'est-à-dire, à la Côte de Malabar & en l'Isle de
Sainte-Croix. Ils nous parlent d'une Ecorce grisâtre qui,
étant desséchée, devient, à ce qu'ils disent, jaunâtre, fort astringe-
nte, & a les mêmes vertus que le *Macer* des Anciens.

Christophe Acofta, l'un des premiers Historiens des Dro-
gues simples qu'on apporte des Indes, & qui y étoit Mé-
decin du Viceroy, dit que l'Arbre qui porte cette Ecorce,
étoit appelé *Arbre de las Camaras*, *Arbre sancto* par les Por-
tugais, c'est-à-dire, Arbre pour les Dysenteries, & par excel-
lence Arbre saint ; *Arbre de Sancto Thome*, Arbre de Saint
Thomas, par les Chrétiens ; *Macruyre*, par les gens du Pays,
& *Macre* par les Médecins Brachmans, ce qui est conforme
avec l'ancien mot *Macer*.

Ce même Historien, qui est le seul qui nous ait donné la
Figure de cet Arbre, le compare à un de nos Ormes ; du
reste il rapporte sur l'usage de son Ecorce des faits si particu-
liers, dont il dit avoir été témoin, qu'il n'y a guere de remede
qui puisse à plus juste titre mériter le nom de *Spécifique*.

Pour montrer le cas que l'on fait de cette Ecorce dans les
Indes je ne citerai qu'un des traits du Livre de ce Médecin,
c'est l'éloge qu'il rapporte qu'un Indien, qui lui en monstroît
l'Arbre, qu'il appelloit *Macre*, lui donnoit, c'est-à-lire en sa
langue, que c'étoit un Arbre montré par les Anges pour le

salut des hommes, & qui étoit préférable dans la petite dose à la grande quantité que l'on a coûtume de faire prendre des Écorces de Myrobolans, d'Areca & de Coru, qui ont toujours été réputés chés les Indiens pour les plus excellents remèdes contre la Dysenterie.

Clusius, Botaniste du seizième Siècle, & célèbre sur-tout par ses recherches sçavantes sur les Plantes étrangères, soupçonnoit déjà de son temps, qu'une petite quantité d'Écorce semblable à celle que je viens de décrire, qu'il vît chés un Médecin d'Amsterdam, auquel on l'avoit apportée des Indes comme un spécifique contre la Dysenterie, étoit la même Écorce que Monard, Médecin de Séville, dit, dans son Histoire des Drogues, s'être si heureusement servi sans la connoître pour cette maladie.

Toutes ces descriptions qui paroissent convenir à un même Arbre, & cette tradition des vertus de son Écorce, prouvée par ces Auteurs, ont excité ma curiosité pour la connoissance d'un Remède si souverain, & sur la recherche des causes pour lesquelles nous l'avons tout-à-fait perdu depuis Galien dans ces Pays occidentaux.

On commença vers l'année 1713 à apporter de la Cayenne à M. le Comte de Pontchartrain, Secrétaire d'Etat, l'Écorce d'un Arbre que l'on appelle dans le Pays *Simarouba*, & qu'on lui assûra y être employée avec succès dans les Dévoyemens & les Dysenteries. Cette utilité porta ce Ministre à communiquer cette Drogue à l'Académie des Sciences, & à M. Fagon, alors premier Médecin du Roy, qui en fit part aux Professeurs du Jardin Royal : mais la petite quantité qui leur en fut distribuée, ne leur ayant pas permis d'en faire plusieurs expériences, elle ne leur servit dans leur Droguiier que d'échantillon d'une Drogue rare dont les effets n'étoient pas encore bien avérés dans ces Pays.

Tout ce qu'on en découvrit alors par les expériences que nous en fit faire M. Fagon, fut qu'au moins ce remède n'étoit pas dangereux, puisqu'il ne causoit aucun effet sensible, ni

par quelque évacuation que ce fut, ni par la moindre douleur dans les entrailles.

Mais en 1718, où les chaleurs de l'Été furent excessives, & causerent une infinité de Dévoyemens dysenteriques, qui bien-loin de céder aux Purgatifs & aux Astringents ordinaires, même à l'*Ipecacuanha*, dont on avoit coûtume de se servir utilement pour arrêter ces sortes d'évacuations outrées, ne faisoient au contraire, par la répétition de ces remèdes, que s'irriter davantage, nous recourûmes, comme au dernier remède & au plus souverain, à la petite quantité de *Simarouba* qui nous étoit restée de la distribution que M. Fagon nous en avoit faite, & nous nous aperçûmes enfin que de tous les remèdes que nous avions mis auparavant en usage, aucun n'avoit réussi aussi promptement que celui-ci.

Ces heureux succès m'ayant fait de plus en plus estimer cette Écorce, je priai M. Raudot, Intendant général des Classes de la Marine, de m'en procurer une nouvelle provision, dans la vûe de m'en servir, non pas seulement dans les Dysenteries, parce qu'au commencement de 1719 elles étoient cessées, mais dans les pertes de sang, si communes aux femmes dans ces Pays-ci, & si dangereuses par l'usage de l'Alun que l'on y employoit depuis quelque temps pour remède.

Ma conjecture sur l'affinité des causes qui produisent ces pertes & certaines dysenteries assés ordinaires, me porta à employer la même drogue pour ces deux maladies ; & la continuation du succès dans l'un & dans l'autre cas, bien-loin de me donner occasion de faire un secret de cette découverte, m'engagea au contraire à comparer toutes ces observations avec celles que j'avois vûes dans nos anciens Auteurs de Botanique touchant la description & les effets du *Macer*, dans la vûe de rendre au Public ce précieux spécifique si vanté chez eux.

Effectivement l'on peut dire que si le *Simarouba* des Américains n'est pas le *Macer* des Anciens, au moins lui est-il très-semblable par sa forme & par ses effets.

La couleur du *Simarouba* est d'un gris tirant sur le jaunâtre; Dioscoride dit que celle du *Macer* est jaunâtre.

Nôtre Ecorce est plus ou moins épaisse selon l'âge de l'Arbre; le même Auteur fait celle du *Macer* assés épaisse.

Celle-ci est généralement reconnüe, par tous ceux qui en ont parlé, pour être très-astringente; c'est aussi la vertu spécifique du *Simarouba*, dont la décoction étant bûe, réussit comme faisoit ce spécifique ancien donné de la même manière.

Du reste, on auroit de la peine à établir une parfaite uniformité entre le *Simarouba* & le *Macer*, puisque les Auteurs qui parlent de ce dernier, ne s'accordent ni sur la partie de l'Arbre d'où se tire cette Ecorce, ni sur la qualité de son odeur & de sa saveur; & c'est à la variété de leurs Relations sur ce point, & à l'ignorance des Commentateurs qui confondoient le *Macer* avec le *Macis*, qu'il me paroît qu'on peut attribuer la cause de l'oubli dans lequel a été chés nous cette Droque depuis Galien; car pour ce qui est du Pays des Indes orientales d'où Pline, Sérapion & Averroës conviennent qu'on la faisoit venir, Garcias-ab-Horto, Acoſta & Jean Mocquet qui dans le pénultième Siècle y avoient voyagés, assùrent qu'alors ce remede y étoit usité dans les Hôpitaux, & qu'à Bengale il s'en faisoit un commerce assés considérable.

Quant à ce qui regarde le *Simarouba*, voici ce que j'ai eu lieu d'observer, après en avoir reçu une cinquantaine de livres en 1723 de M. Barrere, Médecin Botaniste, à son retour de la Cayenne. Cette Ecorce ressemble assés, pour l'extérieur & pour l'intérieur, à celle du Tilleul, elle a même sa qualité filandreuse qui la rend souple & difficile à se casser, & étant mâchée, elle a un petit goût d'amertume très-supportable qu'elle communique à l'eau dans laquelle on la fait bouillir.

On remarque, tandis que cette ébullition se fait, que l'eau dans laquelle on a jetté cette Ecorce, devient blanche, mousseuse comme du Lait, qu'elle s'élève plus considérablement dans le vaisseau qui la contient que ne le font les décoctions des Drogues ordinaires, & qu'après cette ébullition étant reposée, elle prend une couleur rougeâtre approchant de celle de la petite Bière.

Depuis près de quinze ans que j'employe le *Simarouba* ; j'ai remarqué que deux gros de cette Écorce, bouillis dans trois demi-septiers d'eau, que l'on réduit par l'ébullition à chopine, suffisent pour trois verrées, qui est la dose ordinaire de ce remède.

Cette simple décoction m'ayant toujours mieux réussi que la poudre de l'Écorce & de son bois, je la conseille d'autant plus volontiers qu'elle n'est point désagréable à boire ; néanmoins lorsque quelques Malades aiment mieux prendre le *Simarouba* en poudre, il faut faire raper cette Écorce & ce bois à peu-près comme le Tabac, & en donner le poids de douze ou de vingt grains de trois en trois heures, ou en pilules, ou entre deux tranches de potage. Cette manière est vrai-semblablement préférable à celle qu'Acosta dit que les Médecins Indiens ont de donner cette poudre dans du petit Lait aigri.

Avant de faire part au Public de ce que j'écris aujourd'hui, je me suis assuré par mon expérience que l'effet du *Simarouba* a presque toujours été constamment le même dans les Dysenteries opiniâtres & glaireuses, dans les Dévoiyements bilieux & sanguinolents, qui presque tous à la troisième ou sixième verrée se sont arrêtés sans aucune douleur, ni aucune évacuation par haut & par bas, si ce n'est que les urines couloient en plus grande quantité, & devenoient mieux colorées, & qu'il survenoit quelquefois & dans certains Sujets des sueurs abondantes.

Presque tous ceux qui en ont été guéris, m'ont rapporté qu'ils avoient senti intérieurement dès la seconde verrée de la décoction du *Simarouba* une espece de mouvement sourd par tout le corps, ce qu'ils appelloient un combat avec le mal, à peu-près semblable à l'effet que produit le Quinquina, lorsque étant donné à propos, il arrête subitement un accès de Fièvre.

Enfin quoique j'aye vû que ceux de ces Malades qui étoient les plus exténués & les plus dégoûtés, ayent repris dès la seconde nuit qui a suivi l'usage de ce remède, une sérénité qui étoit un pronostic de leur guérison prochaine, & ayent

recouvré un sommeil doux & l'appétit qu'ils avoient perdu; néanmoins il s'est trouvé quelques Sujets qui, ou par le défaut de régime, ou par quelque reste de maladie, sont retombés quelques jours après leur rétablissement, mais par l'usage de la même boisson réitérée deux à trois jours de suite, le mal a enfin cessé.

Malgré les bons effets du *Simarouba*, desquels je rends témoignage, il faut pourtant avoier qu'il seroit dangereux; ou du moins inutile de s'en servir dans des Dévoyements, des Pertes & des Dysenteries, où l'évacuation des premières voyes seroit nécessaire, avant de songer à raffermir les entrailles, parce que la constipation qui survient après ce remède, & qui dure deux & trois jours, pourroit occasionner quelque dépôt, sur-tout dans des Sujets où les reins sont embarrassés, & dans les personnes qui ne suent pas volontiers. Ainsi il me paroît être de la prudence non seulement d'avoir recours, avant l'usage du *Simarouba*, aux remèdes généraux; mais encore de proportionner sa dose à l'état du Malade.

A juger par le goût d'une légère amertume que l'on sent en mâchant le *Simarouba*, aussi-bien que par la couleur blanche & laiteuse qu'on remarque qu'il produit dans l'eau, lors de son ébullition, & par la promptitude avec laquelle il arrête les Dévoyements dysenteriques les plus opiniâtres & les plus invétérés, non seulement en supprimant tout-à-coup le sang qui étoit mêlé avec les déjections, mais encore en rendant aux excréments leur consistance naturelle, on peut assurer qu'il entre dans sa substance une matière saline acre, enveloppée de parties huileuses & balsamiques. Car son amertume & le recouvrement de l'appétit qu'il procure, dépendent de cette matière acre qui devient stomachique; la couleur laiteuse que l'eau dans laquelle on fait bouillir cette Ecorce, prend pendant son ébullition, y indique une qualité balsamique onctueuse, dont les preuves certaines sont le calme & la cessation subite des épreintes & des autres douleurs: enfin par la prompte suppression de l'hémorragie & la constipation considérable du ventre, on y reconnoît une vertu vulnérable

40 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
& astringente, qui étoit la plus estimable du *Macer* des Anciens.

La découverte d'un Spécifique pour la guérison de certaines Dyfenteries qui ne cédoient dans ces Pays-ci, ni à l'usage de l'*Ipecacuanha*, ni aux autres Remedes estimés pour ce mal, n'est pas le seul fruit que le Public peut tirer des observations que je viens de donner ; elles nous font voir de plus que toutes les Plantes peuvent être usuelles, qu'il ne faut pas légèrement retrancher de ce nombre celles dont on ne connoît pas actuellement toutes les propriétés, que c'est au Médecin praticien de faire valoir à propos ces secours qui feroient insensiblement négligés, si l'on regardoit la Botanique comme une science de pure curiosité, qu'on ne sçauroit, sans les lumières qu'elle donne, reconnoître pour l'avantage de la Médecine plusieurs Remedes spécifiques indiqués par les Anciens, & perdus depuis long-temps, & combien il faut apporter de précautions dans l'usage de ceux qui nous sont vantés par les Voyageurs, pour ne les employer que dans les cas & dans les circonstances où ils sont convenables.



NOUVELLES

NOUVELLES CONJECTURES

*Sur la Cause du Mouvement diurne de la Terre
sur son Axe d'Occident en Orient.*

Par M. DE MAIRAN.

I. **L**E mouvement général d'Occident en Orient du Tourbillon Solaire, & les principes des Forces Centrales, 6 Août 1729.
communs à l'un & à l'autre des deux fameux Systèmes, qui partagent aujourd'hui les Sçavants, étant une fois supposés, on ne peut plus demander dans le Système *Cartésien*, pourquoi toutes les Planètes tournent périodiquement autour du Soleil, & pourquoi elles tournent toutes en même sens, d'Occident en Orient. Car il est clair qu'elles doivent suivre la direction commune des couches du fluide où elles sont plongées, qui les entraîne, & qui tourne d'Occident en Orient. Mais l'on feroit très fondé à demander la raison de ce mouvement, & de cette uniformité dans le Système *Newtonien*. Car comme dans ce Système tous les corps Planétaires qui se meuvent autour du Soleil, décrivent immédiatement par eux-mêmes leurs Orbites, & dans un Vuide immense, on ne voit rien qui les contraigne de se mouvoir, ni qui les assujettisse à se mouvoir tous vers le même côté ; rien, par exemple, qui empêche l'un de faire sa révolution d'Orient en Occident, tandis que l'autre fait la sienne d'Occident en Orient, ou même du Nord au Sud, & du Sud au Nord : ainsi qu'on croit qu'il arrive aux Comètes, & dont on n'a pas manqué, par cela même, de tirer avantage pour le Vuide, & contre les Tourbillons.

II. Quant au mouvement diurne ou de Rotation, dont il s'agit ici, & que la Terre, comme apparemment toute autre Planète Principale a sur elle-même, on peut demander dans l'un & dans l'autre Système, pourquoi il se fait, & pourquoi

Mem. 1729.

il se fait d'Occident en Orient, selon la même direction ; dans la partie supérieure de la Planete, que son mouvement périodique autour du Soleil. Les Forces Centripetes, & Centrifuges, dans l'hypothese des Attractions, par exemple, laissent la Planete tout-à-fait en repos à cet égard ; du moins on ne voit pas pourquoi elles la détermineroient à tourner sur son Axe plutôt vers un côté que vers l'autre. Ce repos sembleroit même avoir dû se trouver bien-tôt affermi, par la figure un peu oblongue que tous les Globes des Planetes auroient dû prendre vers le Soleil, en vertu de la Force attractive qui y fait tendre toutes leurs parties. Et c'est aussi la figure que M. *Newton* * attribüe à la Lune sur celui de ses Axes qui est dirigé vers la Terre centre ou Foyer de son Orbite ; d'où il tire la raison pourquoi elle ne tourne pas par rapport à ce centre, & pourquoi elle nous présente toujours à peu-près la même face.

* Princip.
l. 3. Pr. 33.

III. A l'égard du Systeme des Tourbillons, sa condition semble être encore pire sur ce sujet ; puisque de la manière dont on s'en est servi jusqu'ici pour l'explication de ce Phénomene, il en faudroit conclurre un mouvement tout contraire à celui de la Rotation des Planetes, & les faire tourner sur elles-mêmes d'Orient en Occident. C'est ce que M. *de la Hire* remarqua judicieusement, à l'occasion du Livre de M. *Villemot*, d'ailleurs très digne d'éloge, touchant l'explication que cet

* P. 110. Auteur a donné du mouvement diurne de la Terre *, par le moyen des différentes couches du Tourbillon qui l'entraîne. M. *Poleni* a confirmé la même remarque par le raisonnement &

* N.º 63,
69 & 71.

* S. 53,
56, 57,
66.

par l'expérience, dans son excellent Traité des Tourbillons * ; & c'est encore ce que M. *Bulffinger* a fort bien relevé dans sa Dissertation sur la cause de la Pesanteur *, qui remporta le Prix de l'Académie l'année dernière. Car la Regle de *Képler* étant une fois admise, comme il paroît qu'on ne sçauroit plus se dispenser de l'admettre, quelque hypothese que l'on suive d'ailleurs, il faut nécessairement que la couche inférieure du fluide qui emporte la Planete ait plus de vitesse que la couche supérieure, & par-là qu'elle fasse tourner la partie inférieure

de la Planete vers le même côté, & selon la même direction que le fluide : ce qui donnera à sa partie supérieure, la plus éloignée du centre, une direction contraire à la précédente, & par conséquent la fera tourner d'Orient en Occident.

IV. M. *Villemot* tâche envain de résoudre cette difficulté dans une addition qu'il a fait mettre à la fin de son Ouvrage. Le point du Globe qui sera frappé le premier avec le plus de force, ira en avant le premier, la portion du fluide qui l'aura frappé sera sans cesse suivie d'une autre toute semblable, qui le frappera en même sens, & toujours avec plus de force que celle qui frappe l'Hémisphere supérieur, & ainsi de suite ; sans qu'aucun reflux, comme il l'imagine, puisse jamais l'interrompre, ni y laisser aucun vuide, parce que toutes les parties du fluide se soutiennent mutuellement. De sorte que jusques là, & dans les termes où M. *Villemot* a renfermé cette Théorie, il est de la dernière évidence que la Planete tournera en sens contraire, c'est-à-dire, d'Orient en Occident.

V. Me sera-t-il permis après cela, & dans une matière si délicate, de hasarder mes conjectures ? Si elles se trouvent solides par rapport au Phénomene qui en fait l'objet, elles fourniront de plus une induction assez forte en faveur des Tourbillons ; & les Tourbillons sont si nécessaires pour se faire une idée claire & distincte de la Physique céleste, que quelque grandes que soient les difficultés qu'on a fait contre eux, & dont je ne sçauois disconvenir qu'ils ne soient susceptibles, je pense qu'il ne faut rien négliger de tout ce qui peut en confirmer l'existence.

Mon explication roule principalement sur deux suppositions, dont l'une me paroît généralement reçue aujourd'hui, & l'autre peut être aisément démontrée, si elle ne l'a déjà été.

VI. *Première Supposition.* Quelle que soit la cause de la Pesanteur, les corps placés dans un lieu quelconque du Tourbillon Solaire y pesent vers un point Central, vers le Soleil ; par exemple, ou vers son centre, en raison inverse des quarrés de leur distance à ce centre. De sorte que la même portion de matière transportée en différents endroits, & à différentes

distances, aura différents poids, en raison inverse des quarrés de ces distances. Et ce que nous disons ici du Tourbillon Solaire en général, se doit entendre de même de tout autre Tourbillon particulier, tel que ceux des Planetes Principales par rapport à leurs Satellites ou Planetes Subalternes.

VII. *Deuxième Supposition.* Tout Corps dont les parties sont de différent poids, s'il est plongé dans un fluide où il nage, & qui soit en repos à son égard, tourne sa partie la plus pesante vers le point Central de la Pesanteur. Et si ce corps se meut dans le fluide, & qu'il en déplace les parties par son mouvement, selon une direction quelconque, par exemple, selon la direction horisontale, perpendiculaire à celle de la Pesanteur, ce sera la partie la plus pesante qui marchera la première selon la direction horisontale : comme au contraire si ce corps est supposé en repos, & que ce soit le fluide qui se meuve contre lui, & qui l'entraîne, ce sera sa partie la moins pesante qui sera tirée la première du repos, & qui ira devant. De sorte qu'en général ce sera toujours la partie la plus pesante du corps flottant qui sera tournée vers le terme d'où vient le fluide, selon sa vitesse actuelle ou relative, & la partie la plus legere vers le terme où va le fluide.

En voici des exemples dans l'application que nous en allons faire à notre Sujet.

Fig. 1.

VIII. Soit $MmNn$ un fluide, dont toutes les parties se meurent horisontalement de Mm vers Nn , uniformément, & d'une égale vitesse entre elles. Soit dans ce fluide un corps cylindrique $ABCD$, composé de deux parties, dont l'une $ABHE$ est plus legere qu'un pareil volume du fluide, & l'autre $EHCD$, plus pesante; de manière que le total $ABCD$ se trouve de même poids que le fluide dont il occupe la place. Si l'on prend les centres de gravité, G , T , des deux parties, tous les efforts du fluide contre elles seront censés réunis à ceux des filets FG , LT , qui passent par ces centres; & si autour de la ligne GT , qui les joint, on décrit le parallelogramme $GRTP$, tel que son côté GR soit parallele à la direction du fluide, & horisontal, & GP perpendiculaire, &

par conséquent dans la direction des poids, qu'on suppose concourir à une distance infinie; il est évident qu'en quelque situation que se trouve le Cylindre $ABCD$, ou, ce qui revient au même, la ligne GT , en conséquence du poids T qui la tire vers Q , & de l'impulsion du fluide qui la pousse selon LT vers P , le côté GP , ou RT , du parallélogramme, exprimera l'effort du poids T , pour donner au cylindre une situation verticale, & le côté RG , ou TP , l'effort du fluide pour lui donner une situation horizontale. D'où résultent trois cas; sçavoir.

IX. 1.^o Lorsque le rapport de GP à GR est infini, & que GP se confond avec GT , qui est le cas du repos relatif entre le fluide & le corps flottant, soit qu'ils n'ayent en effet aucun mouvement ni l'un ni l'autre, soit qu'ils se meuvent tous les deux du même côté, & d'un mouvement parfaitement égal, où il est clair que le Cylindre demeurera vertical dans le fluide.

X. 2.^o Lorsque c'est le côté GR , qui est infiniment grand par rapport à GP , ou qu'il se confond avec GT , qui est le cas où la vitesse du fluide est relativement infinie, d'où doit résulter la situation horizontale du Cylindre, & où sa partie $ABHE$, contre laquelle l'effet du choc est plus grand, doit marcher la première. C'est, comme on voit, l'inverse de la fleche tirée horizontalement dans un air tranquille.

XI. 3.^o Enfin lorsque les côtés GP , GR , ayant un rapport fini entre eux, expriment une vitesse relative finie entre le fluide & le corps flottant qu'il entraîne, qui est le cas dont nous avons principalement besoin ici, & celui où le Cylindre $ABCD$ s'inclinerait plus ou moins à l'horison, ainsi que le représente la Figure, sa partie la moins pesante $ABHE$, la première tirée du repos, se trouvant toujours devant, par rapport au terme où tend le fluide.

XII. Si sur la ligne GT , qui joint les deux centres de gravité, on prend le point K , de manière que GK soit à TK , comme le poids de la partie $EHCD$, est à celui de la partie $ABHE$, toutes les impulsions du fluide pourront

être réduites à celles du seul filet IK . Le centre commun de gravité, K , sera le point sur lequel aura dû tourner le Cylindre en passant du Repos ou de la perpendicularité à la situation oblique $ABCD$: & en général soit que la vitesse du fluide demeure la même ou qu'elle varie, le point K sera le centre de balancement, de *Conversion*, & de Rotation du corps flottant, dans toutes les dispositions qu'il pourra avoir successivement & relativement aux différentes impulsions du fluide qui l'entraîne.

Fig. 2.

XIII. Maintenant, & tout le reste demeurant comme ci-dessus, soit à la place du Cylindre $ABCD$, une Sphere $AEDH$, dont l'Hémisphère inférieur, EDH , est supposé d'une matière plus pesante que le fluide, & le supérieur EAH , d'une matière plus légère, d'où naît l'équilibre & la suspension de la sphère dans le fluide. On peut encore imaginer que la surface de cette sphere n'est pas parfaitement unie, mais un peu raboteuse, pour donner plus de prise au fluide; en un mot, qu'elle est Physique, & non Mathématique, ainsi qu'il convient, & comme on l'a toujours conçu, dans la recherche dont il est question. De manière que l'impulsion du fluide par chacun de ses filets FO , LQ , &c. se décompose sous deux directions, dont l'une est perpendiculaire à la surface de la Sphere aux points O , Q , &c. & pousse ces points vers le centre C , & l'autre parallèle au courant du fluide, & agit selon FO , LQ , &c. Or cela posé, il est évident, 1.^o que dans le cas du repos des parties du fluide, la Sphere $AEDH$ demeurera dans la situation AD , & que ce diamètre AD , ou si l'on veut, la ligne GT prise à même distance de part & d'autre du centre C , & qui joint les centres de gravité des deux Hémisphères EAH , EDH , se trouvera dans la direction des poids. 2.^o Que dans le cas du mouvement du fluide de Mm vers Nn , la Sphere $AEDH$ prendra une autre situation $aedh$, par exemple, la ligne ou Levier GT devenant $\gamma\vartheta$, incliné vers n , plus ou moins; selon la vitesse relative actuelle du fluide qui l'a tiré du repos. 3.^o Que si sur GT , qu'on sçait être $= \frac{3}{8} AD$, on prend GK

à KT , comme le poids de EDH , au poids de ADH , K fera le centre de gravité commun, & le point par où passera horizontalement l'Axe de révolution sur lequel se feront tous les changemens de situation de la Sphere.

XIV. Mais si au lieu d'imaginer l'Hémisphère EDH plus pesant que l'Hémisphère EAH , d'une pesanteur spécifique, on ne le fait plus pesant que d'une pesanteur relative, & seulement en vertu de sa situation EDH , telle que la partie HCB , par exemple, ne sçauroit monter au dessus de CH en HCh , sans devenir plus légère, & la partie ICE descendre au dessous de EC en ECe , sans devenir plus pesante, il est évident, dans le cas du mouvement du fluide de Mm vers Nn , que cette Sphere tournera continuellement sur elle-même, & plus ou moins vite, selon que le fluide la choquera avec plus ou moins de vitesse. Car la partie la plus pesante EDH , & qu'on peut supposer réunie en T , ne montant plus en \varnothing , par exemple, pour donner au levier GKT , la position $\gamma \times \varnothing$, ou ne montant que d'une quantité infiniment petite, elle ne sçauroit faire équilibre à l'effort du fluide contre le point G , où je suppose de même l'Hémisphère EAH réunie. Le levier GKT , ou celui qui est censé lui succéder, demeurant donc toujours dans la même position, il faut nécessairement, par la *première Supposition* (Art. VI.) que le fluide pousse toujours en avant l'Hémisphère supérieur HA , & le point A , ou celui qui succede à sa place, de M vers N ; & par conséquent qu'il produise sans cesse dans le Globe $AEDH$, un mouvement de *Vertige* ou de Rotation, conforme à sa direction propre dans la partie supérieure, A , & contraire à cette même direction dans la partie inférieure, D .

XV. Il faut seulement remarquer, que dans cette succession continuelle de Leviers ou de diamètres qui prennent la place de AD , la Sphere tend sans cesse à tourner sur le centre de gravité K , & qu'elle y tourneroit en effet, si les parties HCh , qui montent, ne se trouvoient plus légères, de cela seul qu'elles ont monté & quitté la place HCB , comme réciproquement les parties ICE se trouvent plus pesantes, pour être

Fig. 3.

descendues & avoir pris la place $E C e$: mais elle tourne réellement sur le centre de figure C . Car si l'on porte son attention sur un de ces Diametres, sur AD , par exemple (*Fig. 3.*) pour voir ce qu'il devient pendant la révolution de la Sphere, on trouvera que son extrémité n'est pas plutôt poussée de A vers a , qu'elle ne répond plus à un bras de Levier de la longueur AK , mais de la longueur aK ; & ainsi de suite en aK , &c. en décrivant toujours la circonférence du grand Cercle $AEDH$. De sorte qu'on peut imaginer ce diamètre comme une Verge de fer, qui coule dans un anneau fixe en K , & qui sans quitter jamais la circonférence $AEDH$ par son extrémité A , prend successivement toutes les situations possibles, AKD , aKd , $aK\delta$, &c. d'où doit résulter nécessairement la révolution du point A autour du centre C . L'autre extrémité D , d , δ , &c. décrirait une espece de *Conchoïde* dont il n'est point ici question.

Fig 2.

XVI. Enfin, si au lieu de supposer la vitesse du fluide la même dans toutes ses couches, & dans toutes ses parties, nous la supposons inégale, & plus grande, par exemple, dans les couches inférieures mn , que dans les supérieures MN , retenant d'ailleurs tout le reste de nos suppositions, il est clair que nous aurons le cas où se trouve la Terre, & les autres Planetes dans l'hypothese moderne des Tourbillons.

XVII. Mais comment accorder alors la Rotation de A vers N , ou de D vers m , avec la nouvelle circonstance du plus de vitesse du fluide vers la partie inférieure D ! Car il est clair que cette vitesse, toutes choses d'ailleurs égales; doit produire dans le Globe $AEDH$, une Rotation contraire à celle que nous lui avons donnée jusqu'ici. Sera-ce donc l'impulsion des couches inférieures contre l'Hémisphere HD , qui l'emportera en vertu de leur vitesse, pour faire aller le point D vers n , ou l'impulsion des couches supérieures contre l'Hémisphere HA , qui aura l'avantage, en vertu du moins de pesanteur de cet Hémisphere, pour faire aller le point A vers N ? C'est-là comme on voit, le dernier terme où se réduit

réduit la question dont il s'agit, & une pure affaire de calcul que nous allons tâcher d'éclaircir.

Cet effet qui résulte de l'impulsion du fluide, & de la masse qu'il a à déplacer, je l'appellerai *Effort relatif du fluide*. C'est, si l'on veut, l'efficacité ou l'énergie de ses impulsions.

XVIII. *Proposition fondamentale*. Je dis donc que *l'Effort relatif du fluide contre l'Hémisphère supérieur du Globe est plus grand que son Effort relatif contre l'Hémisphère inférieur*.

Démonstration. Soient les bras de Levier CG , CF , égaux, Fig. 4.
& les poids des deux Hémisphères réunis à leurs extrémités G , F ; sçavoir, le poids de l'Hémisphère supérieur EAH en G , & le poids de l'Hémisphère inférieur EDH en F : Et de même, soit tout le choc du fluide contre l'Hémisphère supérieur réduit à celui du filet LG , & tout le choc contre l'Hémisphère inférieur à celui du filet BF .

Par la Règle de *Kepler* on a le rapport de la vitesse du fluide en G , à sa vitesse en F , réciproquement comme les racines des distances de ces points au point Central S , c'est-

à-dire, comme \sqrt{FS} à \sqrt{GS} ; & par notre *première Supposition* (Art. VI.) le poids de l'hémisphère supérieur réuni en G , est au poids de l'inférieur réuni en F , réciproquement comme le carré de ces mêmes distances, ou comme \overline{FS}^2

à \overline{GS}^2 . Mais par la Loi du choc & des impulsions des fluides, l'impulsion en G est à l'impulsion en F , comme le carré de la vitesse en ces points, ou comme FS est à GS ; & ces impulsions doivent être d'autant plus efficaces pour pousser l'une ou l'autre point G , ou F , vers g , ou vers ϕ , & tirer le Levier de sa situation GCF , en lui faisant prendre la situation gCf , ou $\gamma C\phi$, que les masses ou les poids en G , ou en F , sont plus petits. Donc l'Effort relatif du fluide en G , sera à son Effort relatif en F , en raison composée directe des carrés des vitesses, & inverse des poids, c'est-à-dire, comme $FS \times \overline{GS}^2$ est à $\overline{GS}^2 \times FS$, ou, divisant par $FS \times GS$, comme GS est à FS . Mais par construction, & par hypothèse,

50 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
 GS est plus grand que FS . Donc l'Effort relatif du fluide contre l'Hémisphère supérieur, est plus grand que son Effort relatif contre l'Hémisphère inférieur. *C. Q. F. D.*

XIX. D'où, & de l'Art. XIV, il suit que la Sphere ou la Planete doit tourner continuellement sur elle-même, de A vers N , ou selon $AEDH$.

XX. Si au lieu de supposer les bras de Levier égaux, & les poids inégaux, on renverse l'analogie, en supposant les bras GK , FK , inégaux en même rapport, & les poids G , F , égaux, ou nuls; il est évident qu'on trouvera de même l'excès du bras GK , sur le bras FK plus grand que l'excès de l'impulsion qui résulte de la vitesse du fluide en F , & en même raison que l'effort relatif trouvé ci-dessus (Art. XVIII.) d'où l'on déduira de même la Rotation de la Planete de A vers N .

R E M A R Q U E S.

XXI. Dans toute cette Théorie je considere le Globe flottant, comme venant d'être plongé dans le fluide, & dans l'instant où il commence à en être entraîné; ce qui suffit, ce me semble, pour notre dessein. Car quoique dans la suite, & après plusieurs révolutions périodiques, toute la masse du Globe vienne à se mouvoir à peu-près de même vitesse que le fluide, la Rotation, s'il l'a acquise par les premières impulsions, doit continuer vers le même côté par les impulsions suivantes, quelques petites qu'elles soient, & s'y conserver dans une certaine quantité sensiblement constante; des impulsions infiniment petites, mais infiniment répétées, produisant à la longue le même effet que des impulsions finies. Sans compter que si la Planete a un Tourbillon particulier, comme on le doit penser de la Terre, & des autres Planetes Premières, dans l'hypothese des Tourbillons, le mouvement de *Vertige* & la Rotation que le Tourbillon Principal aura une fois imprimé ou déterminé sur la Planete, doit y être retenu, & continuer par l'activité propre ou acquise du Tourbillon Subalterne.

XXII. Quelle que soit cependant cette activité des

Tourbillons particuliers des Planetes, & quelque part qu'on leur donne à la révolution diurne qu'elles font sur elles-mêmes, il faut toujours en venir à une cause générale, & unique, pour déterminer ce principe intérieur de mouvement à s'exercer dans toutes vers le même côté du Monde. Car quelle seroit sans cela la cause d'une telle uniformité? & pourquoi le Tourbillon de chaque Planete seroit-il déterminé par lui-même, & indépendamment de toute impression extérieure de la part du fluide déferent, à tourner vers le même côté que lui? Le Tourbillon Solaire, dont toutes les parties se meuvent autour d'un centre commun, mais avec différentes vitesses, ne pouvoit manquer sans doute de communiquer quelque mouvement de Rotation aux corps sphériques qu'il entraîne. Et si la Rotation d'Orient en Occident qui se présente si naturellement à l'esprit, par la supériorité de vitesse des couches inférieures, ne peut avoir lieu, & se trouve démentie par les observations, il ne faudra pas abandonner pour cela cette seule ressource pour un mouvement commun, mais chercher plutôt à l'en tirer par la combinaison des circonstances que l'on n'y avoit pas remarquées.

XXIII. Supposé au contraire qu'une Planete comme la Terre, tint toute sa Rotation de l'impulsion du fluide qui l'entraîne périodiquement autour du Soleil, il seroit à présumer que ce ne pourroit être qu'après un grand nombre de révolutions tant annuelles que diurnes, qu'elle auroit pu acquérir le degré de mouvement tant annuel que diurne qu'elle a aujourd'hui.

XXIV. Il est encore très-vrai-semblable que le Tourbillon Principal *FL* agit immédiatement, non sur la surface de la Planete *ABD*, mais sur son Tourbillon propre *ORT*, ou sur une certaine couche *EKM*, de ce Tourbillon, & à une certaine distance de la Planete. Fig. 5.

XXV. Ce ne sont, je l'avoue, que des conjectures, & de simples possibilités, mais elles suffisent cependant pour répondre à quelques difficultés qu'on pourroit faire sur cette matière, ou du moins pour leur ôter une grande partie de

leur force, jusqu'à ce que l'Univers nous soit mieux connu. Telle est, par exemple, l'objection qu'il semble d'abord qu'on pourroit tirer de notre Théorie, & de l'excentricité des Orbites des Planetes. L'excentricité emporte nécessairement les différentes distances de la Planete au Soleil, & les différentes distances produisent différentes vitesses dans le fluide circulant. Donc l'Effort relatif du fluide, qui cause, ou qui entretient la Rotation, variera, & par conséquent la Rotation elle-même, ou le mouvement diurne de la Planete sera variable : & c'est ce qui n'a jamais été sensible jusqu'ici par aucune observation, du moins à l'égard de la Terre.

XXVI. La meilleure réponse à cette difficulté, & la plus directe seroit sans doute de montrer par calcul, comme on pourroit le faire, que ce que la plus grande excentricité de la Terre peut apporter d'accélération, ou de retardement à son mouvement diurne, conformément à nos principes, n'auroit jamais à deux Secondes de temps par révolution. Mais sans entrer dans ce long détail, & pour ne donner ici que l'esprit de cette Théorie, il suffira de jeter les yeux sur les remarques précédentes, & d'observer en général que si les Efforts relatifs du fluide déferent n'ont produit d'abord sur la Planete que des révolutions très lentes (*Art. XXIII.*) les accélérations passagères, qui pourroient naître de ses différentes distances, ne seront que des fractions de ces révolutions, & non de la révolution actuelle. Et que si nous admettons le Tourbillon particulier de la Planete, comme il paroît que l'on ne peut s'en dispenser (*Art. XXV.*) le Tourbillon Solaire ne fait plus alors qu'entretenir dans l'état actuel le mouvement acquis, tant périodique, que de Rotation, vers le côté où il les a d'abord déterminés ; mais avec cette différence, que le Tourbillon Solaire entretient seul le mouvement périodique, tandis que le mouvement de Rotation peut se trouver entretenu aussi par le Tourbillon particulier, & avec beaucoup plus de force que par le Tourbillon général. Les variations de vitesse dans le fluide qui compose ce dernier, pourront donc influencer sur le mouvement périodique, sans que le mouvement diurne

de la Planete en soit troublé sensiblement, & ce que celui-ci en ressentira ne sera proprement qu'une fraction de fraction, qu'on pourra faire presque aussi petite qu'on voudra, selon le rapport des forces actuelles des deux Tourbillons, à l'égard du mouvement diurne, parce que ce rapport nous est inconnu.

XXVII. Il faudroit avoir une connoissance encore plus exacte de toutes ces circonstances pour déterminer au juste l'analogie qui devoit regner entre les temps des révolutions diurnes de différentes Planetes, ou pour donner raison des temps différens que nous leur voyons employer à tourner sur elles-mêmes. Mais à peine le fait nous est-il connu, & il n'y a que peu de Planetes dont on ait déterminé la révolution diurne avec exactitude. La difficulté croîtroit encore, si l'on faisoit entrer dans cette analogie, comme il paroît qu'on le doit, la différente inclinaison des Orbites des Planetes par rapport à l'Ecliptique Terrestre ; la direction du fluide qui les compose, ou la position du plan dans lequel se fait son mouvement par rapport à l'Equateur Physique du Tourbillon Solaire, ou à celui du Soleil même, & enfin la position ou l'inclinaison des Axes des Planetes par rapport à leurs orbites ou à ces plans. Car ce sont tout autant de sources de différente vitesse dans le fluide qui fait tourner les Planetes sur elles mêmes, ou de différente valeur dans l'Effort relatif qui doit faire avancer la partie supérieure de leur Hémisphere, & déterminer leur Rotation. Aussi n'exigera-t-on pas sans doute que mon explication porte la lumière si loin. Je vais montrer cependant qu'elle ne laisse pas de répandre quelque jour sur cette matière, & que du moins elle paroît à cet égard plus conforme que contraire aux observations.

XXVIII. Je supposerai pour cela, 1.^o Que soit que le Tourbillon Solaire agisse immédiatement sur la surface des Planetes pour les faire tourner sur elles-mêmes, soit qu'il agisse seulement sur leur Tourbillon propre, c'est toujours sur une Sphere proportionnelle à la grandeur de leur Globe. Car sans cela il n'y a point de terme de comparaison. 2.^o Que,

toutes choses d'ailleurs égales, la Planete tournera d'autant plus vite d'Occident en Orient, que l'Effort relatif, qui agit sur son Hémisphere supérieur surpassera davantage l'Effort relatif, qui agit sur son Hémisphere inférieur.

XXIX. Or il est clair (*Art. XVIII.*) que l'Effort relatif supérieur est d'autant plus grand par rapport à l'inférieur, toutes choses d'ailleurs égales, que la Planete est plus grande, & qu'elle est plus près du point Central de la circulation. Car on a toujours (*Fig. 4.*) GS d'autant plus grand par rapport à FS , que GF son excès, ou AD , qui lui est proportionnelle, l'est davantage, & que la distance CS est plus petite. Donc, toutes choses d'ailleurs égales, la vitesse de la Rotation d'une Planete sera en raison composée, directe de son diametre, & inverse de sa distance.

XXX. Cela posé, on sçait que la Planete de Jupiter, par exemple, n'est que cinq fois aussi éloignée du Soleil que la Terre ($:: 114424.22000$) & que son diametre est plus de dix fois aussi grand (environ $:: 11.1$). D'où l'on voit d'un coup d'œil, & cela suffit ici, qu'elle doit tourner sur elle-même plus de deux fois aussi vite que la Terre, & à peu près en 11 heures de temps.

XXXI. La Rotation de Saturne n'est pas bien connue; *M. Huguens* la croit de même durée que celle de Jupiter, c'est-à-dire, d'environ 10 heures moins quelques minutes; & c'est sur l'induction qu'il tire de la distance, & de la Période de son premier Satellite, par comparaison au premier Satellite de Jupiter. Sur ce pied-là notre analogie rapportée au Globe de Saturne s'écarteroit de la Regle; mais rapportée à son Anneau, qui n'est peut-être que le reste du débris d'un ancien Globe creux, dont le nouveau a été formé, elle s'en rapprocheroit encore plus qu'à l'égard de Jupiter. Car il s'en faut considérablement que cette Planete ne soit dix fois aussi éloignée du Soleil dans ses moyennes distances que l'est la Terre ($:: 209836.22000$) tandis que le diametre de son Anneau est plus de vingt-deux fois aussi grand que le diametre de la Terre ($:: 43.2$). D'où il est clair que son

mouvement diurne doit être beaucoup plus de deux fois aussi prompt, & d'environ $10\frac{1}{2}$ heures. Mais il n'y a nul fonds à faire sur un mouvement, qui, comme je viens de le remarquer, n'est constaté par aucune observation.

XXXII. Voilà donc tout au moins une Planete accompagnée de Satellites, & en cela de même espece que la Terre, dont la Rotation s'accorde avec l'analogie qui résulte de notre explication, beaucoup mieux peut-être qu'on n'auroit osé l'espérer en une matière si compliquée. Il n'en sera pas de même des Planetes de Mars, & de Venus, la première tournant sur elle-même en $24^h 40'$, selon feu M. *Cassini*, & la seconde en 24 jours & 8 heures, selon les dernières observations de M. *Bianchini* *. Car il est clair, en y appliquant la Règle (*Art. XXIX*) que la Rotation de Mars est plus prompte, & celle de Venus beaucoup plus lente qu'elle ne devrait être.

XXXIII. Si Venus tournoit en 23 heures, comme on l'avoit crû jusqu'ici, son irrégularité à cet égard seroit peu de chose, son globe étant aussi gros, tout au moins, que celui de la Terre, & sa distance au Soleil ne différant de celle de la Terre que d'environ $\frac{3}{10}$. Mais je ne crois pas qu'on puisse révoquer en doute les observations de M. *Bianchini* sur cet article, vû l'exactitude qu'il y a apportée, & les excellentes Lunetes dont il s'est servi. Quelque grande d'ailleurs que soit la différence de 23 heures à 24 jours & $\frac{1}{2}$, elle n'a rien de surprenant, quand on y regarde de près; il a dû être plus facile de s'y méprendre qu'à une beaucoup plus petite: l'Observateur ayant retrouvé une même tache de la Planete, ou quelque *partie luisante* * au même endroit, à une 24^{me} près, où il l'avoit remarquée le jour précédent, aura fort bien pû conjecturer, qu'elle y étoit retournée après une révolution entière, & qu'étant passée d'une 24^{me} partie au de-là, la Planete avoit tourné en moins de 24 heures, & en 23 ou environ. Quoiqu'il en soit, l'irrégularité dont il s'agit n'est pas par-là aussi grande qu'elle le paroît, & plusieurs circonstances qui doivent entrer nécessairement dans la cause de la Rotation, ainsi que nous l'avons insinué ci-dessus (*Art. XXVII*.)

* *Hesperii
& Phosphori
nova Phan.
cap. 5. n.^o
VIII. p. 66.*

* *V. Journ.
des Sav.
1667.
p. 184.
in 4.^o*

pourroient nous redonner l'analogie du mouvement diurne de Mars, & de Venus avec celui de la Terre, ou l'en rapprocher considérablement.

XXXIV. Nous n'avons raisonné jusqu'ici que sur le cas le plus simple, en supposant, 1.^o Que le mouvement du fluide qui fait tourner le globe de la Planete sur lui-même, a sa direction dans le plan même de l'Orbite. 2.^o Que l'Axe de Rotation de la Planete est perpendiculaire à ce plan.

A l'égard de la première de ces deux suppositions, elle pourroit se trouver conforme à la Nature : du moins ne sçaurions-nous guere juger de la direction d'un courant invisible, tel que celui d'un Tourbillon, que par la route que suivent les corps visibles qu'il entraîne. D'où il paroît vrai-semblable, que le plan de l'Orbite de chaque Planete se confond avec le plan Physique, ou la direction du fluide qui le compose. D'un autre côté l'on ne voit pas clairement qu'il fût impossible, ni contraire à la Théorie des Tourbillons, que le corps d'une Planete s'écartât un peu, en ce sens, de la direction générale du fluide où elle est plongée, de même qu'elle s'en écarte peut-être aussi par la Courbe excentrique qu'elle décrit autour de l'Axe de révolution de ce fluide. Car comme il faut concevoir deux forces, dont l'une tend à l'éloigner de cet Axe ou du point Central, & dont l'autre la repousse vers lui, qui sont la force Centrifuge, & la force Centripete, il est aussi très-possible qu'il y ait deux forces, dont l'une la chasse de l'Equateur du Corps Central, & dont l'autre la retire vers lui. Et il faut bien nécessairement, ou que l'Equateur Physique du Tourbillon Solaire ne soit pas le même dans toutes les couches, ou que les Orbites & les Globes des Planetes en sortent, puisque ces Orbites sont diversement inclinées entre elles. Dans cette alternative, & parce que d'ailleurs aucune de ces hypotheses ne sçauroit apporter de changement considérable aux résultats de notre Formule, les plus grandes Latitudes des Planetes ayant des *Limites* assez étroites, qui sont celles du Zodiaque, nous continuerons de raisonner à cet égard sur le même pied que dans les explications précédentes.

Quant

Quant à la seconde supposition, de la perpendicularité des Axes des Planetes sur les plans de leurs Orbites, nous n'en fçaurions user de même; puisque nous fçavons certainement que la plupart de ces Axes sont inclinés à ces plans, & la quantité dont ils leur sont inclinés.

XXXV. Pour connoître donc de quelle manière, & combien cette nouvelle circonstance doit influencer sur la Rotation des Planetes; soit $AQDR$, l'E'quateur d'une Planete, dont les Poles sont en C , & dont l'Axe est perpendiculaire au plan de son Orbite. Il est évident que les filets du fluide MA , LD , qui frappent son E'quateur par les extrémités A , D , de son diametre AD , sont à la même distance l'un de l'autre, & par rapport au point Central S , que les extrémités de ce même diametre. Ce qui donne le cas général de la Regle (*Art. XVIII. XXIX.*) Mais si l'E'quateur, & l'Axe de révolution de la Planete sont inclinés aux précédents, de manière que son E'quateur se trouve en αQDR , & son Axe en $cC\kappa$; quelle que soit la force qui l'y retient, & dont nous n'entreprenons point ici de chercher la cause, il n'est pas moins évident que les filets, ou les couches $F\alpha$, ID , qui frappent les extrémités du diametre αD , ne sont plus entre elles, & par rapport au point Central S , qu'à la distance BE , moindre que la précédente de part & d'autre, de toute la quantité du sinus versé de l'inclinaison BA , ED . Or comme le rapport que les Efforts relatifs ont entre eux (*Art. XVIII. Fig. 4.*) sont déterminés par celui des différentes vitesses du fluide au point où il frappe le Levier CF , ou, ce qui revient au même, le diametre AD , & par le rapport des poids aux points frappés, & que le rapport, tant des poids que des vitesses, dépend de celui des différentes distances au point Central S : il suit que le rapport des Efforts relatifs dans le cas de l'inclinaison de l'Axe (*Fig. 6. N.º 1.*) diminuera d'autant plus que l'Axe sera plus incliné. Il faudra donc appliquer la Regle à la Planete $AQDR$, comme si, au lieu du diametre AD , elle n'avoit que le diametre BE , ou BC pour rayon, qui (*Fig. 6. N.º 2.*) est égal au sinus HK du complément

Fig. 6.
N.º 1.

XXXVI. On voit par-là que si l'Axe de révolution diurne de Mars n'étoit pas aussi incliné à son Écliptique que celui de la Terre, cette Planete se rapprocheroit d'autant de l'analogie, quoique son diametre ne soit qu'environ les $\frac{3}{5}$ de celui de la Terre. A l'égard de l'Axe de Venus, je trouve dans l'ouvrage déjà cité de M. *Bianchini* *, qu'il n'est élevé sur l'Écliptique que d'environ 15 degrés, & par conséquent qu'il lui est incliné de 75, son Pole Boréal répondant aux Étoiles α , β , de la tête du petit Cheval, & son Pole Austral au Cœur de l'Hydre: de manière que le plan qui passeroit par cet Axe, & par le centre du Soleil, couperoit l'Écliptique au 20° du Verseau, & du Lion. Il faudroit ôter quelque chose de cette inclinaison rapportée à l'Orbite ou à l'Écliptique propre de la Planete, à cause de sa déclinaison particulière, & de la position actuelle de son Nœud ascendant. Mais comme cette position peut n'être pas constante, que le retranchement qui en résulte est peu considérable, & que, par d'autres circonstances, qu'on va voir, on devoit juger l'inclinaison encore plus grande, nous compterons l'Axe de Venus incliné, comme ci-dessus, d'environ 75 degrés. Or on comprend aisément par tout ce que nous venons de dire dans l'article précédent, combien cette prodigieuse inclinaison doit diminuer le diametre qui fait l'élément du calcul de la Rotation. Elle le réduit presque à sa 4.^{me} partie; car le sinus du complément de l'inclinaison de 75° qui est de 15°, n'est presque que le quart du sinus du complément ($23\frac{1}{2}^\circ$) de l'inclinaison de l'Axe de la Terre, qui est de $66\frac{1}{2}$ degrés. L'irrégularité devient donc par-là plus petite d'environ les $\frac{3}{4}$, & bien moindre par conséquent qu'elle n'auroit été, si Venus tournoit en 23 heures; selon qu'on l'avoit crû. Mais que seroit-ce si l'on s'en tenoit à ce qu'ajoute M. *Bianchini*, qu'il y a des temps dans la Période de Venus, où l'Axe de Rotation, sans perdre jamais son parallélisme, semble absolument se confondre avec l'Axe d'illumination par la ligne menée du centre de la Planete au Soleil, & où les taches du Globe de la Planete décrivent sen-

* Pag. 67.

siblement des paralleles au cercle *Finiteur* de la lumière & de l'ombre? L'inclinaison de l'Axe seroit donc encore beaucoup plus grande, & presque infiniment grande, ou telle que la lenteur excessive du mouvement diurne de Venus s'accorderoit entièrement avec nos principes? Mais il suffit d'avoir réduit l'irrégularité à la 4.^{me} partie; & c'en est assés du moins pour nous laisser en droit de soupçonner, que ce n'est que faute de connoître exactement toutes les circonstances nécessaires au calcul, que nos principes, & la Regle qui s'en déduit, ne peuvent pas approcher davantage de l'analogie.

XXXVII. Si l'on a égard à l'inclinaison de l'Axe dans la comparaison du mouvement diurne de la Terre avec celui de Jupiter, qui est de toutes les Planetes la plus analogue à la Terre, & celle dont la révolution diurne est le mieux connue, on trouvera que Jupiter doit tourner en $10\frac{1}{4}$ heures, & quelques minutes; à très-peu-près comme le donnent les observations; l'inclinaison de l'Orbite, & quelques autres circonstances non comprises dans notre calcul pourront faire le reste. Car supposant l'Axe de Jupiter incliné à son Écliptique comme le plan commun de ses Satellites, ou d'environ 3 degrés, celui de la Terre l'étant au sien de $23^{\circ} 29'$, on a (*Art. XXXV.*) le rapport de leurs diametres environ comme 12 à 1, & partant (*Art. XXXIX.*) l'effort du fluide dont résulte la Rotation de Jupiter, à celui dont résulte la Rotation de la Terre :: $12 \times 22000 . 1 \times 114424$
 :: $12 \times 2750 . 1 \times 14303$:: $33000 . 14303$, ou environ :: $330 . 143$, qui par analogie au temps de la révolution de la Terre ($23^h 56'$) donne $10^h 22'$ à celle de Jupiter.

XXXVIII. C'est-là, si je ne me trompe; ce qu'il y avoit de plus essentiel à observer sur notre cause de la Rotation des Planetes. Après quoi nous ne devons pas oublier de parler d'une seconde, qui s'y mêle, dans toutes ses circonstances, & qui mérite que nous y fassions quelque attention, pour sçavoir quel en peut être l'effet.

Fig. 4.

Si l'on suppose que le courant $MmnN$ du fluide qui entraîne la Planete, fasse partie d'un Tourbillon infiniment grand, il est clair que tous ses filets se confondent avec des lignes droites, ou ne sont que des lignes droites; que le filet RH , par exemple, qui partage ce courant en deux parties égales, étant prolongé, se confond avec le diametre HE de la Sphere, & que dans la moitié MR du fluide, il y a autant de filets qui poussent la Sphere de M vers N , qu'il y en a dans la moitié Rm , qui la poussent de m vers n . De sorte que jusques-là, & abstraction faite des différentes vitesses dans les couches du fluide, & d'aucune Pesanteur différente dans la Sphere, qui même ne peut avoir lieu dans le cas posé, on ne sçauroit trouver aucun principe de Rotation de part ni d'autre.

Fig. 7.

XXXIX. Soit maintenant le Tourbillon $AMBSN$, infiniment petit, ou le plus petit qu'il puisse être, ce que je conçois devoir arriver, lorsque son rayon, SA , sera égal au diametre, AD , de la Planete, $AEDH$. Si du centre S , & dans la capacité de tout le Tourbillon, on imagine une infinité de couches, ou de filets concentriques RH , IT , &c. qui rencontrent la superficie de la Planete en allant de R vers H , & de I vers T , & entre lesquels, RH étant continué, passe par le centre C de la Planete, & les partage en nombre égal de part & d'autre, vers M & vers S ; il est évident qu'ils tendront tous à pousser la surface de la Planete vers le point A , sçavoir tant la moitié des filets comprise entre MA & RH , qui pousse la partie HA , que la moitié comprise entre RH & S , qui pousse la partie HD . Car toutes les Tangentes HA , TA , menées aux couches du fluide par les points H , T , lesquelles indiquent les directions en ces points, forment autant d'angles droits avec les Cordes HD , TD , qui se trouvent en même temps les rayons de ces couches, & qui partant du centre, S , du Tourbillon, & de l'autre extrémité, D , du diametre de la Planete, font de la demi-circonférence $ATHD$, le lieu de tous les sommets de ces angles. Donc en ce cas tous les filets du fluide tendent à soulever la moitié DTA , &

à faire tourner le Globe $AEDH$ sur lui-même, de T , ou de H vers A . Car on peut imaginer une infinité de Leviers de la troisième espèce, tels que CT , qui sont comme les bras ou les rayons d'une Roüe $DHTAE$, poussés en des points T, K, L , vers CA , par les filets IT, RH , & qui doivent faire tourner la Roüe de A vers N , dans le même sens que le fluide. Or si dans le cas du Tourbillon infiniment grand, il n'y a aucun filet du fluide qui l'emporte sur celui qui lui répond dans la moitié opposée, pour faire tourner la Sphere plutôt d'un côté que de l'autre, tandis que dans le cas du Tourbillon infiniment petit, tous les filets du fluide, dans les deux moitiés, concourent à la faire tourner dans le même sens qu'il tourne lui-même, il est évident que dans les cas moyens, il y aura toujours quelques filets qui l'emporteront sur ceux de la moitié opposée, pour faire tourner la Sphere en même sens que le fluide.

XL. Pour le voir plus particulièrement, soit la Planete $AEDH$, entraînée par le Tourbillon $MmnN$, dont le centre ou Foyer est en S , à une distance finie, &c. Ayant prolongé circulairement le filet RH , qui partage le courant Mm en deux parties égales, & qui passe par le centre C , mené la Tangente HT , du point H , & la Corde HBE à l'arc HCE : il est clair que HT ira couper le diamètre AD à un point T au dessus du centre C . Et par conséquent le filet de fluide RH , qui, dans le cas où il se confondroit avec la ligne droite, ne pousseroit la Sphere ni au dessus ni au dessous du point C , la poussera dans le cas présent d'autant plus au dessus du point C , que l'arc HCE s'éloigne davantage d'être une droite, & que l'angle THE , fait par la Tangente HT , & la corde HE , se trouve plus grand. Ce qu'il faut entendre de même d'une infinité d'autres filets pris un peu au dessous de RH , & dont les Tangentes tomberoient entre C & T . Donc toutes choses d'ailleurs égales, & abstraction faite des différentes vitesses du fluide, & de la différente pesanteur des hémisphères de la Planete, la Planete doit tourner dans le même sens que le Tourbillon, par la seule cause que nous venons d'expliquer.

XLI. Il s'agit donc de connoître quelle peut être l'efficacité

de cette nouvelle cause de Rotation par rapport à la précédente, pour sçavoir, si elle suffiroit seule, malgré les différentes vîtesses du fluide, & indépendamment du différent poids relatif des parties de la Planete.

Mais il est évident, qu'il ne sçauroit presque point y avoir de comparaison entre ces deux causes, par la petitesse comme infinie du bras de Levier CT , eu égard à CF . Car supposant, par exemple, que $AEDH$ représente la Terre, & que CS contient 22000 CA , ou, ce qui revient ici au même, 22000 BH (le point B partageant la Corde EH en deux parties égales;) on sçait que l'angle CSH , ou la Parallaxe Solaire, doit être d'environ 10 secondes: d'où l'on verra par les Tables, ou par l'analogie des Triangles semblables CSH , BHT , que CT n'est qu'environ la 40000.^{me} partie du rayon CA . Mais les vîtesses du fluide au point T , & au point F , centre de gravité de l'Hémisphere EHD , ou point de réunion de tous les Efforts du fluide contre cet Hémisphere, sont comme \sqrt{FS} , & \sqrt{HS} , & les impulsions qui en résultent comme FS , & HS , dont la différence est, à un 40000.^{me} près, FC ; & le point F , quelque proche de C qu'on puisse le prendre, donnant toujours un bras de Levier CF plusieurs milliers de fois plus grand que CT , il est évident que l'Effort contre le point F , l'emportera presque infiniment sur l'Effort contre le point T , & fera tourner la Sphere de D vers E , c'est-à-dire, en sens contraire au mouvement journalier de la Terre. La cause dont il s'agit est donc insuffisante, & ne peut qu'augmenter presque infiniment peu, celle que nous avons assignée à la Rotation de la Terre. J'ai supposé l'impulsion totale des filets tels que RH , contre le bras de Levier CT , réunie au point T , quoiqu'elle dût l'être un peu plus près du centre C , & devenir par-là d'autant moins forte.

Revenant donc à la première cause de Rotation adoptée dans ce Mémoire, & à la Théorie qui en fait le fondement; nous ajoûterons encore ici, en finissant, quelques Remarques sur les conséquences que l'on en peut déduire.

XLII. *En toute Planete composée d'une substance liquide, ou couverte d'un liquide, sa surface doit périodiquement s'abaisser, ou se hausser, s'approcher, ou s'éloigner de l'Axe de sa révolution diurne, par la partie qu'elle présente ou qu'elle oppose au point central du Tourbillon qui l'entraîne.*

Cela est évident par la première Supposition (Art. VI.) & parce que la force Centrale, ou la Pesanteur universelle, qui agit dans le grand Tourbillon, & qui pousse l'Hémisphère *EDH* (Fig. 4.) vers le point *S*, diminue d'autant l'effet de la force ou de la Pesanteur particulière, qui agit dans le Tourbillon propre de la Planete, qui en pousse toutes les parties vers son centre *C*, & qui les oblige à se ranger sphériquement autour de lui. D'où il suit que ces parties auprès du point *D*, par exemple, formeront une surface d'autant moins sphérique, & seront d'autant plus éloignées du centre de la Planete, qu'elles seront plus proches de celui du Tourbillon principal; & au contraire à l'égard des parties auprès du point *A*.

XLIII. Cette cause de Flux & Reflux, en toute Planete qui est couverte de Mers, doit assurément avoir lieu dans l'hypothèse de la Gravitation universelle des corps vers le centre du Tourbillon. Et à l'égard du Globe Terrestre, elle ne peut manquer de se compliquer avec les autres causes, & de faire partie du Phénomène, quoique partie très-petite; car la relation continuelle du Flux & Reflux, avec les mouvements, les situations & les distances de la Lune, & sa quantité, prouve assez que la circonstance, dont nous venons de parler, n'y entre que pour bien peu. Mais ce qui montre qu'elle y entre; c'est la variation sensible qui arrive à la grandeur des Marées, selon que la Terre est dans son Aphélie, ou dans son Périhélie, & qui ne peut venir que du changement que ces deux situations apportent au rapport des tendances du point *A*, & du point *D* vers *S*; la différence des quarrés réciproques de leurs distances ne se trouve pas la même dans les deux cas; & de-là suivent nécessairement les gonflements différents en *D*, & les abaissements différents en *A*.

* *Mem.
de l'Acad.
p. 106.*

J'ai indiqué en 1727, dans une Dissertation sur le mouvement de la Lune & de la Terre *, un principe de Flux & Reflux, qui lieroit celui-ci avec les mouvements Lunaires, tandis que l'un & l'autre se compliquent peut-être avec la pression du Tourbillon de la Lune ; comme on a coutume de l'expliquer. Mais ce n'est pas ici le lieu d'entrer dans un plus grand détail sur cette matière.

XLIV. *La supposition du poids différent des deux Hémisphères (Art. VI.) ne sauroit apporter aucune différence sensible à la Force Centrifuge des points de la surface d'une Planete.*

Car 1.^o par l'Art. XV, quoique la Rotation tende sans cesse à se faire sur le centre de gravité commun des deux Hémisphères, elle ne se fait néanmoins réellement que sur le centre de figure de la Planete. D'où il suit que le rayon de la circulation, vers l'Équateur, par exemple, demeure constant. 2.^o Les vitesses des circulations successives sont sensiblement égales (Art. XXVI.) 3.^o L'augmentation relative du poids de l'Hémisphère inférieur, eu égard au Soleil, ou sa diminution, eu égard au centre de la Planete, doit être multipliée par la fraction qui exprime le rapport de la Force Centrifuge à la Pesanteur propre des parties de la Planete vers son centre ; puisque, toutes choses d'ailleurs égales, les Forces Centrifuges sont comme les masses ou les poids des corps circulans : d'où l'on trouvera que ce produit ou ce rapport composé donne une quantité de nulle considération, eu égard à la Force Centrifuge totale. En voici l'exemple.

XLV. La distance moyenne de la Terre étant supposée comme ci-dessus, de 11000 de ses diametres, la différence du poids vers le Soleil de la même partie en *A*, ou en *D* (Fig. 4.) sera (Art. VI.) comme $\frac{11000^2}{11000 + 1}$, qui donne une 5500.^{me} de différence. Mais par le calcul de M. Huguens *, la Force Centrifuge totale en *A*, ou en *D*, que nous supposons être des points quelconques de l'Équateur, est à la Pesanteur spécifique des parties de la Planete vers son centre, comme 1 est à 17 ou 289, & par les Art.

* *Disc. de
la Pesant.
p. 146.*

XV & XXXVI, les rayons & les vîtesſes des circulations demeuvent ſenſiblement les mêmes. Donc la diminution de la Force Centrifuge au point *D*, en vertu de la diminution de Peſanteur des parties de la Planete vers ſon centre *C*, & de leur plus grande tendance vers le Soleil *S*, ne ſera que $\frac{1}{299}$ de $\frac{1}{5500}$, ou $\frac{1}{1589500}$, qui ne ſçauroit être ſuſceptible d'obſervation.

D'où l'on voit que l'hypothèſe de la Peſanteur variable des deux Hémisphères Terreſtres, & l'explication que nous en tirons pour le mouvement diurne ne ſçauroit troubler ſenſiblement les Phénomènes connus, tant du Flux & Reflux de la Mer, que de la Peſanteur des corps, & de leur Force Centrifuge à la ſurface de la Terre.

XLVI. Si l'on ſuppoſe les parties d'une Planete d'une Peſanteur ſpécifique différente, ſenſiblement plus grande dans un Hémisphère que dans l'autre, & en plus grande raiſon, que l'Effort relatif du fluide qui la doit faire tourner ſur elle-même, elle prendra une ſituation conſtante, par rapport à la direction du fluide qui l'entraîne, ou aux Tangentes de l'Orbite, & elle ne tournera point ſur elle-même. Cela eſt évident par les Art. XI & XIV, par l'idée que nous avons attachée à la Rotation dans tout ce Mémoire, & par le ſens dans lequel nous prenons le mot de *tourner ſur ſoi-même* (toujours relativement au point Central de la Peſanteur, ou à la ligne que décrit le centre de gravité de la Planete, & non par rapport à un point infiniment éloigné, pris hors de l'Orbite, lequel, non plus que le Foyer Supérieur, eſt de nulle efficacité à ſon égard, & n'a nulle réalité Phyſique). Car tout l'effet de l'Effort relatif ſur l'Hémisphère ſupérieur (*Fig. 2.*) n'aboutit, dans le cas de la Proposition, qu'à donner au Levier *GCT*, l'inclinaïſon $\gamma C\theta$, par exemple, & à la Planete *AEDH*, la ſituation *aedh*; ainſi qu'il a été démontré à l'égard du Cylindre (*Art. XI.*) y ayant alors réellement en *S* un poids dont la tendance vers le point Central du Tourbillon fait équilibre à l'Effort relatif ſupérieur.

XLVII. Si l'Hémisphère de la Lune, qui est toujours tourné vers nous, se trouve spécifiquement & sensiblement plus pesant que celui qui nous est caché, ainsi que *M. Auzout*, *M. Huguens*, & quelques autres Sçavants hommes l'ont crû, il ne faut point chercher ailleurs la cause du Phénomene, & pourquoi la Lune nous présente toujours à peu-pres la même face. Un Géometre qui étant placé au centre du Globe Terrestre supposé transparent, verroit faire le tour de ce Globe à un Vaisseau dont il n'appercevroit jamais que le fond ou la carene, malgré les vents & les impulsions latérales qui le font marcher, jugeroit avec raison que c'est, parce que la carene est plus chargée, ou plus pesante que la partie supérieure du Vaisseau, qui lui est toujours cachée. *M. Descartes* & ses premiers Disciples faisoient bien la Lune plus pesante par un de ses Hémisphères que par l'autre, & pour l'explication du même Phénomene, mais c'étoit par l'Hémisphère supérieur, que nous ne voyons jamais; en quoi assurément ils n'auroient point été fondés, s'ils avoient pris la Pesanteur au sens que nous la prenons ici; comme il paroît par la Théorie répandue dans tout ce Mémoire, & par la restriction de l'Article précédent. Quoiqu'il en soit, on a tout lieu de croire que la Lune n'est pas le seul Satellite qui ne tourne pas sur lui-même, & qui conserve toujours à peu-pres la même position, eu égard à sa Planete Principale. Feu *M. Cassini* a jugé la même chose du cinquième de Saturne, & *M.^{rs} Huguens* & *Gregori* * ont pensé que c'étoit une propriété des Satellites.

* Hug.
Cosmoch.
p. 118.
Greg. Schol.
Pr. 58. l. 4.

XLVIII. La position du Globe d'une Planete par rapport au fluide Désérent, & dans le cas ci-dessus, ne peut être constante qu'autant que la vitesse du fluide demeure telle, & cette vitesse devant changer, comme on sçait, dans toute Orbite elliptique, ou excentrique, telle que l'Orbite de la Lune, en raison inverse des racines de ses distances actuelles au point Central; il suit que le Globe de la Lune ne sauroit avoir une position constante, eu égard à la Terre; mais que par une espece de balancement sur son centre de gravité, & dans le sens de sa Longitude, tantôt elle nous pré-

Fig. IV.

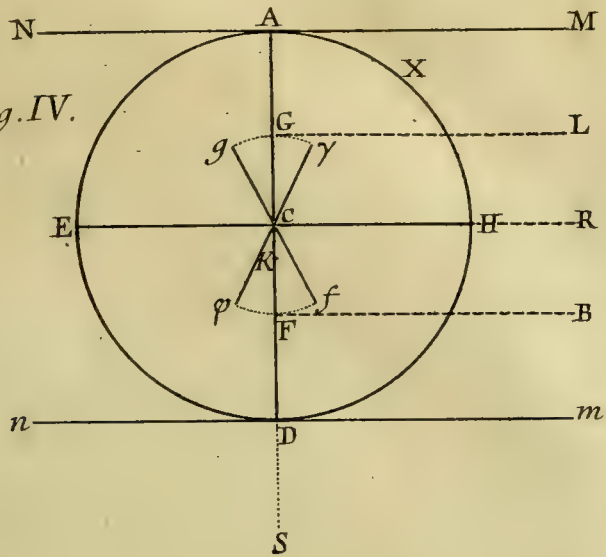


Fig. V.

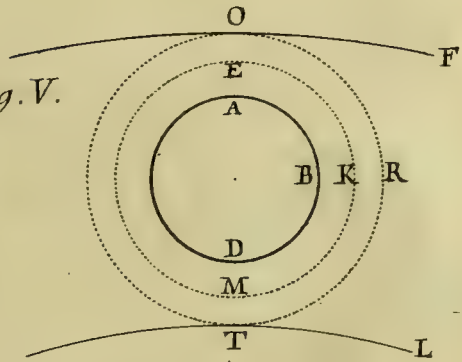
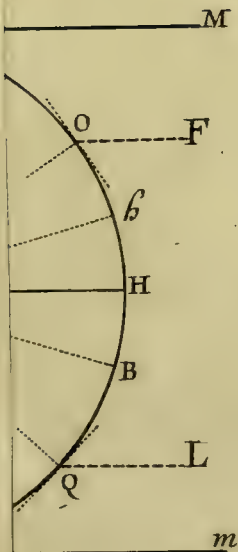
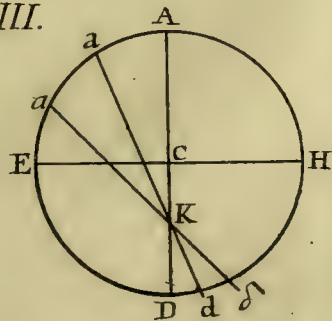
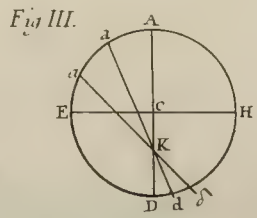
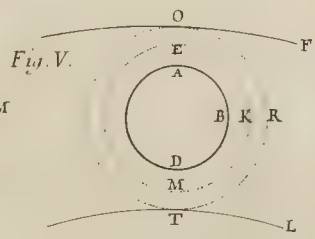
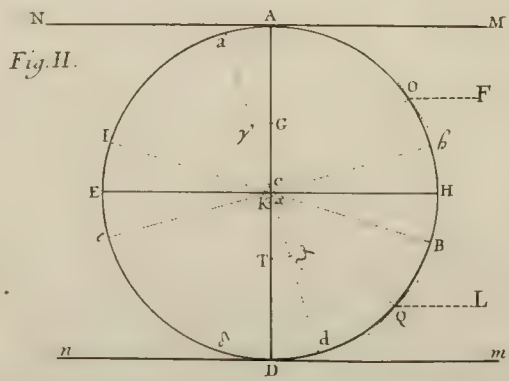
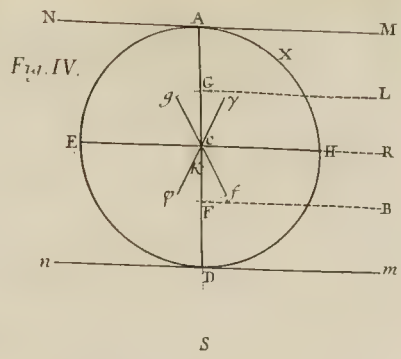
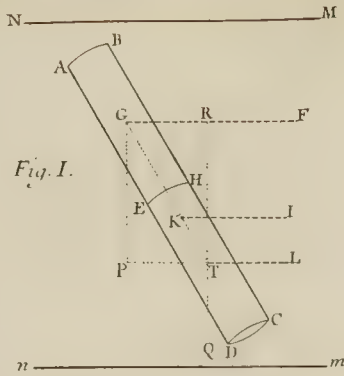


Fig. III.





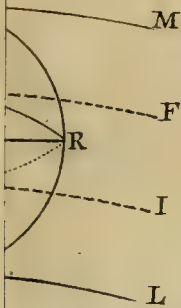


Fig. VI. n.º 1.

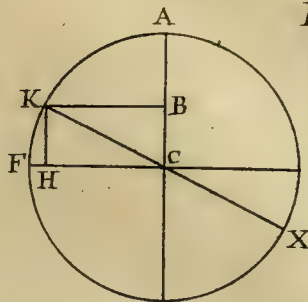


Fig. VI.
n.º 2.

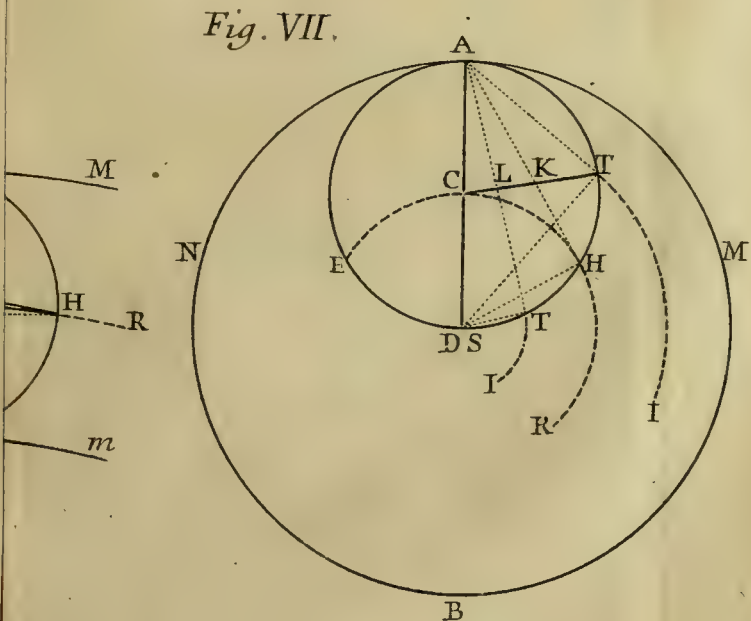


Fig. VII.

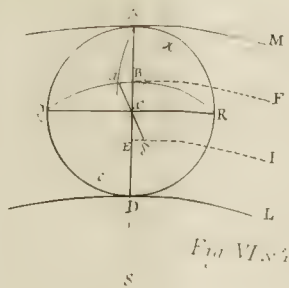


Fig. VI.

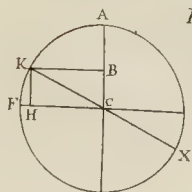


Fig. VI.
N° 2

Fig. VIII

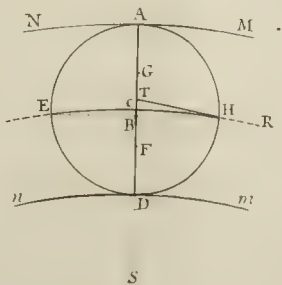
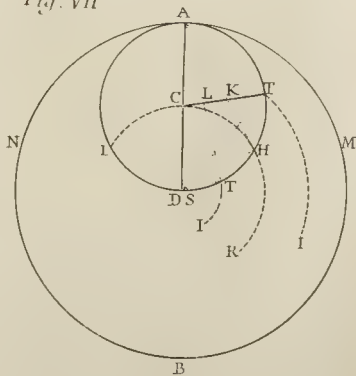


Fig. VII



sentera un peu de l'Hémisphère qui nous est ordinairement caché, & tantôt elle nous cachera un peu de celui qu'elle tourne ordinairement vers nous, & cela plus ou moins, selon l'inégalité de vitesse du fluide qui l'entraîne. Voyés les Art. XII & XIII, & dans la Fig. 2, les Hémisphères *EDH*, *edh*, *IδB*, &c.

XLIX. C'est, comme on voit, une circonstance Physique, qui n'exclut pas la cause optique de la Libration apparente de la Lune, tant en Longitude qu'en Latitude, & telle que feu M. *Cassini* l'a expliquée. Du reste il me paroît difficile d'admettre l'hypothèse des Tourbillons, sans reconnoître cette Libration réelle dont je viens de parler, comme intimement mêlée à la Libration apparente. Le Géometre que nous avons imaginé au centre de la Terre, appercevroit assurément tantôt plus, tantôt moins du flanc de la carene du Vaisseau, selon que le vent souffleroit plus ou moins fort dans ses voiles, & qu'il le feroit pencher plus ou moins d'un côté ou d'autre. Et si l'on étoit une fois bien certain qu'il n'arrive rien de pareil au Globe de la Lune, ou que cette partie de sa Libration s'y fait toujours en un sens contraire à celui qui doit résulter du plus ou du moins de vitesse du fluide ou du Tourbillon qui l'entraîne, ce seroit sans doute une nouvelle difficulté à mettre au nombre de celles qu'on peut alléguer contre l'hypothèse des Tourbillons. Car la Force Centrifuge de l'Hémisphère le plus pesant ayant à varier dans les alternatives d'augmentation ou de diminution réelles de vitesse, qui arrivent à cette Planete autour des Apfides, devoit y produire dans le cas du vuide, une Libration réelle en Longitude, toujours opposée à celle qu'y produiroit le Tourbillon déferent. Les variétés qui regnent dans la Libration de la Lune en Longitude, & sa quantité qui surpasse quelquefois les limites qui lui sont prescrites par l'Optique, & par la Trigonométrie, en vertu de l'excentricité de son Orbite, favorisent encore mon idée par rapport à l'une ou à l'autre de ces Librations. Aussi avois-je fait il y a quelques années un plan d'observations, pour démêler cette complication de causes, & pour m'acquitter

** Hist. Acad.
1721.
p. 65.* plus pleinement de ce que j'avois promis là-dessus en 1721*. Mais je n'ai pû mettre mon projet en exécution, faute d'un lieu propre à observer le passage de la Lune par le Méridien, ce qui, selon mes vûes, y étoit absolument nécessaire.

E X A M E N
DU VINAIGRE CONCENTRE
PAR LA GELEE.

Par M. GÉOFFROY le Cadet.

27 Fevr.
1729.

QUOIQUE le Vinaigre, qui contient l'Acide le plus actif après l'Acide des Minéraux, soit une liqueur assés commune, puisqu'on le fait aisément dans tous les lieux où l'on boit du Vin; le choix qu'on en fait demande quelque attention, & l'on doit préférer celui qu'on tire des cantons de Vignobles dont les Vins ont le plus de corps: il en est plus fort, plus actif & moins sujet à être altéré par des matières étrangères, dont la plûpart des Vinaigriers se servent pour le rendre plus picquant, ou pour lui donner de la couleur. Toutes les matières qu'ils y ajoutent, n'augmentent sa force que pour un temps, & cette force empruntée devient inutile dans la distillation.

Il faut aussi préférer celui qui est pénétrant & volatil, à celui qui a une odeur de baissière, parce que c'est une marque presque assurée que ce dernier a été fait d'un Vin foible, qui commençoit à se gâter; ainsi le bon Vinaigre doit être acide à l'odorat & au goût, & il doit par la volatilité de cet Acide affecter agréablement le palais sans acreté. Entre les Vinaigres qui ont ces qualités, il faut encore choisir, pour les opérations chymiques, celui qui est le plus chargé d'Acides.

Il y a plusieurs moyens de s'en assurer: l'un des principaux a été indiqué par feu M. Homberg, dans un des Mémoires

de l'Académie de 1699, page 49, & par M. Stahl, dans ses Opuscules chymiques, page 418 ; & c'est en suivant leur idée, que je prends pour mes essais deux gros de chaque espèce de Vinaigre que je pèse bien exactement, je les mets dans des Verres dont les fonds sont arrondis ; j'y jette peu-à-peu du Sel de Tartre pur, bien sec & en poudre fine ; ce que je continue de faire jusqu'à ce que la fermentation cesse. L'Acide du Vinaigre s'amortit ; la liqueur devient un peu salée, & la fermentation cessée, je connois le degré de force du Vinaigre par le plus ou le moins de Sel de Tartre qui a été nécessaire pour absorber l'acide de cette liqueur, & dont il s'est faouilé en fermentant ; ce qui va ordinairement depuis quatre grains, pour les Vinaigres de Paris les plus foibles, jusqu'à huit, pour les plus forts. Ceux d'Orléans en absorbent onze ; & un Vinaigre qui sera fait de bon Vin, peut aller jusqu'à douze ; ce que j'ai expérimenté.

M. Stahl ayant dit dans le Livre déjà cité, que l'Acide du Vinaigre le plus fort qu'il avoit pû trouver dans le temps de son expérience, n'avoit pû être absorbé qu'avec peine par deux gros de Sel alkali par livre ; ce qui réduit à mes essais, ne seroit sur deux gros que deux grains un quart. On en pourroit conjecturer que les Vinaigres de Vins d'Allemagne seroient beaucoup plus foibles que ceux de nos Vins, mais il faudroit en avoir de semblables pour s'assurer de cette différence d'Acidité par de nouvelles expériences ; ce qui ne seroit pas même encore une preuve bien certaine, puisque j'ai observé dans mes essais, que nos Vinaigres les mieux choisis varient entre eux, & qu'il y a presque toujours de la différence dans leurs degrés de force.

Il est difficile de trouver de bon Vinaigre à Paris : les Vins de différents crûs qu'on y employe, & les matières âcres que les Vinaigriers y ajoutent, quand les Saisons n'ont pas été favorables à la Vigne, en sont la cause.

Les Vinaigres de Bordeaux & d'Orléans sont ordinairement de meilleure qualité, parce que du moins le Vin dont on les fait est toujours de même crû, & ils sont préférés avec raison.

puisque celui d'Orléans, dans mon essai, a absorbé quatre grains de Sel de Tartre de plus que le meilleur Vinaigre de Paris.

Le Vin n'est pas la seule liqueur qui se convertisse en Vinaigre : on en peut faire, comme on le sçait, de presque toutes les liqueurs fermentées, mais celui du Vin est toujours le meilleur, tant pour l'usage ordinaire que pour les opérations chymiques. Il contient encore tous les principes du Vin, quoique dans un arrangement différent.

La méthode ordinaire des Vinaigriers, pour avancer la fabrication de leur Vinaigre, est de laisser une ouverture à leurs Tonneaux pour la communication de l'air chaud ; on peut cependant faire d'excellent Vinaigre dans un vaisseau qu'on a fermé avant que de le retirer de la Cave pour le mettre dans un lieu un peu plus chaud, afin que par une espèce de digestion, ses principes acides puissent se développer avec moins d'évaporation. Lorsqu'ils sont liés dans le Vin avec une juste proportion de parties huileuses, d'esprits inflammables & de flegme, ils servent à lui donner de l'agrément ; mais prenant le dessus dans le Vinaigre par une nouvelle fermentation, ils se développent dans tout le fluide, & concentrent la partie inflammable, de sorte qu'on ne peut la faire reparoître qu'après diverses opérations, sans lesquelles il seroit difficile de démontrer que cette partie inflammable, qui est l'Esprit de Vin, est encore presque toute entière dans le Vinaigre, & qu'on peut l'en retirer telle qu'elle étoit dans le Vin. Le Sel de Saturne ou de Plomb en est une preuve, puisque ce Sel ne fournit de l'Esprit ardent, dans son analyse, que parce que le Vinaigre avoit conservé une partie de ses Esprits, en se concentrant avec ce métal ; le feu les forçant à se séparer, l'Esprit de Vin reparoît sous sa première forme.

Les liqueurs que je retire par la distillation, d'un Vinaigre dont j'ai connu la force par mes essais, ont entre elles des différences considérables, ainsi que je vais le faire voir.

J'ai pris une livre de Vinaigre, dont l'Acide, à l'essai, étoit absorbé par six grains de Sel de Tartre ; je l'ai distillé

au feu de Sable, & j'ai séparé la liqueur qui distilloit, en cinq portions, dans le courant de la distillation, que j'ai continuée jusqu'à ce qu'il ne me soit resté qu'un gros de résidence dans le vaisseau. La première liqueur, qui est réputée flegme, avoit une odeur de Baissière. J'en ai fait l'essai à deux gros (qui est toujours la dose des essais rapportés dans ce Mémoire) & l'Acide de ces deux gros a été absorbé, en fermentant par trois grains de Sel de Tartre seulement.

L'Acide de la seconde portion, qui commençoit à avoir une odeur moins désagréable, a été absorbé par cinq grains.

La troisième, devenue un peu plus forte, a eu besoin de dix grains de ce Sel.

La quatrième, de treize grains.

Et la cinquième, qui étoit la plus forte, en a pris dix-neuf grains. La résidence restée dans le Vaisseau au poids d'un gros, étoit de couleur brune, épaisse & chargée d'une croûte saline: elle étoit d'une odeur plus pénétrante que les cinq portions de liqueur dont je viens de parler. C'est cette partie de Vinaigre qui en retient le Sel essentiel le plus actif; mais elle est chargée de la partie sulphureuse grossière de ce même Vinaigre, qui la rend désagréable à l'odorat & au goût. Cette résidence, quoique trop épaisse pour être essayée au Sel de Tartre, doit être réservée pour en tirer l'Acide le plus fort.

En continuant l'examen des Résidus, qu'on abandonne ordinairement comme inutiles après les distillations, j'ai trouvé qu'on peut encore profiter de ce qu'ils ont de plus fort.

En les distillant très-lentement, on en sépare plusieurs liqueurs, dont la plus foible est de même force que la quatrième ou cinquième portion, retirée par le procédé que je viens de décrire, & l'on a à la fin un Esprit de Vinaigre très-pénétrant & très-actif, mêlé d'un peu d'Huile fétide qui le jaunit. La dernière résidence qui ne monte pas, est une masse noire, épaisse & presque solide, qui tient concentré un reste d'Acide qu'on ne peut avoir qu'en poussant la distillation à feu ouvert, après y avoir mis un intermede.

Voilà le détail du travail long & assujettissant qu'on

72 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
emploie ordinairement pour avoir un Vinaigre actif & pénétrant. Il y a un autre moyen beaucoup plus court, & qui donne, par une voye très-simple, l'Esprit le plus fort du Vinaigre; c'est en le faisant geler à l'air pendant les grands froids.

M. Stahl ne l'ayant qu'indiqué dans le Livre que j'ai cité, j'ai crû qu'un détail de nouvelles expériences pourroit être de quelque utilité.

Les grands froids de cette année m'ont été favorables, & j'avois heureusement des matériaux tout prêts, comme des Vinaigres distillés simples, des Vinaigres distillés de Résidus, & des Vinaigres qui avoient été déjà concentrés pendant les froids des années précédentes.

J'ai exposé tous ces Vinaigres à la gelée: j'y ai exposé aussi des Vinaigres pris au hazard chés différents Vinaigriers, parce que le choix en étoit alors indifférent, & que j'évitois les distillations par la concentration.

Dix-sept à dix-huit pintes d'un de ces Vinaigres, qui à l'essai du Sel de Tartre avoit six degrés de force (c'est-à-dire qu'il falloit six grains de Sel de Tartre pour absorber son Acide) ayant été réduites à six pintes par la gelée, le reste s'étant séparé en glaces, ce Vinaigre, ainsi concentré, a été essayé de nouveau par le Sel de Tartre, & il en a fallu vingt-quatre grains pour absorber son Acide.

Comme la gelée continuoit, & que le froid étoit assés vif pour me faire espérer une plus forte concentration, j'ai exposé à l'air cent deux pintes du même Vinaigre, que je n'ai pû réduire qu'à vingt-une pintes, à cause du dégel qui est survenu; & à l'essai, il a porté vingt à vingt-un grains de Sel de Tartre.

Les premières glaces qu'on sépare dans ce procédé, sont toutes blanches & insipides comme de l'eau. A mesure que le Vinaigre se concentre, les lames de glaces devenant plus menües, plus spongieuses, & en forme de neige, elles retiennent entre elles de la liqueur spiritueuse, & il faut commencer à les conserver, lorsqu'on s'apperçoit qu'elles ont assés d'acidité.

Il est aisé, par ce moyen simple, d'avoir par degrés un Vinaigre de plus fort en plus fort, puisque celui qui ne prenoit avant la gelée que six grains de Sel de Tartre, a augmenté successivement de quatorze degrés de force, & qu'il en a pris jusqu'à vingt grains. Cependant il ne convient pas toujours de pousser trop loin la concentration du Vinaigre, parce qu'il devient trop épais : son Huile & son Sel essentiel se concentrant, ce Sel acide pourroit rester dans la glace en pure perte, & c'est même par cette raison que j'avertis qu'il faut conserver les glaces, lorsqu'elles sont devenues assez acides.

Toutes ces glaces ayant été placées dans un lieu tempéré pour s'y fondre, j'ai exposé de nouveau la liqueur à la gelée; & par de nouvelles concentrations j'en ai eu vingt pintes de Vinaigre, dont l'Acide, à l'essai, a été absorbé par huit grains de Sel de Tartre : par conséquent ce Vinaigre moyen entre le flegme & le premier Vinaigre qui a été concentré, est de même force que les meilleurs Vinaigres de Paris.

Le Vinaigre que j'avois concentré à la gelée des années précédentes, & dont j'avois huit pintes, ayant été exposé de nouveau cette année, a été réduit à deux pintes & demie. Je n'ai pu le concentrer davantage, puisque ces deux pintes ne se sont pas gelées le 19 Janvier, jour du plus grand froid. A ce point de concentration il a pris quarante-quatre grains de Sel de Tartre, & la glace dégelée a conservé encore assez de force pour fermenter avec treize grains de ce Sel.

La concentration du Vinaigre distillé se fait aussi par la même voye; j'en ai exposé vingt-cinq pintes à la gelée, & je l'ai réduit insensiblement & par degrés à quatre pintes : il s'est trouvé très-fort, puisqu'il a pris trente-huit grains de Sel de Tartre, & que les glaces dégelées en ont encore pris neuf grains.

J'ai aussi exposé à la gelée quatorze à quinze pintes de la liqueur distillée des Résidus du Vinaigre, que j'ai réduites à trois pintes d'un Vinaigre très-acide & très-pénétrant qui a pris cinquante-huit grains de Sel de Tartre.

J'ai exposé la dernière liqueur rousse tirée du Résidu de ce

Vinaigre distillé : les premiers froids n'ont fait sur elle aucun effet, & elle n'a pû se geler que le 19 Janvier. La liqueur qui s'est concentrée est devenue huileuse : elle a conservé son odeur empyreumatique, mais plus pénétrante : à l'essai il a fallu, pour absorber son Acide, soixante grains de Sel de Tartre, & pour la glace dégelée, trente-six grains. Ainsi par la concentration on abrege considérablement les distillations du Vinaigre, & l'on en retire l'Acide le plus fort ; mais il faut rectifier par de nouvelles distillations ces différentes liqueurs, afin d'en séparer les parties huileuses grossières dont elles sont encore chargées.

La distillation au Sable convient pour le Vinaigre non distillé qui a été exposé à la gelée, parce que c'est la plus aisée & la plus prompte ; mais pour les Vinaigres distillés, & qui ont jauni vers la fin de la distillation, ou à la concentration, il faut les rectifier au Bain Marie ; & une Cornue est plus propre à cette rectification que tout autre Vaisseau, parce qu'on n'a besoin que de faire monter l'Acide qui passe, à l'aide de cette chaleur, presque entièrement détaché ou séparé de l'Huile fétide trop grossière, laquelle reste au fond de la Cornue.

J'ai dit que le bon Vinaigre n'étoit que du Vin qui, sans changer de nature, n'avoit fait que changer d'odeur & de goût, puisque, ainsi que je l'ai fait remarquer, on peut faire du Vinaigre excellent avec du bon Vin, sans qu'on puisse craindre l'évaporation de la partie inflammable, en prenant la précaution de boucher exactement le vaisseau ; par conséquent l'Esprit de Vin y est resté presque en entier, comme je l'ai avancé ; mais il faut l'en retirer pour le rendre sensible.

Il semble que lorsqu'on a concentré le Vinaigre par la gelée, & qu'on en a séparé le flegme surabondant, il devoit s'enflammer, mais cependant il ne le fait pas, parce qu'alors les Acides & l'Huile grossière du Vinaigre tiennent encore la partie inflammable embarrassée, & s'opposent à l'action de la flamme.

Il faut donc distiller cette liqueur concentrée, afin que

l'Esprit de Vin, qui en est la partie la plus légère, puisse se dégager & s'élever; & c'est lui qui contre le procédé des distillations ordinaires du Vinaigre, reparoit le premier dès cette première distillation. Il n'est d'abord inflammable que comme l'Eau de vie; mais en le redistillant de nouveau au Bain Marie, il met le feu à la Poudre, comme l'Esprit de Vin le mieux rectifié, avec cette différence que cet Esprit est chargé d'une Huile essentielle d'un goût âcre & d'une odeur empyreumatique qui le jaunit, & dont il conserve l'odeur. Cet Esprit, du moins celui qui vient le premier, ne retient rien de l'Acide du Vinaigre, puisqu'il n'altère pas la teinture des Violettes, & qu'il ne fermente pas non plus avec le Sel de Tartre.

Si l'on retarde considérablement la distillation de ce Vinaigre concentré, on donnera le temps aux Acides de s'étendre & d'agir de nouveau sur cette Huile du Vin. Alors une partie s'en dissipera, & l'autre partie s'étant rencontrée dans l'Acide, ne donnera plus de liqueur inflammable par la distillation: c'est ce que j'ai éprouvé, en distillant au Bain Marie du Vinaigre concentré par la gelée depuis plusieurs années.

C'est donc en déflegmant le Vinaigre par le froid & la gelée, qu'on peut facilement retrouver l'Esprit inflammable du Vin, & démontrer qu'il est presque en entier dans le Vinaigre; ce qu'on ne peut faire appercevoir aussi sensiblement par les distillations ordinaires.

En continuant par le Bain Marie la distillation du Vinaigre concentré, dont j'avois employé quatre livres deux onces, il m'est resté, après la distillation cessée, quatorze onces de résidence qui n'a pû monter, parce qu'elle étoit trop épaisse. Je l'ai trouvée couverte d'une croûte saline, qui est le vrai Sel essentiel du Vinaigre, & qui n'est plus de la même nature du Tartre, puisque le Tartre du Vin est sans odeur, au lieu que ce Sel du Vinaigre, qui a une odeur pénétrante, est l'Acide du Tartre subtilisé par son union avec les Soufres. Si alors, au lieu de Bain Marie, on se sert d'un feu de Sable doux pour continuer la distillation, sans brûler la matière, une partie de ce Sel se résoudra, & fournira un dernier Esprit acide, qui

est le plus fort qu'on puisse retirer. Une preuve que le Tartre n'existe plus dans le Vinaigre sous la même forme, c'est qu'on ne trouve jamais de Tartre dans les Tonneaux des Vinaigriers : on y trouve seulement après un fort long-temps une Lie très-fine, que les Vinaigriers nomment la *Mere du Vinaigre*, & qu'ils conservent avec soin pour la rejeter sur les nouveaux Tonneaux qu'ils sont obligés de remonter. Cette matière m'a donné dans la distillation les mêmes liqueurs que le Vinaigre, mais plus huileuses.

Pour donner une Analyse complete du Vinaigre : après avoir tiré au feu de Sable tout ce que les résidues réunies ont pu fournir d'Esprit acide, j'ai trouvé au fond de la Cucurbite une masse très-brune, d'une consistance d'extrait assés solide. J'en ai mis deux livres avec six livres de Sablon bien lavé & bien sec dans une Cornüe, & en les poussant à feu gradué, j'ai retiré d'abord environ six onces d'un Esprit acide, sentant très-fort l'empyreume, & qui étoit déjà coloré de quelque portion d'Huile; ensuite sept onces d'un Esprit d'odeur urineuse volatil : enfin les vapeurs blanches ont paru, de plus épaisses en plus épaisses : il s'est attaché au parois du Balon un Sel volatil concret, & j'ai trouvé nageantes sur l'Esprit quatre onces d'Huile épaisse & fétide : le Sel volatil concret rassemblé pesoit deux gros. La matière noire demeurée au fond de la Cornüe m'a fourni, après avoir été calcinée & lessivée, un Sel alkali gras qu'il est presque impossible de dessécher.

Avec ces Esprits de Vinaigre ainsi concentrés, je fais la *Terre foliée* beaucoup plus aisément que par le procédé ordinaire. J'employe à cette opération l'Esprit le plus fort, c'est-à-dire, celui qui à l'essai prend soixante grains de Sel de Tartre : le Sel de Tartre étant bien faouilé de l'Acide de ce fort Esprit de Vinaigre, je distille cette liqueur très-lentement au feu de Sable; la première liqueur qui vient, a l'odeur de l'Esprit de Vin, & en la jettant dans le feu, elle s'y enflamme comme l'Eau de vie; la liqueur qui suit est assés singulière, ce n'est plus qu'un flegme empreint d'une légère portion d'Huile, qui au bout de douze heures se colore d'une teinte

vincuse qu'il conserve assés de temps, après quoi il la perd peu-à-peu, puis devient jaune. Par cette nouvelle union de l'Acide le plus fort du Vinaigre avec le Sel alkali, je retrouve un Esprit de Vin très-fort, & moins chargé d'Huile. Ce mélange, réduit à siccité, devient une espece de Terre foliée faite par une voye plus prompte.

J'ai pris deux onces de cette espece de Terre foliée ; & pour en séparer l'Acide du Vinaigre qu'elle contient, & l'avoir le plus pur, & le plus débarrassé de son Huile, je l'ai mis dans une Cucurbite de Verre garnie de son Chapiteau tubulé & de son Récipient ; j'ai versé dessus peu-à-peu de l'Huile de Vitriol blanche la plus concentrée : à mesure que le Sel de Tartre a touché l'Acide vitriolique, il s'est fait une fermentation vive, la matière s'est échauffée considérablement, l'Acide vitriolique, comme le plus fort, a été absorbé par le Sel de Tartre, & pendant cette union l'Acide du Vinaigre, comme plus foible, s'est dégagé & s'est élevé en vapeurs blanches. J'ai trouvé dans le Récipient environ un gros d'un Esprit acide de Vinaigre très-volatil & très-pur, puisqu'il a été distillé sans le secours du feu. Ensuite j'ai mis la Cucurbite au Bain Marie, qui n'a rien fait monter ; mais en la portant au feu de Sable, j'ai retiré encore environ demi-once d'un second Esprit volatil, presque aussi pénétrant que le premier, mais plus sulfureux. J'ai trouvé depuis, que ce dernier procédé étoit décrit dans les Leçons Allemandes de Chimie du Docteur Roth, *chap. 4. page 61.*

La concentration du Vinaigre par la gelée, fournit donc un Vinaigre très-fort.

Puis, par la distillation sans aucune addition, un Esprit de Vin aussi inflammable que s'il eût été tiré des meilleures Eaux de vie.

Ensuite un premier Vinaigre plus fort qu'aucun Vinaigre distillé par les procédés ordinaires.

Un second Vinaigre beaucoup plus fort que ce premier.

Par la Terre foliée, dont je viens de parler,

Un dernier Esprit encore plus actif & plus dépouillé

78 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
d'Huile que celui qu'on retire par la longue préparation des
Crystaux de Venus ou de Verdet.

Un Esprit volatil urineux.

Un Sel volatil en forme sèche.

Une Huile épaisse & fétide.

Et enfin un Sel alkali.

Ces Esprits volatils de Vinaigre peuvent s'employer avec
succès dans les cas de Vapeurs où l'on se sert de l'odeur
pénétrante des Sels volatils.



DE LA POUSSEE DES VOÛTES.

Par M. COUPLET.

L'EXAMEN que j'ai fait de la poussée des Terres, considérées comme roulantes & détachées les unes des autres, contre toutes sortes de Revêtements, & dans toutes les hypothèses d'arrangement de Terres, & la détermination que j'ai fait des bases de ces Revêtements, pour qu'ils puissent résister à la poussée de ces Terres & aux efforts accidentels qui peuvent s'y joindre, en dirigeant l'effort composé de la poussée des Terres, des efforts accidentels, & de la pesanteur du Revêtement vers un point donné quelconque de la base dudit Revêtement, paroît demander que j'examine les poussées des Voûtes contre leurs pieds droits, dans toutes les hypothèses d'arrangement de Vouffoirs polis, ou non polis, & que je détermine les épaisseurs des pieds droits, en dirigeant, comme j'ai fait dans la poussée des Terres, l'Effort composé de la poussée de la Voûte & de la pesanteur du pied droit vers un point donné quelconque de la base de ce pied droit.

9 Févr.
1729.

Quoique cette matière paroisse différente de l'autre, elle n'est cependant, à le bien prendre, que la même, ou du moins l'une paroît être une suite nécessaire de l'autre ; c'est pourquoi je crois placer ces nouvelles recherches en leur lieu, en les mettant à la suite de la poussée des Terres.

Ceux qui ont proposé ces deux Problemes d'Architecture, en ont bien senti la liaison, en les proposant tous deux ensemble ; & ceux qui ont entrepris leur solution, ont confirmé l'identité de cette matière, en travaillant à la solution de l'un & de l'autre.

Les tentatives qu'ils ont faites pour la solution de ces Problemes, m'ayant toutes paru erronées ou insuffisantes, j'ai crû que dans la recherche que j'ai faite, il étoit à propos de tirer l'examen des Voûtes dès leur premier principe, sans m'em-

barraffer de tout ce qui a été fait sur cette matière, quoique plusieurs des Solutions que je trouve soient semblables, ou bien par la manière de résoudre, ou bien par les conséquences, à celles de ceux qui ont le mieux traité cette matière.

Je divise ce Mémoire en deux parties. Dans la première, j'examine la forme & la poussée des Voûtes, & l'épaisseur de leurs pieds droits, sans y faire entrer l'engrènement des Voulsoirs qui les empêchent de glisser les uns contre les autres.

Dans la seconde partie, je détermine les plus petites épaisseurs que l'on puisse donner aux Voûtes circulaires uniformes; j'en détermine aussi les poussées, en y faisant entrer l'engrènement & la liaison des Voulsoirs qui les empêchent de glisser les uns contre les autres, ce qui n'a point encore été examiné par personne que je sçache.

Enfin j'y donne l'épaisseur des pieds droits telle que l'Effort composé de la poussée de la Voûte & de la pesanteur du pied droit, est toujours dirigé vers un point donné quelconque de la base du pied droit.

PREMIERE PARTIE.

Où l'on examine la forme & la poussée des Voûtes; l'épaisseur de leurs pieds droits, sans y faire entrer l'engrènement & la liaison des Voulsoirs qui empêchent ces Voulsoirs de glisser les uns contre les autres.

L E M M E.

Fig. 1. *Si la force x se décompose en deux forces y & z , ces trois forces seront entre elles comme les côtés d'un Triangle formé par les perpendiculaires menées sur les directions de ces trois forces.*

Ceci est démontré dans presque toutes les Mécaniques.

D É M O N S T R A T I O N.

Soit EG perpendiculaire sur la direction AB de la force y ; puis FG perpendiculaire sur la direction AD de la force z , & HI perpendiculaire sur la direction AC de la force x . Je dis
que

que les trois côtés HI , HG , GI , du Triangle HGI , exprimeront les forces x , y , z . Car puisque la force x se décompose dans les deux forces y & z , ces deux forces y & z seront exprimées par les côtés AB , AD , du parallélogramme $ABCD$, dont x est la diagonale, ainsi ces trois forces x , y , z , seront entre elles comme ces mêmes lignes AC , AB , AD .

Or ces trois lignes AC , AB , AD , sont entre elles comme HI , HG , GI . Car le Triangle HGI est semblable au Triangle ABC . Ce que l'on prouve aisément, puisque EG & FG étant perpendiculaires sur les directions AB , AD , les Angles en E & en F étant droits, les deux autres Angles EAF , EGF , du quadrilatere $AEGF$, vaudront ensemble deux Angles droits.

Mais à cause des paralleles AD , BC , le même Angle EAF & l'Angle ABC valent aussi deux droits, donc l'Angle ABC est égal à l'Angle EGF . Si l'on prolonge AC jusqu'en L , pour lors les Triangles HML , AEL , seront semblables, étant tous deux rectangles, l'un en M & l'autre en E , & ayant un Angle commun en L . Donc l'Angle LHM ou GHI sera égal à l'Angle EAL ou BAC ; & comme nous avons déjà trouvé l'Angle ABC égal à l'Angle HGI , il s'ensuit que le Triangle ABC sera semblable au Triangle HGI . Ce qui donne $HI : HG : GI :: AC, AB, BC :: AC : AB : AD :: x : y : z$. Ce qu'il falloit démontrer.

PROBLEME I.

Déterminer le rapport qu'il doit y avoir dans les pesanteurs des Vouffoirs qui forment une Voûte quelconque, & quelle est la poussée des Vouffoirs, afin qu'ils fassent équilibre entre eux sans le secours de l'engrènement de leurs parties.

SOLUTION.

Soient les Vouffoirs A , B , C , D , depuis la Clef jusqu'au pied-droit & pilier buttant, il s'agit de déterminer quel rapport il doit y avoir entre la pesanteur de ces Vouffoirs, c'est-à-dire, quelle doit être la surface de leur coupe, en exprimant

Fig. 23

Mem. 1729. . L

leur pesanteur par leur coupe. Imaginons les verticales AG , BK , CN , DP , tirées par les centres de gravité des Vouffoirs, quelque part où se trouvent ces centres de gravité.

Premièrement la Clef A par sa pesanteur fera contre les deux Vouffoirs voisins des efforts perpendiculaires aux joints par lesquels elle les touche.

Ainsi du centre de gravité A de la Clef, pris sur la verticale AG , si l'on tire les lignes AE , AF , perpendiculaires sur ses joints, & qu'autour d'une portion quelconque AG de la verticale, prise pour diagonale, l'on achève le parallélogramme $AEGF$.

Pour lors en exprimant la pesanteur de la Clef A par la diagonale verticale AG , les côtés AE , AF , du parallélogramme exprimeront les efforts que cette Clef A fait perpendiculairement sur les Vouffoirs voisins.

Maintenant soit prolongée la direction AE de l'effort que la Clef A fait sur son Vouffoir voisin B jusqu'en H . Et du point B , où cette ligne rencontre la verticale BK , soit pris $BH = AE$, qui est l'effort que le Vouffoir B a reçu de la Clef A , & soit achevé le parallélogramme $HIKB$, pour lors ce Vouffoir B pressera son voisin C avec une force BI composée de la pesanteur BK , & de l'effort BH qu'il a reçu de la Clef A .

Or cette pesanteur BK , & cet effort composé BI du Vouffoir B contre le Vouffoir C seront faciles à déterminer, si l'on fait attention que l'effort composé BI doit être perpendiculaire sur le joint, & que la force BH , que ce Vouffoir a reçu de la Clef A , est donnée $= AE$ avec sa direction $AEBH$.

Donc si l'on fait BI perpendiculaire sur le joint, & si par le point donné H , l'on tire la verticale HI , & que du point I , où elle rencontre BI , l'on tire IK , parallèle à BH , l'on aura un parallélogramme $BHIK$, dont le côté vertical BK exprimera la pesanteur du Vouffoir B , le côté BH , la force que ce Vouffoir a reçu de la Clef A , & la diagonale BI , qui est perpendiculaire au joint, exprimera l'effort composé que le Vouffoir B fait contre le Vouffoir C .

Si l'on prolonge de même l'effort composé BI jusqu'en L , en sorte que CL , pris depuis la verticale CN , soit égale à BI . Et si du point C , l'on tire CM , perpendiculaire sur le joint, & CN & LM , verticales, & MN , parallèle à CL , l'on aura un parallélogramme $CLMN$, dont le côté vertical CN exprimera la pesanteur du Vouffoir C ; le côté CL l'effort composé qu'il a reçu des deux premiers Vouffoirs A & B , & la diagonale CM , qui est perpendiculaire au joint, exprimera l'effort composé que ce Vouffoir & les précédents font contre le Vouffoir D .

Enfin si l'on prolonge cet effort composé CM des trois premiers Vouffoirs A, B, C , jusqu'en O , en sorte que DO , prise depuis la verticale DP , soit égale à CM , & si du point D , l'on tire DQ , perpendiculaire sur le joint, & des points O & D des verticales OQ, DP ; & si du point Q , l'on mene QP , parallèle à OD , l'on aura un parallélogramme $DOQP$, dont le côté DP exprimera la pesanteur du Vouffoir D , le côté $DO = CM$ exprimera l'effort composé que le Vouffoir D a reçu des Vouffoirs précédents A, B, C , qui le chargent, & la diagonale DQ , qui est perpendiculaire au joint, exprimera l'effort composé de tous les Vouffoirs A, B, C, D , contre le pied-droit.

Donc les pesanteurs ou surfaces des Vouffoirs sont entre elles comme AG, BK, CN, DP , & les poussées des mêmes Vouffoirs sont exprimées par les lignes AE, BI, CM, DQ , & ces Vouffoirs seront en équilibre, c'est-à-dire, ne glisseront point les uns contre les autres, puisque de la pesanteur de chaque Vouffoir & de la pression qu'il reçoit de celui qui le précède, il en résulte un effort composé perpendiculaire sur le joint du Vouffoir suivant, ce qui l'empêche de glisser, & fait qu'il est en équilibre. *Ce qu'il falloit trouver.*

COROLLAIRE I.

Comme la ligne DQ exprime la poussée résultante de tous les Vouffoirs A, B, C, D , contre le pied-droit, il est évident que si le joint $S\sigma$ est horizontal, cette poussée DQ sera

perpendiculaire à la base du pied-droit, & pour lors il faudroit que la pesanteur du Vouffoir D fût infinie pour résister à la poussée CM des Vouffoirs précédents; car si le joint $S\sigma$, sur lequel ce Vouffoir D est posé, étoit horisontal, il n'auroit par lui-même aucune force pour résister à une poussée qui ne lui seroit point verticale, à moins qu'il ne fût d'une pesanteur infinie, car ce Vouffoir étant d'une pesanteur infinie, & ne recevant des Vouffoirs précédents qu'un mouvement fini exprimé par CM , il ne céderoit à la pression finie de ces Vouffoirs qu'avec une vitesse infiniment petite.

Mais comme un Vouffoir d'une pesanteur infinie ne peut avoir lieu dans la pratique, il faut supposer que le dernier Vouffoir, dont le joint est horisontal, ne sçauroit glisser à cause de l'engrènement de ses parties, & par conséquent ne sçauroit céder que le pied-droit & son pilier buttant ne recule.

Pour cela il faudra considérer les Vouffoirs qui auront les joints trop approchant de l'horisontale, comme ne faisant qu'un corps avec le pied-droit & le pilier buttant.

C O R O L L A I R E I I.

Fig. 2.

Si le joint $S\sigma$, qui n'est point horisontal, est le dernier que l'on considère dans la Voûte, il faudra décomposer la pression DQ sur ce joint en deux forces $D\pi$, $D\delta$, dont l'une $D\pi$ est verticale, & l'autre $D\delta$ est horisontale.

Alors la force verticale $D\pi$ ne fera point effort pour renverser le pied-droit, mais au contraire elle sera toute employée à l'affermir, au lieu que la force horisontale $D\delta$ sera toute employée à faire effort pour le renverser.

T H E O R E M E I.

Fig. 2.

Lorsque tous les joints de la Voûte sont dirigés vers un même point R , comme l'on dit qu'ils doivent être dans la Voûte, dont l'intrados est circulaire, si l'on tire une ligne horisontale quelconque $S\lambda$, les pesanteurs des Vouffoirs A , B , C , D , seront exprimées par les parties XY , VX , TV , ST , de cette ligne horisontale renfermées entre les joints prolongés de ces Vouffoirs.

Leurs poussées seront exprimées par RX , RV , RT , RS , qui sont les prolongements de leurs joints inférieurs interceptés & compris entre le point de concours R & la ligne horizontale $S\lambda$, si tous ces Vouffoirs sont équilibre entre eux.

Ce Théoreme a été démontré par M. de la Hire & par plusieurs autres Géometres, cependant comme il est commode d'avoir ensemble tout ce qui appartient à cette matière présente, & que je crois avoir trouvé une Démonstration plus simple que les autres, j'espère qu'on ne trouvera point mauvais que je la rapporte.

D É M O N S T R A T I O N.

Puisque la ligne $S\lambda$ est horizontale, elle sera perpendiculaire aux directions verticales AG , BK , CN , DP , des pesanteurs de tous les Vouffoirs qui sont équilibre entre eux.

Et de même puisque les lignes RY , RX , RV , RT , RS , sont les prolongements des joints de la Voûte, elles seront perpendiculaires aux pressions AF , AE , BI , CM , DQ , que les Vouffoirs font sur ces joints, par conséquent les trois côtés RX , RY , XY , du Triangle RXY , seront perpendiculaires aux trois forces AE , AF , AG .

Donc (par le Lemme précédent) ces trois forces AE , AF , AG , seront exprimées par les trois côtés RX , RY , XY , de ce Triangle RXY .

C'est-à-dire, que la pesanteur AG du Vouffoir A sera exprimée par XY , & la poussée AE , ou son égale BH , contre le Vouffoir B , sera exprimée par RX .

Par la même raison les trois côtés VX , RV , RX , du Triangle VRX , sont perpendiculaires aux forces BK , BI , BH , & par conséquent ces trois forces seront exprimées par les trois côtés de ce Triangle; sçavoir, la pesanteur BK par VX , l'effort BH qu'il a reçu du Vouffoir A , précédent par RX , & l'effort BI résultant des deux premiers par RV .

De même les trois côtés TV , RV , RT , du Triangle TVR , sont perpendiculaires aux forces CN , CL , CM .

Donc (par le Lemme précédent) la pesanteur CN du Vouf-

soir C , sera exprimée par TV , l'effort composé CL qu'il a reçu des deux Vouffoirs précédents sera exprimé par RV , & l'effort composé CM , qu'il fait contre le Vouffoir D , sera exprimé par RT .

Enfin puisque les trois côtés du Triangle SRT sont perpendiculaires aux trois efforts DP, DO, DQ , la pesanteur DP , du Vouffoir D , sera exprimée par ST , l'effort $DO = CM$, qu'il a reçu des Vouffoirs précédents, sera exprimée par RT , & l'effort composé DQ résultant de la poussée que tous les Vouffoirs A, B, C, D , font sur le pied-droit, sera exprimé par RS , qui lui est perpendiculaire.

Donc les pesanteurs des Vouffoirs A, B, C, D , seront exprimées par XY, VX, TV, ST .

Et les efforts qui se font sur leurs joints inférieurs, seront exprimés par RX, RV, RT, RS . *Ce qu'il falloit démontrer.*

C O R O L L A I R E.

Fig. 2. Si du centre R de la Voûte, l'on tire la verticale RZ sur l'horizontale $S\lambda$, cette verticale RZ exprimera l'effort horizontal de la Clef, & en même temps l'effort horizontal de toute la Voûte, ou d'une portion quelconque d'icelle, comme il est évident, puisque chaque partie de la Voûte, de même que la Voûte entière, doit faire équilibre avec la Clef.

Cette propriété peut encore se démontrer de la manière suivante.

Fig. 2. L'effort AE de la Clef A sur son joint βE se décompose en deux forces $A\beta, A\mu$, dont l'une $A\beta$ est horizontale, & l'autre $A\mu$ est verticale.

Mais les côtés du Triangle XRZ sont perpendiculaires sur les forces $AE, A\beta, A\mu$. Donc la force AE est représentée par XR , la force $A\beta$ par RZ , & la force $A\mu$ par XZ .

De même l'effort DQ résultant de toute la Voûte sur le dernier joint $S\sigma$, se décompose en deux efforts $D\delta, D\pi$, dont l'un $D\delta$ est horizontal, & l'autre $D\pi$ est vertical.

Mais les côtés du Triangle RSZ sont perpendiculaires sur les trois forces $DQ, D\delta, D\pi$. Donc SR représentera

l'effort résultant de toute la Voûte, ou de la demi-Voûte, ce qui est le même, sur le dernier joint $S\sigma$. Le second côté SZ représentera la force verticale $D\pi$, ou la pesanteur de la demi-Voûte, & le troisième côté RZ représentera l'effort horizontal $D\delta$ résultant de la demi-Voûte.

Ainsi la même ligne RZ exprime la force horizontale de la Clef A , aussi-bien que la force horizontale de la demi-Voûte entière. *Ce qu'il falloit démontrer.*

PROBLEME II.

Déterminer la longueur des Voussoirs qui par leur propre poids se soutiennent en équilibre dans une Voûte circulaire, sans y considérer l'engrènement des parties.

SOLUTION.

Soit une Voûte dont l'intrados $MNOPQRS$ soit circulaire, & soient les épaisseurs MN, NO, OQ , &c. des Voussoirs égales dans l'intrados. Fig. 3.

Il s'agit de déterminer leur longueur TN, XO , &c. telle qu'ils fassent équilibre avec la Clef A , dont la longueur VP est donnée.

Pour cela soient prolongés les joints des Voussoirs jusqu'au centre C de la Voûte, où je suppose qu'ils aboutissent tous.

Ces joints prolongés formeront des secteurs MCN, NCO, OCQ , &c. qui seront tous égaux & connus, lesquels secteurs je nomme f .

Soit la pesanteur de la Clef, que j'exprime par la surface $IOQ\beta$ $= a$.

La pesanteur d'un autre Voussoir quelconque $LMNT$ $= b$.

Le secteur $IC\beta$, qui contient la Clef, sera . . . $= a + f$.

Et le secteur LCT , qui contient un Voussoir quelconque B , sera $= b + f$.

Comme nous avons supposé l'arc $OQ =$ à l'arc MN , le secteur $IC\beta$ sera semblable au secteur LCT .

Donc ces secteurs sont entre eux comme les quarrés de leurs rayons.

Ainsi l'on aura cette Analogie $IC\beta : LCT :: VC^2 : LC^2$.
C'est-à-dire..... $a+f : b+f :: VC^2 : LC^2$.

$$\text{Donc } LC^2 = \frac{VC^2 \times b+f}{a+f}, \text{ \& par conséquent } LC \\ = \sqrt{\frac{VC^2 \times b+f}{a+f}}. \text{ Ce qu'il falloit trouver.}$$

CONSTRUCTION.

Fig. 3. Soit décrit un Cercle sur VC pour diametre; & du point D , où ce Cercle rencontre l'intrados, soit tirée l'ordonnée DE .

Pour lors le diametre VC représentera la pesanteur du secteur entier $IC\beta$; & CE représentera celle du secteur OCQ ; & l'autre partie VE représentera celle du Vouffoir A .

Car le secteur $IC\beta : OCQ :: VC^2 : PC^2$, ou DC^2 .

Mais $VC^2 : DC^2 :: VC : EC$.

Donc $IC\beta : OCQ :: VC : EC$.

Donc si l'on exprime le grand secteur $IC\beta$ par VC , il faudra exprimer le petit secteur OCQ par EC , & par conséquent la différence de ces deux secteurs, c'est-à-dire, le Vouffoir A par VE .

Maintenant soit tirée l'horizontale FK , de maniere que la partie HK soit égale à VE . Car comme l'on a vû (*Theor. I.*) les parties de cette horizontale FK devant exprimer les Vouffoirs, ou, ce qui est le même, les pesanteurs des Vouffoirs que nous exprimons par leur surface, il faut faire $HK = VE$, puisqu'ils expriment tous deux le Vouffoir A .

Alors si l'on veut pour exemple avoir la longueur LM du Vouffoir B , ou le rayon LC de son extrados, soit porté GF , qui exprime le poids du Vouffoir B , de E en Z , puis sur ZC pour diametre soit décrit un demi-Cercle qui rencontre en Y l'horizontale VY qui est tangente de la Cléf A .

Pour lors il faudra faire le rayon LC de l'extrados du Vouffoir $B = YC$, & par conséquent la longueur LM du Vouffoir B sera égale $Y\lambda$.

Car nous avons vû dans le Théoreme I, que la pesanteur du

du Vouffoir *A* étoit à la pesanteur du Vouffoir *B*, comme *HK* : *FG*.

Mais *HK* étant égale à *VE*, exprime la pesanteur du Vouffoir *A*, dans le temps que *EC* exprime celle du secteur *OCQ* ou *MCN*.

Donc *FG* exprime la pesanteur du Vouffoir *B*, dans le temps que *EC* exprime celle du secteur *MCN*.

Mais *FG* = *ZE* par la construction, donc *ZE* + *EC*, ou *ZC*, exprime la pesanteur du Vouffoir *B*, plus celle du secteur *MCN*.

C'est-à-dire, que *ZC* exprime *b* + *f* dans le temps que *VC* exprime *a* + *f*.

$$\text{Donc } b + f : a + f :: \overline{ZC}^2 : \overline{VC}^2 :: \overline{YC}^2 : \overline{VC}^2.$$

Donc *b* + *f* : *a* + *f* :: *YC*² : *VC*², & par conséquent *YC*²

$$= \frac{VC^2 \times b + f}{a - f}, \text{ \& } YC = \sqrt{\frac{VC^2 \times b + f}{a + f}}.$$

$$\text{Mais par la solution } \sqrt{\frac{VC^2 \times b + f}{a + f}} = LC.$$

Donc *LC* doit être = *YC*, & par conséquent l'épaisseur *LM* du Vouffoir *B* doit être = *Yλ*. *Ce qu'il falloit trouver.*

Quoique feu M. Parent ait déjà résolu ce Probleme, dont il est fait simplement mention dans l'Histoire de l'Académie de l'année 1704. Comme j'ai trouvé ma résolution & ma construction beaucoup plus simple que la sienne, j'ai cru la devoir donner à l'Académie.

Si l'on ne se soucioit point de faire l'intrados de la Voûte circulaire, & qu'on voulût se contenter que la ligne *AB*, qui est également distante de l'intrados & de l'extrados, soit circulaire, il sera bien facile de déterminer les longueurs *FG*, *HI*, *KL*, des Vouffoirs qui doivent composer la Voûte, ensorte qu'ils soient tous en équilibre entre eux, en supposant toujours que l'engrènement de leurs parties ne sçauroient les empêcher de glisser sur leurs joints : c'est ce que nous allons déterminer dans le Probleme suivant.

Fig. 4.

PROBLEME III.

Trouver les longueurs des Vouffoirs d'une Voûte, telle qu'un Arc de Cercle soit également distant de l'intrados & de l'extrados de chaque Vouffoir.

SOLUTION.

Fig. 4. Soit AB l'Arc de Cercle qui doit être également distant de l'intrados & de l'extrados de la Voûte.

Divisés cet Arc de Cercle en parties BC, CD, DE , &c. égales entre elles, & tirés par le centre Z de cet Arc, & par les divisions B, C, D, E , &c. de ce même Arc, les droites ZT, ZV, ZX, ZY , &c.

Maintenant tirés une horisontale ST , telle que sa partie TV soit égale à la longueur FG que l'on veut donner au Vouffoir qui porte sur le Couffinet; ou, ce qui est le même, telle que sa partie $\delta\epsilon$, comprise entre les joints prolongés de la Clef, soit égale à la longueur $\pi\rho$ que l'on veut donner à la Clef.

Enfin faites les longueurs FG, HI, KL , &c. des Vouffoirs égales aux parties TV, VX, XY , &c. de l'horisontale, qui sont comprises entre les joints prolongés de ces mêmes Vouffoirs, de manière que l'Arc AB soit toujours également distant de l'intrados & de l'extrados de chaque Vouffoir. Cela fait,

Je dis que les Vouffoirs se soutiendront en équilibre dans la Voûte, sans avoir besoin d'engréner ensemble, pour ne pas glisser sur leurs joints.

DÉMONSTRATION.

Chaque Vouffoir est égal à sa largeur prise par le milieu, multipliée par sa longueur.

Mais l'Arc AB est également distant de l'intrados & de l'extrados de chaque Vouffoir.

Donc chaque Vouffoir est égal à sa longueur multipliée par la partie de l'Arc AB qu'il comprend entre ses joints.

Mais les joints des Vouffoirs divisent l'Arc AB en parties

égales. Donc par la construction ces Vouffoirs sont entre eux comme leur longueur.

Mais les longueurs des Vouffoirs ont été faites égales aux parties TV, VX, XY , &c. de l'horizontale, qui sont comprises entre leurs joints prolongés.

Donc les Vouffoirs, qui composent la Voûte, sont entre eux comme les parties d'une même horizontale qui sont comprises entre leurs joints prolongés.

Donc par le Théoreme I, les Vouffoirs de la Voûte feront équilibre entre eux, sans avoir besoin de s'accrocher les uns aux autres, pour ne pas glisser sur leurs joints.

Ce qu'il falloit démontrer.

R E M A R Q U E.

Comme la Démonstration exige que chaque Vouffoir ait son intrados & son extrados en Arcs de Cercles concentriques, ayant tous deux leur centre commun en Z , pour lors l'intrados & l'extrados ne seront point des Courbes parfaites, à moins que l'épaisseur de chaque Vouffoir ne soit infiniment mince. Fig. 4.

C'est pourquoi cette construction de Voûte, aussi-bien que la précédente, demande que l'on adoucisse ces Courbes dentelées pour les rendre plus gracieuses, ce qui est aisé à faire.

Comme il faut imaginer les Vouffoirs les plus minces qu'il est possible, afin de rendre les inégalités de l'intrados & de l'extrados moins grandes, il pourroit arriver que l'horizontale ST deviendrait trop écartée du centre Z de la Voûte, si l'on vouloit que les parties TV, VX, XY , de cette horizontale fussent elles-mêmes les longueurs des Vouffoirs $F CG, H CI, K DL$, &c.

Pour remédier à cet inconvénient, on n'a qu'à tirer une autre horizontale MN plus proche du centre Z de la Voûte, & faire les longueurs FG, HI, KL , proportionnelles aux parties OP, PQ, QR , de cette horizontale, qui sont comprises entre les joints prolongés de ces Vouffoirs.

Il sera même plus aisé de trouver les longueurs des

Vouffoirs, en tirant une horifontale MN , telle que la partie OP , comprise entre les joints du Vouffoir qui porte fur le Couffinet, foit moitié de la longueur FG que l'on veut donner à ce Vouffoir ; car pour lors il n'y aura qu'à porter les parties OP , PQ , QR , &c. de cette horifontale MN , de part & d'autre de l'Arc AB , fur les joints des Vouffoirs auxquels ces parties de l'horifontale appartiennent.

Comme pour exemple, il n'y aura qu'à porter OP en BF , & BG , pour avoir le Vouffoir FCG .

De même il n'y aura qu'à porter PQ en DH & DI pour avoir le Vouffoir HCI , & faire la même chose pour les autres Vouffoirs ; & pour lors on aura une Voûte dont les Vouffoirs feront en équilibre, fans avoir besoin de s'accrocher par leurs joints, pour ne point gliffer les uns contre les autres.

Car les parties OP , PQ , QR , &c. de l'horifontale MN , font entre elles comme les parties TV , VX , XY , de l'horifontale ST .

Mais les parties TV , VX , XY , &c. de l'horifontale ST , font entre elles comme les Vouffoirs qui comprennent ces parties entre leurs joints prolongés, comme nous l'avons fait voir dans la Démonstration du préfent Probleme, conformément au Théoreme I.

Donc les parties OP , PQ , QR , &c. de l'horifontale MN , font entre elles comme les Vouffoirs qui contiennent ces mêmes parties entre leurs joints prolongés.

Donc les Vouffoirs qui composent la Voûte, feront en équilibre entre eux fuivant le Théoreme I.

THEOREME II.

Fig. 6. L'on aura la pefanteur de la moitié de la Voûte, fi du dessous & du dessus de la Clef l'on tire deux lignes horifontales, c'est-à-dire, une tangente à l'intrados, & une tangente à l'extrados, toutes deux menées jufqu'à la rencontre du dernier joint inférieur du Vouffoir prolongé ; & la moitié de la fomme de ces deux tangentes étant multipliée par la hauteur de la Clef qui est le premier Vouffoir,

donnera une surface égale à la coupe de la Voûte, & donnera par conséquent la solidité de la Voûte, & partant sa pesanteur.

Quoique plusieurs Géometres ayent donné ce Théoreme; je ne laisserai pas d'en donner ici la Démonstration, afin qu'on ne soit point obligé de recourir ailleurs pour l'intelligence de ce Mémoire.

D É M O N S T R A T I O N.

Les Triangles formés par les joints des Vouffoirs prolongés jusqu'à la tangente de l'extrados, sont entre eux comme leurs bases prises sur cette même tangente. Fig. 6;

De même les Triangles, qui vont jusqu'à la tangente de l'intrados, sont aussi comme leurs bases prises sur cette tangente; mais les parties de la tangente de l'intrados, coupées par ces joints prolongés, sont entre elles comme les parties de la tangente de l'extrados, coupées par ces mêmes joints prolongés.

Donc les Triangles, qui ont leurs bases sur la tangente de l'extrados, sont proportionnels aux Triangles qui ont leurs bases sur la tangente de l'intrados.

Donc si l'on retranche les seconds Triangles des premiers dont ils sont parties, les restes qui sont compris entre ces deux tangentes, tant de l'extrados que de l'intrados, conserveront toujours le même rapport, & seront par conséquent dans le même rapport que les parties de la tangente de l'extrados.

Mais (*Théor. I.*) les Vouffoirs sont aussi comme ces mêmes parties de tangente, donc les Vouffoirs seront entre eux comme les parties comprises entre les deux tangentes.

Mais le premier Vouffoir *TY* est égal au premier reste; c'est-à-dire, au premier Trapeze *TY* compris entre les deux tangentes, donc les autres Vouffoirs seront aussi égaux aux autres restes, chacun au sien, & par conséquent la somme des Vouffoirs, ou surface, ou profil, de la demi-Voûte, sera égale à l'espace compris entre ces deux tangentes.

Ce qu'il falloit démontrer.

COROLLAIRE I.

Donc si l'intrados d'une Voûte est rectiligne & horizontale comme dans les Plattes-bandes, son extrados doit être aussi rectiligne & horizontale; car alors les Voussoirs ou Clavaux seront entre eux dans le rapport des segments de ces lignes horizontales, comme ils doivent être pour faire équilibre entre eux, ainsi que nous l'avons démontré ci-devant, Théoreme I.

COROLLAIRE II.

Fig. 6. Donc si l'intrados est une ligne courbe quelconque, l'extrados sera aussi une courbe qui dépendra de la courbure de l'intrados.

COROLLAIRE III.

Donc les Voussoirs ne sont point en équilibre, lorsque l'on fait l'intrados curviligne & l'extrados rectiligne; cependant comme l'expérience fait connoître que les Voussoirs ne s'échappent point dans cette construction, quoique l'équilibre n'y soit point conservé, cela ne peut venir que de l'adhérence que les Pierres qui les forment ont les unes avec les autres, & par conséquent de la difficulté qu'elles ont à glisser l'une sur l'autre. D'où l'on peut conclure qu'il n'est point absolument nécessaire de proportionner les Voussoirs aux parties de l'horizontale dont nous venons de parler ci-devant, mais qu'il faut seulement avoir égard à cette proportion, lorsque la Voûte est d'une grandeur considérable & peu épaisse; car si la Voûte étoit grande & mince, pour lors, quoique les Voussoirs ne pussent point glisser l'un sur l'autre, elle pourroit cependant changer sa courbe, c'est-à-dire, la diminuer dans les endroits qui seroient trop chargés, & se convexer davantage dans les endroits qui seroient les moins chargés. D'où naîtroit certainement la rupture de la Voûte, si le changement de courbure devenoit considérable.

PROBLEME IV.

Déterminer la courbure uniforme d'une Voûte, telle qu'elle se maintienne en équilibre, & dont nous considérons les Voussoirs comme polis, c'est-à-dire, sans liaison.

SOLUTION.

Prenés une Corde garnie de poids égaux qui y seront attachés tout du long à égales distances, ces petits poids représenteront les Voussoirs effectifs de la Voûte que nous demandons. Fig. 51

Appliqués les deux bouts de cette Corde sur les deux extrémités de l'intrados, c'est-à-dire, sur les extrémités intérieures des Chevets, d'où la Voûte prend sa naissance, & lâchés cette Corde jusqu'à ce qu'elle touche l'intrados de la Clef, que je suppose renversée, ou jusqu'à ce qu'elle donne une Voussure à volonté. Cette Courbe est celle qu'il convient d'employer, comme nous en donnerons la Démonstration ci-après. L'on en peut conclure que si l'on veut donner une épaisseur uniforme à la Voûte, il faut donner vers le milieu de la Voûte la courbure d'une corde lâche, & faire l'intrados & l'extrados parallèle à cette corde lâche.

Il s'agit donc de démontrer que toutes les parties de la Voûte ainsi construite, seront en équilibre; ce qui doit arriver, puisque la corde lâche donne naturellement cette Courbe, & que les forces centrifuges de cette corde lâche que je regarde comme une Voûte renversée, sont précisément les mêmes que les forces centripètes de cette même Courbe redressée, dont la Voûte en question sera formée.

La corde lâche peut-être considérée comme un Polygone *BCDEFGHA* d'une infinité de côtés tous égaux entre eux, & par conséquent également pesants, ou plutôt comme une corde à laquelle sont attachés à distances égales un grand nombre de petits poids égaux *M, N, O, P, Q, R*.

Cela posé, si d'un point quelconque *S*, l'on tire des perpendiculaires *SI, SK, SL*, &c. sur les côtés de la Courbe,

96 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
ces perpendiculaires couperont une ligne horisontale CH en des parties égales, parce que les parties de cette ligne horisontale représenteront les poids M, N, O, P, Q, R , qui sont tous égaux, comme nous allons le faire voir.

D É M O N S T R A T I O N.

Puisque la corde lâche est en équilibre dans toutes ses parties, le poids N sera en équilibre avec les forces dont les côtés CD & DE du Polygone sont tirés.

Ces trois puissances seront donc entre elles comme les trois côtés d'un Triangle qui seroient perpendiculaires sur leurs directions, c'est-à-dire, comme les côtés du Triangle STV , suivant le Lemme ci-devant.

Mais ces trois côtés du Triangle STV sont perpendiculaires sur les directions CD, DN, DE , de ces trois puissances. Donc ST représentera la force avec laquelle le côté CD est tiré; TV représentera la pesanteur du poids N , & SV la force avec laquelle le côté DE est tiré.

Par la même raison, le poids O est en équilibre avec les forces dont les côtés DE, EF , sont tirés; ainsi ces trois puissances seront entre elles comme les côtés du Triangle SVX , qui sont perpendiculaires sur les directions de ces puissances.

Ainsi SV représentera comme auparavant la force avec laquelle le côté DE est tiré, comme nous venons de le voir dans le Triangle STV ; VX représentera la pesanteur du poids O , & SX la force avec laquelle le côté EF est tiré.

L'on prouvera de même, que dans le Triangle SXY , le côté SX représentera la force dont le côté EF est tiré comme auparavant; le côté XY représentera la pesanteur du poids P , & le côté SY la force avec laquelle le côté FG est tiré.

Donc les parties TV, VX, XY , &c. de l'horisontale représenteront les poids N, O, P , &c. qui sont courber la corde.

Mais les poids N, O, P , &c. qui sont courber la corde sont tous égaux, puisqu'ils représentent les poids des parties égales de la corde. Donc les parties TV, VX, XY , &c. de l'horisontale

l'horizontale doivent être égales, quand elles sont formées ou interceptées par des lignes SI , SK , SL , $S\pi$, &c. perpendiculaires aux directions CD , DE , EF , FG , &c. des côtés de la corde.

Mais nous avons vû ci-devant, que les poids des Vouffoirs étoient représentés par les mêmes parties de cette horizontale; donc en donnant à la Voûte la courbure d'un corde lâche, tous les Vouffoirs seront également pesants, & par conséquent la Voûte sera d'une épaisseur uniforme.

Il faut remarquer que cette courbure doit être placée un peu au-dessus du milieu de l'épaisseur de la Voûte, & qu'il lui faudra faire l'intrados & l'extrados parallèle, parce que cette courbure est celle qui doit passer par les centres de gravité des Vouffoirs; si même l'on place cette ligne au milieu, entre l'intrados & l'extrados, on ne s'écartera pas beaucoup de sa vraye position, & pour lors il faudra faire les joints perpendiculaires à la courbure de la Voûte, puisque les directions des puissances doivent être perpendiculaires sur ces joints pour trouver un appui.

COROLLAIRE.

Comme dans la pratique l'on fait toujours les Voûtes d'une épaisseur uniforme, sur-tout dans les Voûtes d'Eglise qui ont une grande portée, il s'ensuit que la courbure de la corde lâche est la meilleure de toutes pour la construction de ces Voûtes.

Si l'on vouloit bâtir sur une partie quelconque de cette Voûte, il faudroit ajouter à la partie correspondante de cette corde lâche une pesanteur proportionnée à celle du Bâtiment dont elle devroit être chargée; & la courbe qu'elle indiqueroit, seroit celle qu'il faudroit employer.

PROBLEME V.

Dans une Voûte, dont l'intrados est circulaire, déterminer le point M par lequel l'effort composé de la demi-Voûte ARTE agit sur le Couffinet EA. Fig. 6.

S O L U T I O N.

Fig. 6. Cherchés par la méthode ordinaire l'énergie de chaque Vouffoir par rapport au rayon vertical TC .

Divisés la somme de toutes ces énergies par la pesanteur de la demi-Voute $ARTE$, le quotient sera la distance $\pi\delta$ du centre de gravité π de la demi-Voute au rayon vertical TC , comme il est démontré dans la manière de trouver les Centres de gravité.

Par le centre de gravité π de la demi-Voute $ARTE$, tirés la verticale $\lambda\mu$; & par le milieu ρ de l'épaisseur TR de la Voûte au sommet, tirés l'horizontale $\rho\sigma$.

Enfin par le point λ , où cette horizontale rencontre la verticale $\lambda\mu$, tirés λM perpendiculaire sur le Couffinet EA .

Je dis que le point M sera celui par lequel l'effort composé de la demi-Voute agit sur le Couffinet.

Ce qu'il falloit trouver.

D É M O N S T R A T I O N.

Le point π étant le centre de gravité de la demi-Voute $ARTE$, il faut que d'un point de la verticale $\lambda\mu$ il y ait deux perpendiculaires λM , $\lambda\rho$, l'une sur le joint vertical TR , l'autre sur le Couffinet EA .

Car la demi-Voute n'ayant ses appuis que sur le joint vertical TR , & sur le Couffinet EA , sa pesanteur qu'on peut exprimer par la verticale $\lambda\mu$, doit se décomposer en deux autres forces $\lambda\theta$, λM , perpendiculaires aux appuis TR , EA .

Le point ρ où l'effort horizontal $\lambda\theta$ rencontre le joint vertical TR , est celui par lequel la demi-Voute comprime le joint vertical TR .

Donc le point M est celui par lequel l'autre effort λM , agit sur le Couffinet EA . *Ce qu'il falloit démontrer.*

R E M A R Q U E.

J'ai placé le point ρ au milieu du joint vertical TR , parce

que c'est celui qui est le plus écarté de l'intrados & de l'extrados, lesquels sont sujets à divers accidents; car il faut toujours placer le point d'appui le plus sûrement qu'il est possible.

Comme pour la solution de ce Probleme, il faudroit chercher l'énergie d'un grand nombre de Vouffoirs, pour qu'il en puisse résulter quelque précision, je crois qu'il convient de le résoudre d'une manière plus générale, comme on le voit ci-après, Probleme VI.

PROBLEME VI.

Trouver le centre de gravité de la demi-Voûte ANDE, dont l'intrados est circulaire.

SOLUTION.

Soient tirées les tangentes AO , ES , aux sommets d'intrados & d'extrados, jusqu'à ce qu'elles rencontrent le joint prolongé ND du Couffinet. Fig. 7.

Ces tangentes seront parallèles, & l'espace $AOSE$ qu'elles comprennent, sera égal à la coupe $ANDE$ de la demi-Voute, comme nous l'avons fait voir.

Du centre C de la Voûte soient tirées deux droites CG , CH , infiniment proches l'une de l'autre; l'espace GI qu'elles comprendront entre les deux tangentes ES , AO , sera égal à l'espace Lm qu'elles comprendront dans la coupe de la Voûte, c'est-à-dire, que GI sera égal au Vouffoir infiniment petit Lm .

Des extrémités M , m , de l'intrados Mm , du Vouffoir infiniment petit Lm , soient tirées les ordonnées MP , mp , au rayon vertical AC .

Soit enfin tirée FQ , également distante des tangentes parallèles AO , ES , il est clair que l'espace $AOSE$, qui est égal à la coupe de la demi-Voûte, est $= FQ \times AE$, & $GI = Tr \times AE$.

Cela fait, soit $CP = x$ & $Pp = dx$, $CA = CM = r$, $AE = a$.

On aura $PM = \sqrt{rr - xx}$.

Et sa différentielle $MR = \frac{-x dx}{\sqrt{rr - xx}}$.

On aura FT par cette analogie, $CP : PM :: CF : FT$,
c'est-à-dire, $x : \sqrt{rr - xx} :: r + \frac{a}{2} : FT$, $= \frac{\sqrt{rr - xx \times r + \frac{a}{2}}}{x}$.

Et sa différentielle $Tt = \frac{-rr dx \times r + \frac{a}{2}}{xx \sqrt{rr - xx}}$.

Multipliant cette différentielle Tt par $AE = a$, le produit $\frac{-arr dx \times r + \frac{a}{2}}{xx \sqrt{rr - xx}}$ fera la valeur de GI , ou celle du Vouffoir infiniment petit Lm , qui est la différentielle de la Voute.

La différentielle Mm de l'intrados sera $= \frac{-r dx}{\sqrt{rr - xx}}$, &
par conséquent le secteur MCm sera $= \frac{-rr dx}{2 \sqrt{rr - xx}}$.

Ajoûtant à ce secteur le Vouffoir Lm , la somme $\frac{-rr dx}{2 \sqrt{rr - xx}}$
 $-\frac{arr dx \times r + \frac{a}{2}}{xx \sqrt{rr - xx}}$, fera la valeur du secteur LCK .

Pour avoir le rayon LC de ce secteur LCK , on fera cette analogie $MCm : LCK :: MC : LC$, c'est-à-dire, $\frac{-rr dx}{2 \sqrt{rr - xx}}$

$$: \frac{-rr dx}{2 \sqrt{rr - xx}} = \frac{arr dx \times r + \frac{a}{2}}{xx \sqrt{rr - xx}} :: rr : LC^2.$$

$$\text{D'où l'on tire } LC^2 = rr + \frac{arr \times 2r + a}{xx} = \frac{rrx + 2ar^2 + aar}{xx} \\ = \frac{rr \times 2ar + aa + xx}{xx}.$$

Et par conséquent $LC = r \times \frac{\sqrt{2ar + aa + xx}}{x}$.

$$\text{Et } LC^3 = r^3 \times \frac{2ar + aa + xx^{\frac{3}{2}}}{x^3}.$$

Ayant les expressions de LC , MC , Mm , on trouvera par la méthode ordinaire qui sert à trouver le centre de gravité de la différence de deux secteurs, l'énergie du Vouffoir Lm , par rapport à la verticale AC , laquelle énergie est

$$= \frac{LC^3 \times Rm}{3AC} - \frac{AC^2 \times Rm}{3}.$$

Mettant en la place de LC , Rm , AC , leurs valeurs analogues, l'on aura $-\frac{rrdx \times 2ar + aa + xx^{\frac{3}{2}}}{3x^3} + \frac{rrdx}{3}$ pour l'énergie ou le momentum du Vouffoir infiniment petit Lm , c'est-à-dire, pour la différentielle de l'énergie ou momentum de la demi-Voute par rapport à la verticale AC .

Ainsi l'intégrale de cette différentielle sera le momentum de la partie $AMLE$ de la demi-Voute.

$$\begin{aligned} \text{Divisant ce momentum } S &= rr dx \times \frac{2ar + aa + xx^{\frac{3}{2}}}{3x^3} \\ + S + \frac{rrdx}{3} &\text{ par la pesanteur } AMLE = AIHE = FT \\ \times AE &= \frac{\sqrt{rr - xx} \times ar + \frac{aa}{2}}{x}. \end{aligned}$$

$$\text{Le quotient } \frac{S - rr dx \times \frac{2ar + aa + xx^{\frac{3}{2}}}{3xxx} + S + \frac{rrdx}{3}}{\frac{\sqrt{rr - xx} \times ar + \frac{aa}{2}}{x}} \text{ sera la}$$

distance de la verticale AC au centre de gravité de la portion de la Voute $AMLE$. *Ce qu'il falloit trouver.*

L'intégrale du dernier terme $\frac{rrdx}{3}$ est égale à $\frac{rrx}{3}$.

Ainsi toute la difficulté consiste à trouver l'intégrale de

$-\frac{rrdx \times 2ar + aa + xx^{\frac{3}{2}}}{3x^3}$ que je n'ai pu trouver sans supposer la quadrature de l'hyperbole équilatere où je la réduis de la manière suivante.

$$-rrdx \times \frac{2ar+aa+xx^{\frac{3}{2}}}{3x^3} = -\frac{rrx^{-3}dx}{3} \times \frac{2ar+aa+xx^{\frac{3}{2}}}{2}.$$

Pour trouver l'intégrale de cette différentielle, je la transforme en une autre, en supposant $\frac{2ar+aa}{u} = u$, & par conséquent $\frac{2ar+aa}{u} = x$.

$$\text{D'où l'on tire } -dx = \frac{2ar+aa \times du}{uu}.$$

Multipliant cette égalité par la suivante,

$$\frac{2ar+aa+xx^{\frac{3}{2}}}{2} = 2ar+aa + \frac{2ar+aa^2}{uu}.$$

$$\text{On aura } -dx \times \frac{2ar+aa+xx^{\frac{3}{2}}}{2} = \frac{2ar+aa \times du}{uu} \times$$

$$\frac{2ar+aa+xx^{\frac{3}{2}}}{2} = \frac{2ar+aa}{uu} \times \frac{2ar+aa \times du}{u^{\frac{3}{2}}}$$

$$\times \frac{2ar+aa \times uu + 2ar+aa}{2} = \frac{2ar+aa^{\frac{5}{2}}}{u^{\frac{3}{2}}} \times$$

$$\times du \times uu + 2ar+aa^{\frac{3}{2}}.$$

Divisant le premier & le dernier membre de cette égalité

$$\text{par } x^3 = \frac{2ar+aa}{u^3}, \text{ l'on aura}$$

$$-dx \times \frac{2ar+aa+xx^{\frac{3}{2}}}{x^3} = \frac{du}{uu\sqrt{2ar+aa}} \times uu + 2ar+aa^{\frac{3}{2}}.$$

Multipliant enfin par $\frac{rr}{3}$, l'on aura

$$-rrdx \times \frac{2ar+aa+xx^{\frac{3}{2}}}{3x^3} = \frac{rrdu}{3uu\sqrt{2ar+aa}} \times uu + 2ar+aa^{\frac{3}{2}}.$$

$$\text{Ainsi l'intégrale de notre différentielle } -\frac{rrdx \times 2ar+aa+xx^{\frac{3}{2}}}{3x^3}$$

fera == à l'intégrale de $\frac{rr du}{3uu\sqrt{2ar+aa}} \times \frac{uu+2ar+aa^{\frac{3}{2}}}{}$

dans laquelle elle est transformée.

$$\begin{aligned} \text{Or } S \frac{rr du}{3uu\sqrt{2ar+aa}} \times \frac{uu+2ar+aa^{\frac{3}{2}}}{} &= \\ &= -\frac{rr \times \frac{uu+2ar+aa^{\frac{3}{2}}}{}}{3u\sqrt{2ar+aa}} + S \frac{rr du \times \sqrt{uu+2ar+aa}}{\sqrt{2ar+aa}}. \end{aligned}$$

Ainsi l'intégrale de notre différentielle transformée dépend de la quadrature d'une hyperbole équilatère par rapport à son second axe.

Car $S - \frac{rr du \times \sqrt{uu+2ar+aa}}{\sqrt{2ar+aa}}$ est le produit de $\frac{rr}{\sqrt{2ar+aa}}$

& de $S du \times \sqrt{uu+2ar+aa}$, qui est l'élément de la quadrature de l'hyperbole équilatère par rapport à son second axe, & l'axe de cette hyperbole équilatère est $= \sqrt{2ar+aa}$, & la coupée u , prise sur ce second axe, seroit $= \frac{2ar+aa}{x}$.

Ce qu'il falloit trouver.

Ayant trouvé ce centre de gravité, l'on opérera comme dans le reste du Problème V.

PROBLÈME VII.

En supposant les Vouffoirs en équilibre, trouver l'énergie d'une Voûte quelconque pour renverser son pied droit.

SOLUTION.

Ayant décomposé, suivant le Cor. 2. du Probl. I. la pression MP , que la Voûte fait sur le Couffinet en deux forces MO , MN , dont l'une est verticale, & l'autre horizontale, prolongés les joints EA , BZ , des Couffinets, jusqu'à ce qu'ils se rencontrent en C , puis tirés la corde AB de la Voûte,

Fig. 6.

104 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
 & du point C tirés la verticale CD , qui sera perpendiculaire
 au point D sur la corde AB .

L'on aura un Triangle rectangle ADC , dont le côté AD
 représentera l'effort vertical MO , que la Voûte fait sur le
 pied-droit, par le Cor. Theor. I.

Le côté DC représentera l'effort horisontal MN , que la
 Voûte fait contre le pied-droit, par le Cor. du Theor. I.

Et le côté AC représentera l'effort que ladite Voûte fait
 perpendiculairement sur le Coussinet EA , par le Cor. Th. I.
 parce que les côtés du Triangle ADC sont perpendiculaires
 aux trois forces MP , MO , MN .

Mais le côté AD de ce Triangle exprime aussi la pesanteur
 de la demi-Voute $ARTE$, par le Cor. du Theor. I.

Donc si l'on fait la pesanteur de la Voûte $= p$, l'on aura
 la pesanteur AD de la demi-Voûte, ou l'effort vertical qu'elle
 fait sur le pied-droit $= \frac{p}{2}$.

Ainsi la Voûte fera contre le pied-droit deux efforts dont
 l'horisontal MN est appliqué au Levier VK , pour renverser
 le pied-droit; & l'effort vertical MO est appliqué à un bras
 de Levier FI pour affermir le pied-droit, en mettant le point
 d'appui en F , ou à un bras de Levier KI , si l'on veut mettre
 le point d'appui en K .

Donc si l'on retranche l'énergie de la force verticale MO ,
 de l'énergie de la force horisontale MN , le reste sera l'énergie
 que la Voûte a pour renverser le pied-droit.

Pour trouver ces deux énergies, il faut commencer par dé-
 terminer le point M , par lequel l'effort λM agit sur le Couf-
 finet EA .

Soit donc le point M , ou le point ω qui lui répond per-
 pendiculairement, tel que $A\omega$ ou IH soit $= p$.

Soit de plus $AB = a$, & par conséquent $AD = \frac{a}{2}$.

Soit..... $DC = b$.

L'épaisseur TR de la Voûte a son sommet $= 2c$.

Comme nous avons fait $A\omega$, ou $IH = p$, nous aurons
 $M\omega$ par cette analogie $AD : DC :: A\omega : M\omega$.

C'est-

C'est-à-dire $\frac{a}{2} : b :: p : \frac{2bp}{a} = M\omega$.

Retranchant $A\omega$ ou IH de KH , le reste KI sera le Levier auquel est appliquée la puissance verticale MO , pour affermir le pied-droit, & l'empêcher d'être renversé.

Ajoûtant $M\omega = \frac{2bp}{a}$ à la hauteur intérieure AH du pied-droit, la somme MI ou VK sera le Levier par lequel agira la force horizontale MN de la Voûte pour renverser le pied-droit, en le faisant tourner au tour du point d'appui K .

Pour déterminer ces Leviers, & les puissances qui leur sont appliquées, soit la hauteur intérieure AH du pied-droit $= C$, la base $FH = x$.

$$FK = \frac{mx}{n}.$$

L'on aura VK ou $HA + M\omega = C + \frac{2bp}{a}$.

Et KI ou $KH - IH = x - \frac{mx}{n} = p$.

Voyons maintenant quelles sont les puissances appliquées à ces Leviers KI , VK .

Pour les trouver, soit le rayon AC ou $RC = r$.

L'on aura $C\rho \dots = r + e$.

Et $\rho\sigma$ se trouvera par cette analogie, $CD : DA :: C\rho : \rho\sigma$.

C'est-à-dire, $b : \frac{a}{2} :: r + e : \rho\sigma = \frac{ar + ae}{2b}$.

Multipliant cette valeur de $\rho\sigma$ par $TR = 2e$, le produit $\frac{are + aee}{b}$ sera la surface de $TR\beta$, ou de la demi-Voûte $ARTE$.

Multipliant cette surface de la demi-Voûte, qui exprime sa pesanteur, par le Levier $KI = x - \frac{mx}{n} = p$.

Le produit $\frac{are + aee}{b} \times x - \frac{mx}{n} = p$ sera l'énergie de la puissance MO que la Voûte employe pour retenir le pied-droit.

Voyons maintenant quelle est l'énergie de la puissance horizontale MN .

Mem. 1729.

. O

La puissance verticale MO est à la puissance horizontale MN comme $AD : DC$.

C'est-à-dire, $\frac{are + aee}{b} : MN :: \frac{a}{2} : b$.

Ainsi la puissance horizontale $MN = 2re + 2ee$.

Multipliant cet effort horizontal MN par son levier VK
 $= C + \frac{2bp}{a}$.

Le produit $2re + 2ee \times C + \frac{2bp}{a}$ sera l'énergie horizontale que la demi-Voûte fait pour renverser le pied-droit.

Enfin si de cette énergie horizontale de la Voûte qui tend à renverser le pied-droit, on retranche l'énergie verticale $\frac{are + aee}{b} \times x - \frac{mx}{n} - p$ que la Voûte a pour retenir le pied-droit.

Le reste $2re + 2ee \times C + \frac{2bp}{a} - \frac{are + aee}{b}$
 $\times x - \frac{mx}{n} - p$ sera l'énergie résultante de la Voûte pour renverser le pied-droit, en le faisant tourner sur le point d'appui K . *Ce qu'il falloit trouver.*

PROBLEME VIII.

Fig. 6. *Trouver la base du pied droit telle que l'effort composé de la poussée de la Voûte & de la pesanteur dudit pied droit soit dirigé vers un point quelconque K de sa base, en supposant toujours les Voussoirs sans liaison.*

SOLUTION.

Le point vers lequel est dirigé l'effort composé de plusieurs puissances, est le point d'appui sur lequel il les faut mettre en équilibre.

Ainsi il s'agit dans ce Probleme, de mettre l'énergie de la Voûte en équilibre avec celle du pied-droit sur le point d'appui donné K .

C'est-à-dire qu'il faut que l'énergie que la Voûte a pour renverser le pied-droit sur le point d'appui K , soit égale à l'énergie de la pesanteur dudit pied-droit sur le même point d'appui K , pour résister à la poussée de cette Voûte qu'il doit soutenir.

Et comme nous avons trouvé dans le Probleme précédent, l'énergie que la Voûte a pour renverser le pied-droit, en le faisant tourner sur le point d'appui K , il faut maintenant chercher l'énergie de ce même pied-droit sur le même point d'appui K .

Pour cela, soit comme dans le Probleme précédent, La hauteur intérieure AH du pied-droit, ou son

égale $QG \dots\dots\dots = C$.

La hauteur extérieure $EG \dots\dots\dots = d$.

On aura $EQ \dots\dots\dots = d - c$.

Sa hauteur moyenne MI sera $\dots\dots\dots = \frac{c+d}{2}$.

Sa base entière $FH \dots\dots\dots = x$.

Sa partie GH , ou son égale $QA \dots\dots\dots = f$.

$FK \dots\dots\dots = \frac{mx}{n}$.

On aura la base FG de son talus $\dots\dots\dots = x - f$.

La surface du parallelogramme $QGHA$ sera $\dots\dots\dots = cf$.

Et la surface du Triangle EFG sera $\dots\dots\dots = \frac{dx - df}{2}$.

Et la surface du Triangle EQA sera $\dots\dots\dots = \frac{df - cf}{2}$.

Si l'on multiplie la surface ou pesanteur cf du parallelogramme $QGHA$ par son bras de Levier $KI = FH - IH$

$- FK = FH - \frac{GH}{2} - FK = x - \frac{f}{2} - \frac{mx}{n}$.

Le produit $cfx - \frac{cff}{2} - \frac{cfmx}{n}$ sera l'énergie du parallelogramme $QGHA$.

Et si l'on multiplie la pesanteur ou surface $\frac{dx - df}{2}$ du Triangle EFG par son bras de Levier $KL = FL - FK$
 $= \frac{2FG}{3} - FK = \frac{2x - 2f}{3} - \frac{mx}{n}$.

Le produit $\frac{2dxx - 2dfx - 2dfx + 2dff}{6} - \frac{dmxx + dfmx}{2n}$
 $= \frac{dxx - 2dfx + dff}{3} - \frac{dmxx + dfmx}{2n}$ sera l'énergie du
 Triangle EFG .

Et si l'on multiplie la pesanteur ou surface $\frac{df - cf}{2}$ du
 Triangle EQA , par son bras de Levier $KX = FH - XH$
 $= FK = FH - \frac{2GH}{3} = FK = x - \frac{2f}{3} - \frac{mx}{n}$.

Le produit $\frac{dfx - cfx}{2} - \frac{2dff + 2cff}{6} - \frac{dfmx + cfm}{2n}$
 sera l'énergie du Triangle EQA sur le point d'appui K .

Enfin si l'on ajoute ensemble ces trois énergies, leur somme
 $cfx - \frac{cff}{2} - \frac{cfm}{n} + \frac{dxx - 2dfx + dff}{3} - \frac{dmxx + dfmx}{2n}$
 $+ \frac{dfx - cfx}{2} - \frac{dff + cff}{3} - \frac{dfmx + cfm}{2n} = \frac{cfx}{2} - \frac{cff}{6}$
 $- \frac{cfm}{2n} + \frac{dxx}{3} - \frac{dfx}{6} - \frac{dmxx}{2n}$ sera l'énergie entière du
 pied-droit sur le point d'appui K .

Laquelle énergie doit être égale à l'énergie $2re + 2ee$
 $\times c + \frac{2bp}{a} - \frac{ave - aee}{b} \times x - \frac{mx}{n} - p$ que la Voûte a
 pour renverser le pied-droit, en le faisant tourner autour du
 point d'appui K , ce qui donne cette Equation $\frac{cfx}{2} - \frac{cff}{6}$
 $- \frac{cfm}{2n} + \frac{dxx}{3} - \frac{dfx}{6} - \frac{dmxx}{2n} = 2re + 2ee$
 $\times c + \frac{2bp}{a} - \frac{ave - aee}{b} \times x - \frac{mx}{n} - p$.

Multipliant par $6n$, on aura $3cfnx - cffn - 3cfmx$
 $+ 2dnxx - dfnx - 3dmxx = 2re + 2ee$
 $\times 6cn + \frac{2bpn}{a} - \frac{ave - aee}{b} \times 6nx - 6mx - 6np$.

Divisant par $2dn - 3dm$, l'on aura
 $xx + \frac{3cfnx - 3cfmx - dfnx - cffn}{2dn - 3dm} =$

$$= \frac{2re + 2ee \times 6cn + \frac{12bpn}{a} - \frac{are - aee}{b} \times 6nx - 6mx - 6np}{2dn - 3dm}.$$

Faisant passer du premier membre dans le second, le terme qui ne contient point de x ; & du second membre dans le premier, les termes qui contiennent x , l'on aura

$$xx + x \times \left\{ \begin{array}{l} \frac{3cfn - 3cfm - dfn}{2dn - 3dm} \\ + \frac{are + aee}{b} \times \frac{6n - 6m}{2dn - 3dm} \end{array} \right.$$

$$= \frac{cfn + 2re + 2ee \times 6cn + \frac{12bpn}{a} + \frac{are + aee}{b} \times 6np}{2dn - 3dm}.$$

Ajoûtant à chaque membre le quarré du coefficient de x , l'on aura

$$xx + x \times \left\{ \begin{array}{l} \frac{3cfn - 3cfm - dfn}{2dn - 3dm} \\ + \frac{are + aee}{b} \times \frac{6n - 6m}{2dn - 3dm} \end{array} \right. + \left\{ \begin{array}{l} \frac{3cfn - 3cfm - dfn}{2dn - 3dm}^2 \\ + \frac{are + aee}{b} \times \frac{6n - 6m}{2dn - 3dm} \end{array} \right.$$

$$= \frac{cfn + 2re + 2ee \times 6cn + \frac{12bpn}{a} + \frac{are + aee}{b} \times 6np}{2dn - 3dm} + \left\{ \begin{array}{l} \frac{3cfn - 3cfm - dfn}{2dn - 3dm}^2 \\ + \frac{are + aee}{b} \times \frac{6n - 6m}{2dn - 3dm} \end{array} \right.$$

Et tirant la racine quarrée, l'on aura

$$x = \sqrt{\frac{cfn + 2re + 2ee \times 6cn + \frac{12bpn}{a} + \frac{are + aee}{b} \times 6np}{2dn - 3dm} + \left\{ \begin{array}{l} \frac{3cfn - 3cfm - dfn}{2dn - 3dm}^2 \\ + \frac{are + aee}{b} \times \frac{6n - 6m}{2dn - 3dm} \end{array} \right.}$$

$$= \frac{3cfn + 3cfm + dfn - are - aee \times \frac{6n - 6m}{b}}{2dn - 3dm}.$$

Ce qu'il falloit trouver.

L'examen que je viens de faire de la poussée des Voussiors considérés comme polis, & de la force des pieds-droits qui doivent soutenir leur effort, paroît demander que j'examine aussi quelle est la charge que doit soutenir le Cintre de Char-

110 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
pente qu'on employe ordinairement pour la construction de
ces Voûtes, dont les Vouffoirs sont considérés comme polis.

M. Pitot a déjà donné à l'Académie en 1726 la maniere
de trouver le poids absolu de la Voûte.

Ainsi je n'examinerai que le rapport qu'il y a entre le
poids de la Voûte & la charge du Cintre.

Mais pour cela il faut faire la Remarque suivante.

R E M A R Q U E.

Fig. 8. Quand les Vouffoirs sont tous posés sur le Cintre à l'ex-
ception de la Clef, si on les considère comme polis, enforte
que le Cintre seul s'oppose à leur descente sur leurs joints.

Pour lors chaque Vouffoir comme $MmYV$, étant chargé
d'autres Vouffoirs $KMVZ$, ne chargera pas le Cintre comme
il feroit s'il étoit libre, c'est-à-dire, s'il n'étoit point chargé
des Vouffoirs $KMVZ$, car les Vouffoirs $KMVZ$, en le
chargeant, feront effort pour le faire remonter sur son joint.

Enforte qu'il ne restera au Vouffoir $MmYV$, pour char-
ger le Cintre, que la différence qui est entre l'effort qu'il feroit
sur le Cintre, s'il étoit libre, & l'effort que les Vouffoirs
 $KMVZ$ font pour le faire remonter sur son joint mY .

Suivant cette idée, il en résultera que de tous les Vouffoirs
 $KRXZ$ qui composent la demi-Voûte en plein Cintre, il
n'y aura qu'une partie $KMVZ$ qui chargera le Cintre,
pendant que l'autre partie $MRXV$ fera plutôt effort pour
s'écarter du Cintre que pour le charger.

C'est pourquoi avant de déterminer le rapport qu'il y a
entre la pesanteur de la demi-Voûte $KRXZ$ & la charge
du Cintre avant que la Clef soit posée, je crois qu'il est à
propos de chercher quelle est la portion $KMVZ$ de la Voûte
qui charge le Cintre, & quelle est celle $MRXV$ qui ne le
charge point.

P R O B L E M E I X.

Fig. 8. Soit une demi-Voûte $KRXZ$, en plein Cintre, & d'une
épaisseur uniforme, dont la Clef ZK n'est pas encore posée.

On demande quelle est la portion $KMVZ$ de cette demi-Voûte qui charge le Cintre KMR , ou quelle est la portion $MRXV$ de cette demi-Voûte qui ne charge point le Cintre.

SOLUTION.

Imaginons la Voûte divisée en une infinité de Voussoirs, comme $MmYV$, & faisons passer un Arc AD par les centres de gravité de tous ces petits Voussoirs.

Soit G le centre de gravité de l'Arc AD .

Il sera aussi le centre de gravité de tous les Voussoirs qui sont dans $KMVZ$.

Par le centre de gravité G , soit tirée la verticale BN ; par le point D , qui est l'extrémité de l'Arc AD , soit tirée DB perpendiculaire sur le joint CV .

Par le point B , ou DB , rencontre la verticale BN , soit tiré BC au centre C .

Enfin par un point quelconque N , de la verticale BN , soit tiré NF parallèle à BD , & NL parallèle à BC .

On aura un parallélogramme $BLNF$, dont la diagonale BN étant verticale, & passant par le centre de gravité commun G de tous les Voussoirs $KMVZ$, pourra exprimer la pesanteur de tous les Voussoirs $KMVZ$.

Pour lors le côté BL , étant perpendiculaire en D sur le rayon VC , aussi bien que l'Arc AD qui est le lieu de tous les centres de gravité des Voussoirs $KMVZ$, exprimera l'effort que tous ces Voussoirs ensemble font sur le joint MV .

Enfin le côté BF exprimera l'effort composé que tous les Voussoirs font vers le centre C de la Voûte.

Ainsi la pesanteur de tous les Voussoirs $KMVZ$ est à l'effort qu'ils font perpendiculairement sur le joint VC :: BN : BL , c'est-à-dire, comme le sinus de l'Angle total CBD du parallélogramme est au sinus de l'Angle CBN ou BCE , c'est-à-dire :: DC : BE , ou :: DC : GH .

Ou bien si l'on prend γ pour le centre de gravité de l'Arc KM :: MC : γL .

Soit $MC = r$.

$$KP = x \dots Pp = dx.$$

$$KM = z \dots Mm = \frac{r dx}{\sqrt{2rx - xx}}.$$

$$\text{On aura } PM = \sqrt{2rx - xx}.$$

$$\gamma I = \frac{rx}{z}.$$

Ainsi la pesanteur $KMVZ$ étant à l'effort qu'elle fait sur $VC :: MC : \gamma I$; si l'on exprime la pesanteur $KMVZ$ par $KM = Z$, on aura $r : \frac{rx}{z} :: z$ est à un quatrième terme x , qui sera l'effort BL que la demi-Voûte fait perpendiculairement sur VC .

Mais cet effort $BL = x$ étant perpendiculaire sur VC , n'est plus perpendiculaire sur le joint suivant YC .

C'est pourquoi cet effort $BL = x$ étant prolongé en Q , si l'on tire DO perpendiculaire sur YC , & qu'on exprime cet effort $BL = x$ par DQ , il se décomposera en deux forces DO, OQ .

L'effort DO , étant perpendiculaire sur YC , est entièrement employé à comprimer le joint inférieur YC du Vouffoir $MmYV$.

L'effort OQ , étant suivant MY , est opposé à l'effort que le Vouffoir $MmYV$ fait pour charger le Cintre en glissant sur son joint Ym .

Ainsi l'effort $BL = x$, que le Vouffoir $MmYV$ a reçu des Vouffoirs précédents $KMVZ$, est à l'effort qui lui résulte suivant $OQ :: DQ : OQ$.

Mais le Triangle DOQ étant semblable au Triangle MCm , on a $DQ : OQ :: CM : Mm$, c'est-à-dire $:: r : \frac{r dx}{\sqrt{2rx - xx}}$.

Ainsi l'effort que le Vouffoir $MmYV$ a reçu suivant OQ , est $= \frac{x dx}{\sqrt{2rx - xx}}$.

Voyons maintenant quel est l'effort que le Vouffoir $MmYV$ fait

fait par lui-même pour comprimer le Cintre en glissant sur son joint inférieur Ym .

Puisque nous avons exprimé par KM , la pesanteur de la somme des Vouffoirs $KMVZ$, il faut exprimer par Mm $= \frac{rdx}{\sqrt{2rx-xx}}$, la pesanteur du Vouffoir $MmYV$.

Or $MC : MR ::$ la pesanteur du Vouffoir $MmYV$ est à l'effort qu'il fait pour glisser sur son joint Ym .

C'est-à-dire $r : r - x :: \frac{rdx}{\sqrt{2rx-xx}} : \text{à un quatrième terme}$

$\frac{rdx-xdx}{\sqrt{2rx-xx}}$, qui est l'effort que le Vouffoir infiniment petit $MmYV$ fait pour comprimer le Cintre C en glissant sur son joint inférieur Ym .

• Si de cet effort $\frac{rdx-xdx}{\sqrt{2rx-xx}}$ que le Vouffoir $MmYV$ fait pour descendre suivant son joint Ym , on retranche l'effort $\frac{xdx}{\sqrt{2rx-xx}}$ que ce même Vouffoir a reçu des Vouffoirs précédents dans une direction OQ , opposée à celle de sa descente.

Le reste $\frac{rdx-xdx}{\sqrt{2rx-xx}} - \frac{xdx}{\sqrt{2rx-xx}}$ fera l'effort avec lequel le Vouffoir $MmYV$ comprime le Cintre.

Maintenant si l'on veut sçavoir quelle est la portion de Voûte $KMVZ$ qui charge le Cintre, c'est-à-dire, quel est le terme $MmYV$ où les Vouffoirs cessent de presser le Cintre.

Il n'y a qu'à faire $= 0$ l'effort $\frac{rdx-xdx}{\sqrt{2rx-xx}} - \frac{xdx}{\sqrt{2rx-xx}}$ du Vouffoir $MmYV$, ce qui donnera $r - 2x = 0$.

Et par conséquent $x = \frac{r}{2}$.

Or x ou $KP = \frac{r}{2}$ ou $\frac{KC}{2}$, lorsque l'Arc KM est de 60° .

Donc la somme $KMVZ$ des Vouffoirs qui chargent le Cintre est de 60° , & par conséquent la somme des Vouffoirs

Mem. 1729.

• P

114 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
MR XV, qui ne chargent point le Cintre, est de 30° .
Ce qu'il falloit trouver.

COROLLAIRE I.

Comme la différentielle $\frac{rdx - xdx}{\sqrt{2rx - xx}} - \frac{xdx}{\sqrt{2rx - xx}}$ exprime
 l'effort que chaque Vouffoir fait sur le Cintre, son intégrale
 $2\sqrt{2rx - xx} - S\frac{rdx}{\sqrt{2rx - xx}}$ sera la somme des pressions
 que tous les Vouffoirs compris dans *KMVZ* font sur le
 Cintre de Charpente.

Mais $2\sqrt{2rx - xx} - S\frac{rdx}{\sqrt{2rx - xx}} = 2PM - KM$,
 parce que $\frac{rdx}{\sqrt{2rx - xx}} = Mm$.

Et comme nous avons exprimé par *KM* la pesanteur des
 Vouffoirs *KMVZ*, nous aurons cette analogie.

La pesanteur de tous les Vouffoirs *KMVZ* est à la somme
 des efforts qu'ils font sur le Cintre :: *KM* : $2PM - KM$.

COROLLAIRE II.

Comme nous avons trouvé $\frac{rdx - xdx}{\sqrt{2rx - xx}}$ pour l'effort que
 chaque Vouffoir *MmYV* feroit sur le Cintre, si les Vouffoirs
 supérieurs lui laissoient toute la liberté de descendre, en
 glissant sur son joint inférieur, il est évident que l'intégrale
 $\sqrt{2rx - xx}$ de cette différentielle sera la somme des efforts
 que tous les Vouffoirs qui sont dans *KMVZ* feroient sur le
 Cintre, s'ils étoient libres.

Mais $\sqrt{2rx - xx} = PM$, & la pesanteur de *KMVZ*
 $= KM$.

Donc la pesanteur des Vouffoirs *KMVZ* est à la somme
 des efforts que tous les Vouffoirs qui sont dans *KMVZ*

font sur le Cintre, quand on les suppose libres :: $KM : PM$, c'est-à-dire, comme l'Arc KM est à son sinus PM .

COROLLAIRE III.

Si l'Arc KM devient égal au quart de Cercle KMR , pour lors son sinus PM deviendra égal au rayon CR , ce qui donnera cette analogie.

La pesanteur de la demi-Voûte $KRXZ$ est à l'effort que tous ses Voussoirs feroient sur le Cintre, s'ils étoient libres, comme le quart de circonférence KMR est au rayon CR .

Ou bien en multipliant ces deux derniers termes par la moitié du rayon, ce rapport sera comme la superficie du quart de Cercle KCR est à la moitié du quarré du rayon, ou bien :: $11 : 7$, *ce qui est bien différent* du rapport que M. Pitot a donné dans les Mémoires de l'Académie de l'année 1726. p. 222. Remarque sixième, où il donne le rapport du poids de la Voûte uniforme en plein Cintre à la somme des pressions que ses Voussoirs feroient sur le Cintre de Charpente, comme le quarré du rayon est à la superficie du quart de Cercle, ou :: $14 : 11$.

L'erreur sera plus facile à appercevoir, si l'on se représente la surface d'un quart de Cylindre, dont la hauteur soit égale à son rayon, & l'onglet tracé sur cette surface.

Car pour lors l'intégrale des rayons du quart de Cercle sera égale audit quart de surface cylindrique, ou, ce qui est Fig. 9. le même, à la moitié de la surface du Cercle.

Et l'intégrale de tous les sinus du même quart de Cercle, sera égale à la surface de l'onglet, qui est égale au quarré du rayon, comme je le vais démontrer.

L'on a les Triangles CFO , MSm , semblables, ce qui donne $CO : Mm :: OF : Sm$, mais $CO = NR$, & $OF = OV$, & $Sm = RQ$. Donc $NR : Mm :: OV : RQ$. Ainsi $NR \times RQ = Mm \times OV$, c'est-à-dire, le rectangle NQ est égal au trapeze ME .

Donc l'intégrale, ou la somme de tous les NQ , qui est

le quarré CL du rayon, est égale à la somme de tous les ME , qui est l'onglet KTA .

Mais l'onglet KTA exprime la somme de tous les sinus tirés sur l'Arc KT , & la superficie cylindrique KH est la somme de tous les rayons tirés du même quart de circonférence KT .

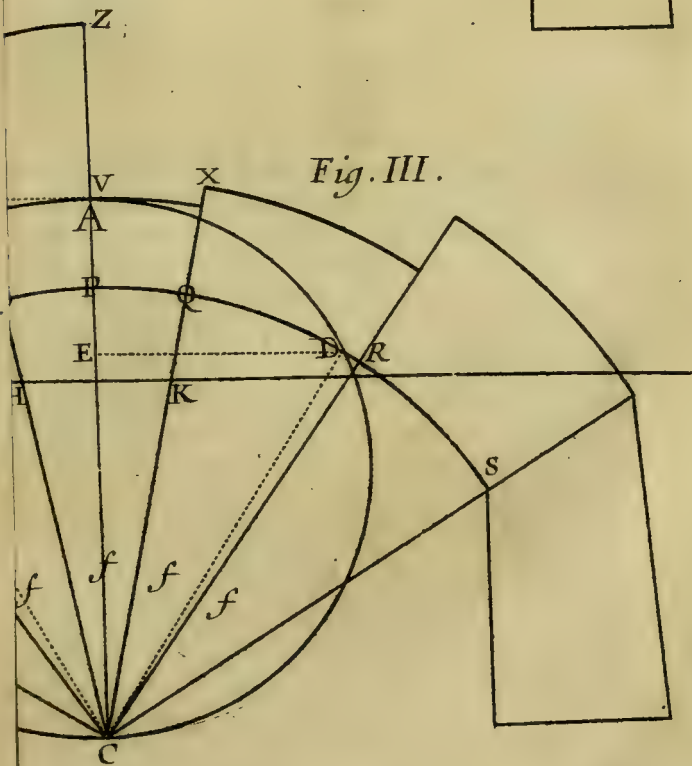
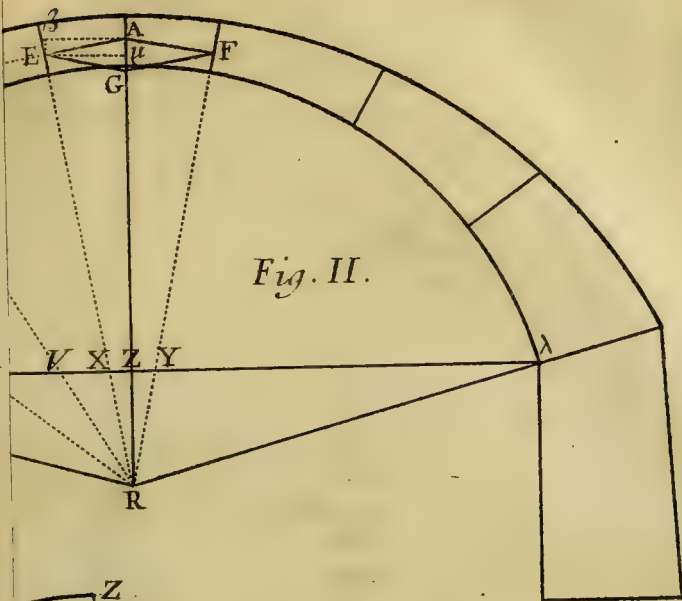
Donc M. Pitot auroit dû conclurre, *puisque la pesanteur de chaque Vouffoir est à l'effort qu'il fait sur le Cintre, comme le rayon CM est au sinus MR , ou bien, comme MB est à MD , la pesanteur de tous les petits Vouffoirs sera à la charge du Cintre, comme la somme des MB est à la somme des MD , c'est-à-dire, :: $KH : KTA$, ou bien, comme la surface du demi-Cercle est au quarré du rayon, & non pas comme le quarré du rayon à la surface du quart de Cercle.*

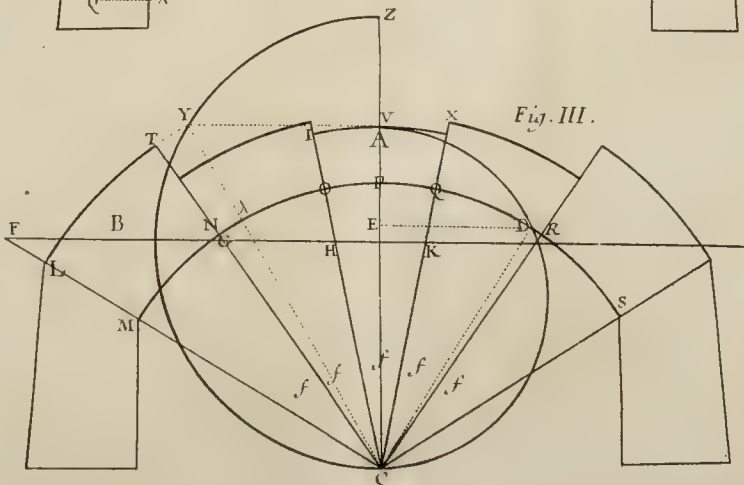
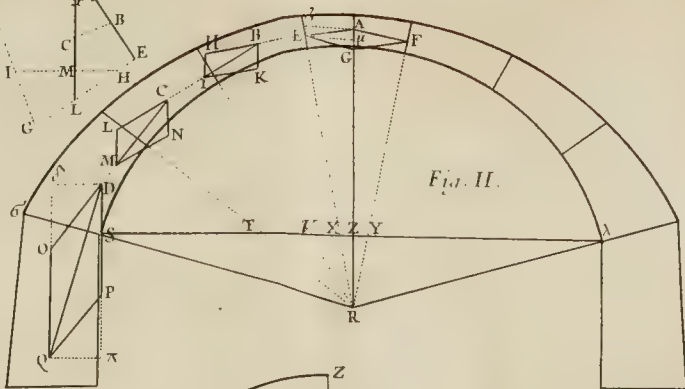
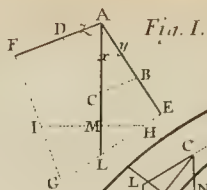
Je ne donne ce rapport que pour m'accommoder à l'hypothese de M. Pitot, qui prétend qu'il est démontré par les principes de Statique, que la pesanteur d'un Vouffoir quelconque est à l'effort qu'il fait sur le Cintre, comme le rayon CM est au sinus MR .

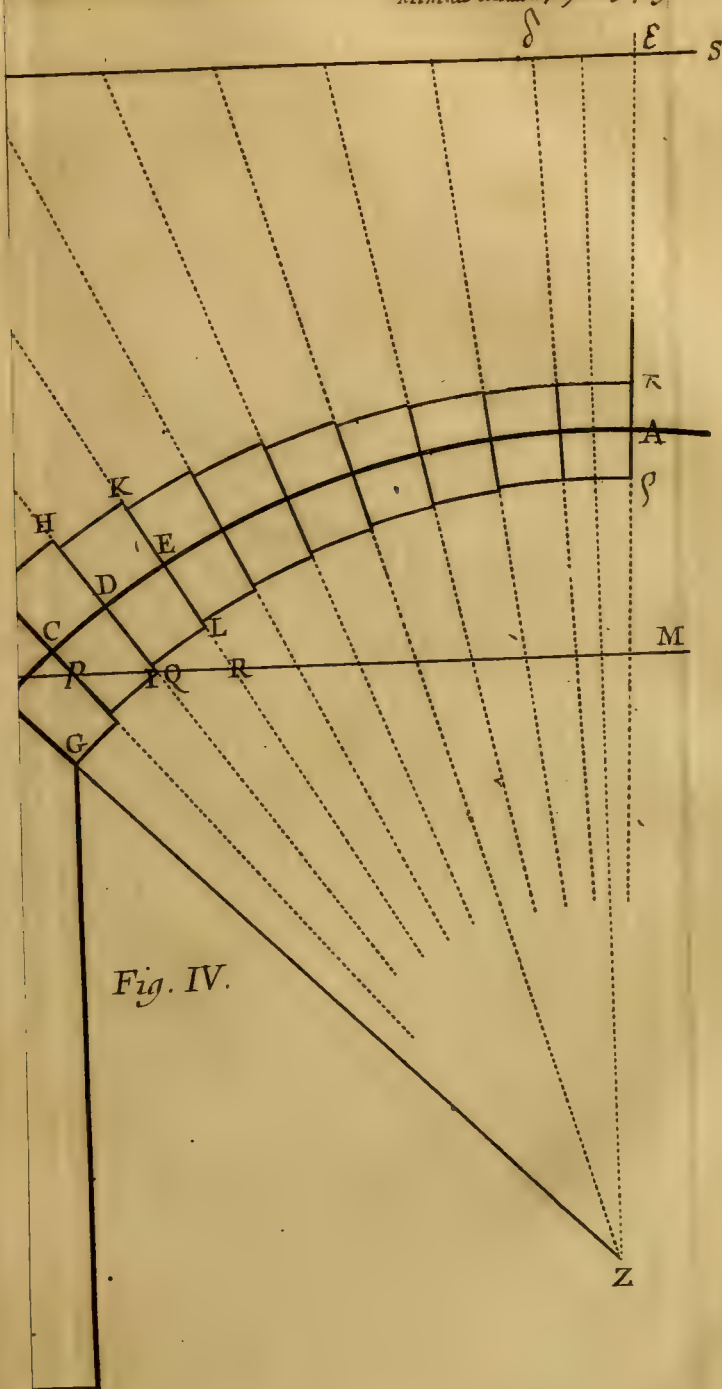
Mais cette proposition de Statique n'a lieu, comme je viens de le démontrer, que quand le Vouffoir est libre, c'est-à-dire, n'est chargé d'aucun autre Vouffoir.

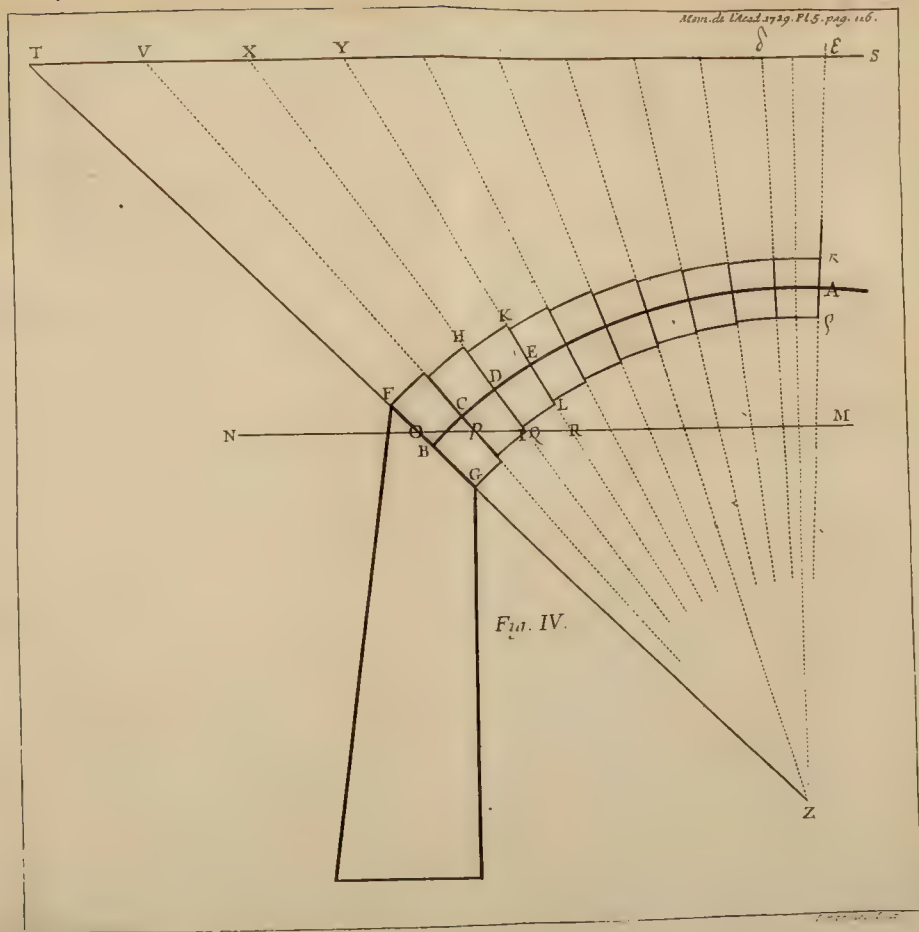
Mais quand les Vouffoirs sont tous placés sur le Cintre, à l'exception de la Clef, l'on trouvera le rapport de leur pesanteur à leur charge par le Probleme IX & son Corollaire premier, les Corollaires second & troisième n'ayant été mis que pour l'hypothese impossible de M. Pitot, où il faudroit supposer que les Vouffoirs sont libres.

Jusqu'ici nous avons examiné quelle étoit la proportion des Vouffoirs qui pouvoient glisser les uns contre les autres & s'échapper, lorsqu'ils ne feroient point équilibre par leur propre pesanteur. Mais comme nous avons remarqué dans le Corollaire troisième du Théoreme II, que les Vouffoirs sont assez adhérents pour ne pouvoir point s'échapper en glissant les uns sur les autres, toute la Théorie précédente









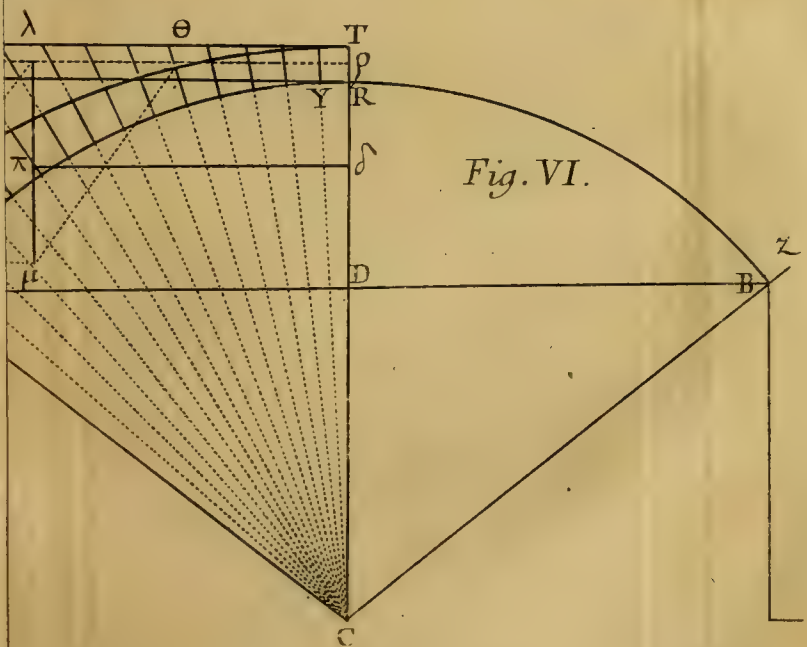
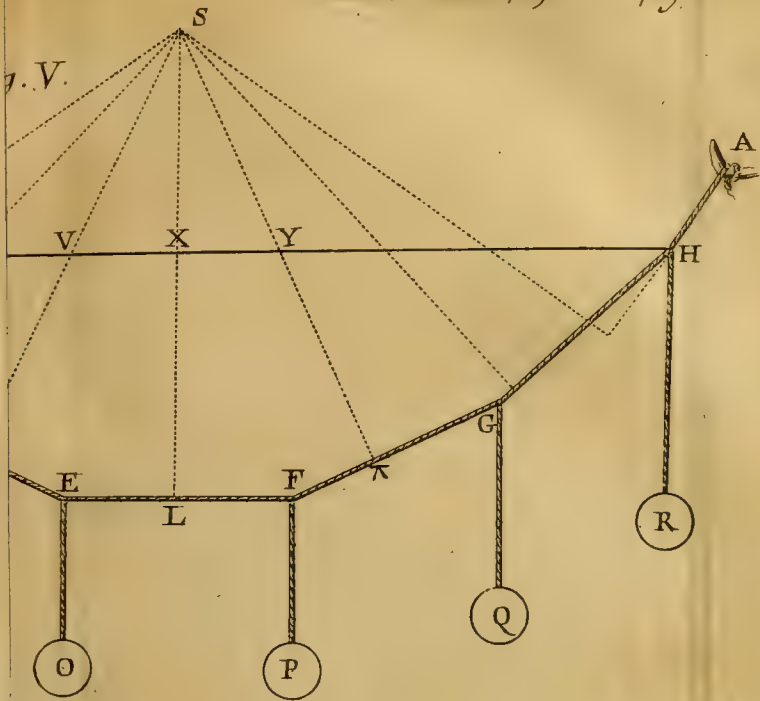


Fig. V

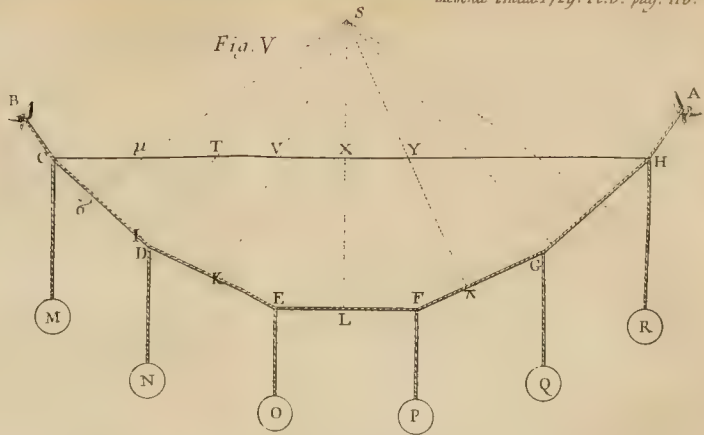
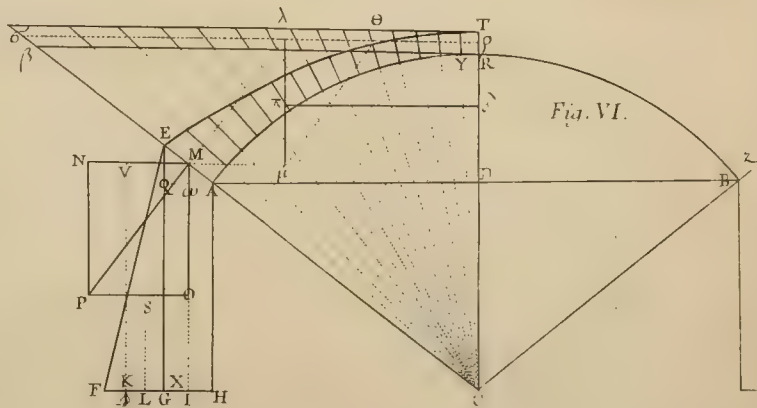


Fig. VI.



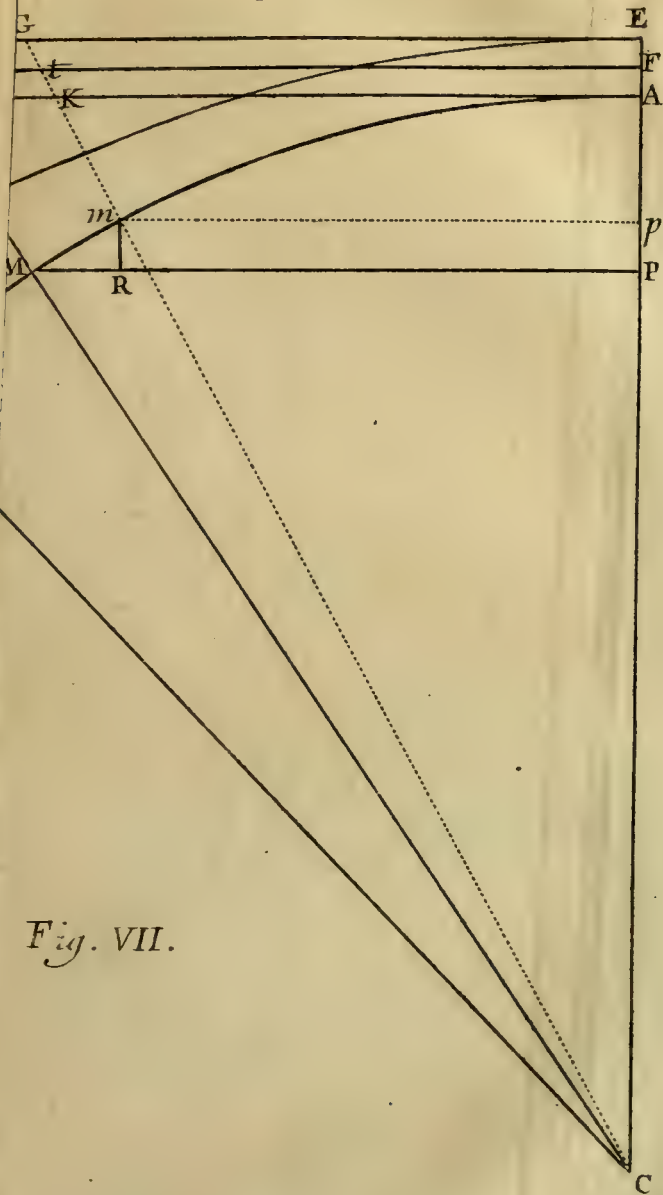
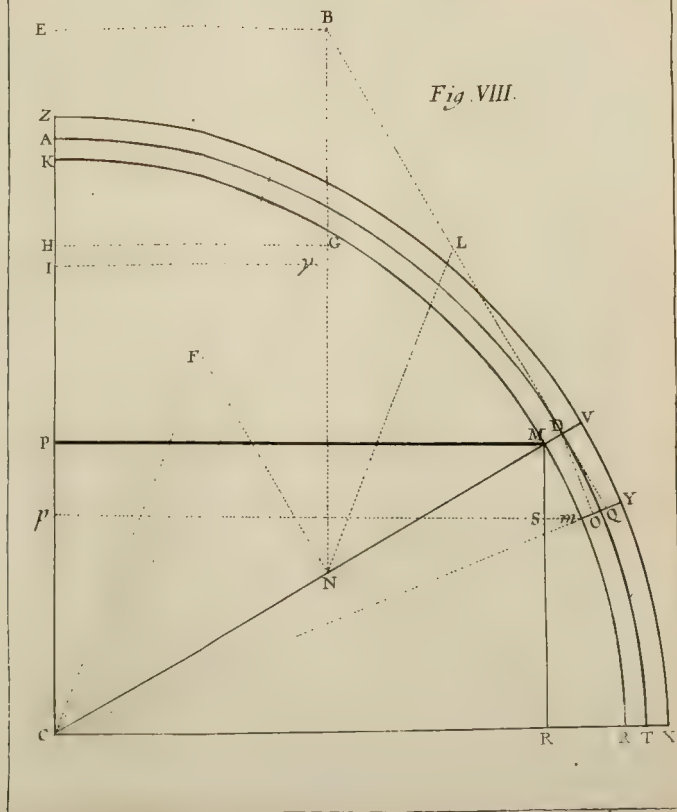
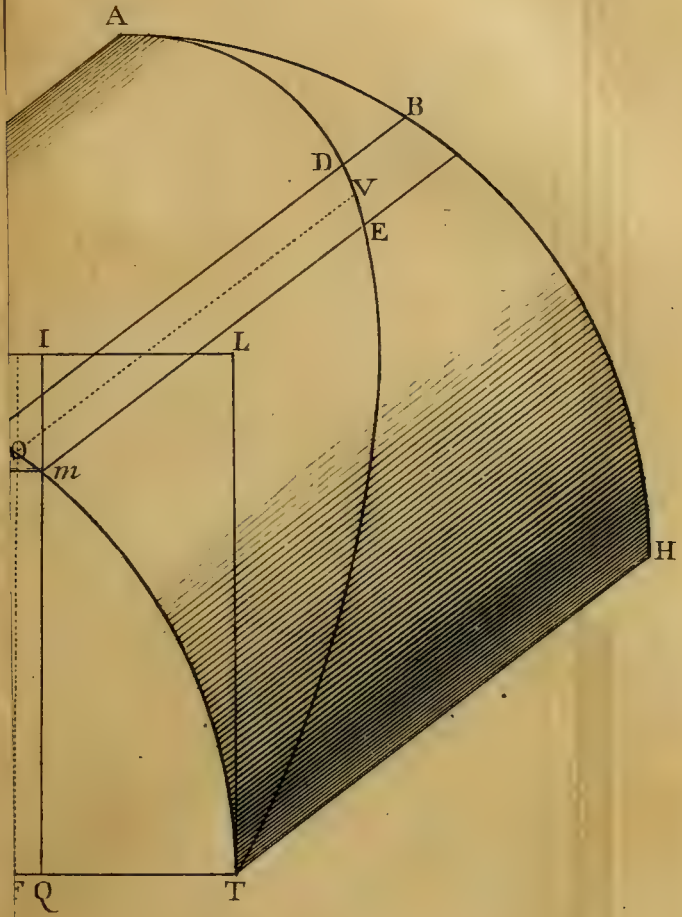


Fig. VII.

Fig. VIII.





deviendrait inutile, si l'on n'examinait point la proportion qu'il convient d'observer dans les Voussiers qui sont assés adhérents pour ne pouvoir point glisser, c'est-à-dire, si l'on n'examinait point quelle doit être la moindre épaisseur avec laquelle la Voûte peut subsister sans se rompre, dans l'hypothèse que les Voussiers ne sçauoient glisser les uns sur les autres.

Comme cette nouvelle manière de considérer les Voûtes n'a point encore été examinée, je la donne comme une suite de l'ancien Système de la Poussée des Voûtes, où j'ai considéré les Voussiers comme des corps parfaitement polis, afin que l'on puisse avoir la différence de ces deux Systèmes, & c'est ce que je donnerai dans la seconde Partie de ce Mémoire.



M E' M O I R E
S U R L E D I A P H R A G M E.

Par M. S E N A C.

28 Mai
1729.

DES Anatomistes célèbres ont foiné long-temps dans le tissu du Diaphragme pour en développer la structure. Après leurs travaux il semble qu'on ne puisse attendre de nous que des recherches stériles; mais dans la carrière obscure de de la Physique, les lieux le mieux connus offrent toujours quelque nouveau spectacle.

Les descriptions les plus exactes du Diaphragme ne nous en donnent que des idées vagues : je vais rappeler en peu de mots ce que les Anatomistes ont écrit sur ce Muscle, le détail de leurs observations ne sera pas inutile pour juger de mes recherches.

Le Diaphragme est une cloison mouvante, qui sépare la Poitrine de l'Abdomen ; sa circonférence est attachée aux bords des côtes, au Sternum, à l'épine du dos. La structure de cette cloison n'est pas uniforme, la partie moyenne est tendineuse, on l'a appelée le *centre nerveux*. Du contour de ce centre partent vers les côtes des fibres musculieuses qui marchent en forme de rayons; celles qui sont placées à la partie postérieure & moyenne du Thorax, s'attachent à l'épine du dos, & forment deux faisceaux qui descendent le long des vertèbres, on les nomme les *pilliers du Diaphragme*, ou le *muscle postérieur inférieur*. En sortant du centre nerveux, ces piliers s'écartent l'un de l'autre, l'Oesophage passe dans l'espace qu'ils laissent entr'eux ; mais après qu'ils ont embrassé ce tuyau, ils ne descendent pas entièrement en droite ligne, il y a des paquets de fibres qui se détachent du pilier droit pour s'unir au pilier gauche, lequel en envoie réciproquement au pilier droit ; ces piliers se terminent de chaque côté à des tendons, & c'est entre ces tendons que passe l'Aorte en sortant de la Poitrine.

Sur une telle description il est difficile d'établir l'usage du Diaphragme, & cette difficulté m'a ramené sur les traces des Anatomistes. Voici les observations que j'ai faites sur cet organe merveilleux, je les commencerai par un détail exact de la position des fibres musculieuses.

Tout ce qui environne le centre nerveux *A*, est une suite de faisceaux musculieux, larges d'environ deux lignes; ils ne suivent pas tous la même direction, & ne sont pas distribués comme des rayons qui partent d'un centre, & qui tombent perpendiculairement sur une circonférence. Si des côtes ces faisceaux étoient prolongés par le centre nerveux, peu de fibres se réuniroient aux mêmes points, il y en a même dont les directions sont entièrement opposées; cette opposition paroît sur-tout à la partie antérieure du Diaphragme, on y trouve quelquefois un double plan de fibres qu'on n'a point remarqué, ce sont deux couches dont l'une est sur l'autre, la couche supérieure *BCC* part du point *B* qui est devant le centre nerveux. De ce point, qui est un assemblage de tendons, les fibres musculieuses s'avancent à droit & à gauche vers les côtes; dans leur route elles deviennent divergentes, & cette vergence les éloigne un peu du cartilage xiphoïde, il paroît en certains Sujets que ces fibres, en s'écartant, laissent un vuide *D*, en forme d'Angle, entr'elles & ce cartilage, quelquefois ce vuide n'est que dans un côté; je l'ai remarqué une fois au côté gauche, tandis que le côté droit étoit rempli de fibres assés pressées les unes contre les autres: on trouve le même vuide lorsque ce plan supérieur manque, & on y remarque aussi quelques variétés.

Les autres fibres musculieuses *EE*, qui sont une suite de celles qui composent le Diaphragme, forment le plan inférieur, elles ne suivent pas la même route que celles du plan supérieur, il part de la pointe du centre nerveux un faisceau ou deux de fibres *FF*, lesquelles vont s'attacher au cartilage xiphoïde. Les fibres qui sont à leurs côtés croisent le plan supérieur, & elles sont peu divergentes, celles qui viennent des deux tiers antérieurs *GG* du centre nerveux suivent à peu-près la même

direction que les précédentes, c'est-à-dire, qu'elles marchent de derrière en avant, mais elles s'écartent un peu plus en avançant vers les côtes : les fibres musculieuses *HH* qui sortent du centre nerveux après celles-ci, ne marchent point en avant, elles se rendent aux parties latérales du Thorax & les suivantes *II* ont une direction qui les porte vers la partie postérieure de la Poitrine.

J'ai conduit l'origine & la direction des fibres musculieuses jusqu'à l'extrémité des cornes *LL* du centre nerveux ; les autres, c'est-à-dire, celles qui sortent de la partie postérieure de ce centre, ont sur les côtes & sur l'épine des attaches particulières. Pour les décrire, je commencerai par les Piliers du Diaphragme.

Le centre nerveux *A*, à la partie postérieure, forme une espece d'angle dont la pointe est en arc ; des jambes de cet angle naissent des fibres musculieuses *MM* comme des barbes de plume ; celles qui sortent du haut de l'arc *N* sont croisées, celles du côté gauche viennent du côté droit, & celles qui forment le côté droit, viennent du côté gauche : de ces deux faisceaux croisés, celui qui est à gauche est le supérieur.

Ces paquets musculieux forment les piliers, ils occupent les deux tiers *OO* des jambes de l'angle ; en descendant, leurs fibres ne marchent pas toutes en lignes droites, car à trois doigts de leur origine, le pilier droit envoie un faisceau *P* de fibres qui vont le réunir au tendon du pilier gauche, de même le pilier gauche donne des fibres au pilier droit. Ces deux piliers se croisent aussi mutuellement jusqu'à cinq fois, mais ces paquets de fibres qui passent de l'un à l'autre pilier, ne sont pas de la même grandeur, celui qui se détache du côté droit est plus mince que celui qui se sépare du côté gauche, & le paquet supérieur est fort plat & fort large : quelquefois ces croisements ne sont pas réguliers, car sous le premier faisceau qui va de droit à gauche, j'en ai remarqué un second qui partoît du même côté, il se réunissoit en son chemin au faisceau qui vient le premier de gauche à droit. Il y a sans doute d'autres variétés qu'il suffit d'annoncer.

Les

Les piliers, après leurs divers croisements, continuent leur route sur les vertèbres en forme de cône Q , ils se réunissent à des tendons RR qui sont d'une longueur inégale, comme on l'a remarqué ; cette différence ne m'a pas paru considérable dans quelques jeunes Sujets ; le tendon droit S , qui est le plus long, est souvent double ou triple, quelquefois le même se divise en deux, & ces divisions s'implantent aux vertèbres, l'une plus haut, l'autre plus bas.

A côté de ces grands piliers, un peu au dessus, j'ai observé deux piliers plus petits TT , ils sont formés par un détachement des fibres des grands piliers ; quelquefois un de ces piliers manque. Dans un Diaphragme que j'ai présenté à l'Académie, il n'y en avoit qu'un qui étoit au côté droit ; son tendon étoit si long, qu'il descendoit plus bas que les tendons des grands piliers droits. Quand les petits piliers manquent, on trouve à leur place des trous ou plutôt des fentes pour le passage des cordons du Nerf intercostal.

De ces petits piliers, ou des grands, quand les petits manquent, s'élève une arcade tendineuse V qui va s'attacher à l'Apophyse transverse de la première vertèbre des lombes ; & de cette attache part un second arc W formé d'un tendon, il va se rendre à la première fausse-côte vers le milieu.

De la circonférence de ces arcades, s'élèvent des fibres musculieuses, elles montent parallèlement vers les cornes du centre nerveux ; celles qui sortent de l'extrémité de l'arcade attachée à la première côte flottante, sont un peu inclinées vers l'épine, à leur partie supérieure elles croisent les fibres X qui montent à côté des arcades.

Ces Arcs tendineux n'ont été décrits par aucun Anatomiste, cependant le premier est fort visible, il embrasse le muscle Psoas à son origine ; le second ne se découvre pas avec la même facilité, on le déchire quand on enlève le Diaphragme.

Voilà l'origine & les attaches des piliers & des faisceaux musculieux qui sont à leur côté. On a distingué ces piliers du reste du Diaphragme, & on en a formé des muscles particuliers ;

Quoiqu'une partie de leurs fibres soit plus élevée que les fibres latérales du Diaphragme, on leur a donné le nom de *muscle inférieur*; mais toutes les fibres musculées du Diaphragme sortent de même du contour du centre nerveux, pourquoi donc y établir divers muscles?

Après avoir parlé des piliers, nous parlerons des ouvertures qui donnent passage à l'Aorte & à l'Oesophage. Ces ouvertures n'ont pas la même forme, la supérieure *NP* est formée par des fibres qui se croisent au dessus *N* & au dessous *P*, l'inférieure n'est qu'un angle formé par les tendons des grands piliers & par le croisement de leurs fibres musculées.

L'Oesophage, en sortant de la duplication du Médiastin; passe par l'ouverture supérieure qui est entre les grands piliers; en arrivant à ce passage, elle se revêt de la membrane qui recouvre la surface convexe du Diaphragme. Sur cette surface, les fibres musculées s'élèvent pour l'entourer. Au premier coup d'œil on s'imagineroit que ces fibres s'attachent au tissu de l'Oesophage, & lui forment des muscles particuliers, mais elles lui sont étrangères, une membrane cellulaire les lie assés étroitement, & quand on élève l'Oesophage, on élève ces fibres; mais celles qui suivent ainsi les mouvements de l'Oesophage, ne sont pas les couches des piliers qui regardent l'Abdomen, ce sont les couches supérieures qui semblent se détacher d'eux, car il y en a qui semblent appartenir à la membrane qui couvre le Diaphragme, ce sont celles-là sur-tout qui se lient à l'Oesophage. Ce tuyau, en sortant, est enveloppé de la membrane qui tapisse la concavité du Diaphragme, & cette membrane forme, de même que l'autre, une espèce d'attache flottante qui permet à l'Oesophage quelques mouvements, elle est plus lâche dans les jeunes Sujets que dans les Adultes.

Un Anatomiste de cette Compagnie a crû avoir observé quelquefois qu'il y avoit de petits muscles qui de l'Oesophage se rendoient au Diaphragme, & ces muscles lui paroissent être la source de plusieurs mouvements difficiles à expliquer, mais je n'ai point trouvé de tels muscles, je doute même qu'ils ayent été observés. Il se pourroit faire que les paquets

muscleux que je viens de décrire, en eussent imposé, & qu'ils eussent paru des muscles particuliers attachés à l'Oesophage & au Diaphragme ; mais dans les Corps les plus réguliers les variétés de la Nature sont infinies, il peut y avoir des Sujets qui ayent ces petits muscles.

L'Aorte, comme on l'a remarqué, passe entre les jambes du triangle *Y*, c'est-à-dire, dans l'écartement des fibres qui se croisent sous l'Oesophage. Ce vaisseau est attaché supérieurement dans son passage. Le lien est plus foible dans les jeunes Sujets que dans les Adultes. Mais si l'Oesophage peut se mouvoir en passant par le Diaphragme, l'Aorte n'a pas le même privilege, aussi n'est-il pas nécessaire qu'elle puisse monter ou descendre.

Ces ouvertures, comme on vient de le voir, sont musculées ; elles se présentent, pour ainsi dire, d'elles-mêmes aux yeux les moins attentifs ; cependant durant combien de siècles n'ont-elles pas échappé aux recherches des Anatomistes. Bartholin, s'il faut l'en croire, a avancé le premier que l'Oesophage ne passe point par le centre nerveux. Mais, comme l'observe Morgagni, les Figures de Vesslingius représentent ce passage dans la partie charnue du Diaphragme. Pour ce qui est de l'Aorte, Vésale avoit remarqué que c'étoit parler improprement, que de dire que le Diaphragme étoit percé par ce vaisseau. On peut dire la même chose des trous que Verheyen marque pour le passage des Nerfs intercostaux, ils ne sont qu'un écartement de fibres qui forment les deux petits piliers de chaque côté.

Une troisième ouverture forme un passage à la veine-cave : mais avant de la décrire, il faut donner une idée de la partie où elle se trouve, c'est-à-dire, du centre nerveux.

Un assemblage de tendons fait le tissu du centre nerveux *A*, ils marchent réunis en petits paquets, & ils se croisent les uns les autres. Dans les uns, leur direction est en lignes courbes ; dans les autres, en lignes droites. Ces petits faisceaux tendineux paroissent servir à des plans opposés de fibres musculées. De leur assemblage résulte une figure irrégulière ; elle

n'a rien qui approche d'un fer à cheval , mais elle ressemble plutôt à un Cœur qui a une grande échancrure à sa base : le côté gauche *Z* est plus étroit que le côté droit *Œ*.

Le centre nerveux est composé de fibres tendineuses ; comme on vient de le voir ; elles sont renfermées entre deux membranes assés fortes qui sont la suite de celles qui couvrent les fibres musculuses.

Ce qu'il y a de plus remarquable dans ce Cœur tendineux ; c'est le passage de la Veine-cave , il est placé au côté droit *a*, près de la pointe de l'angle postérieur , d'où naissent les grands piliers que nous avons décrits. Cette ouverture n'est point faite par un anneau musculoux qui puisse se resserrer ou se relâcher , il n'y a que des fibres tendineuses qui la composent. De la pointe de l'angle part une bande tendineuse *bb*, elle va de droit à gauche , & s'incline un peu vers la partie antérieure du Thorax. Une autre bande *cc* vient de derrière en avant le long du côté de cet angle , elle rencontre la bande précédente , & forme avec elle un nouvel angle. Sur les jambes de cet angle tombent d'autres fibres tendineuses *dd*, qui par leurs croisements lui donnent une espece de base circulaire. C'est dans cette espece d'angle que passe la Veine-cave ; cette veine prend dans son passage les mêmes enveloppes que l'Oesophage , mais elle est assujettie par des attaches à la pointe de l'angle *ee*. Ces attaches sont assés flottantes dans de jeunes Sujets.

C'est à ce centre ou à cet espace irrégulier que se terminent toutes les fibres musculuses ; elles sont bornées extérieurement par les Côtes. Bartholin ne reconnoît pas ces bornes , il étend le Diaphragme jusqu'au muscle transverse ; avant lui Vésale l'avoit étendu jusqu'au muscle oblique ascendant. Ces deux Anatomistes prétendent avoir observé une continuité entre ces muscles & le Diaphragme : il est vrai qu'à la partie antérieure j'ai suivi quelques fibres musculuses qui se réunissoient aux muscles de l'Abdomen , Morgagni a trouvé quelques traces de cette continuité , mais en général on peut assûrer que le Diaphragme se termine aux côtes ,

c'est aux cartilages que ses fibres sont attachées , mais elles ne s'étendent point à la partie osseuse , cependant vers la partie postérieure du Thorax elles approchent davantage de l'articulation.

Les fibres musculuses du Diaphragme ne se terminent pas aux côtes par des tendons qui en sortent , comme ceux qui sont au centre nerveux , l'extrémité des fibres charnues paroît seulement appliquée aux cartilages des côtes où ces fibres sont fortement attachées ; ce n'est qu'avec peine qu'on distingue quelquefois leurs bornes. C'est peut-être cette difficulté qui a fait croire que le Diaphragme & le muscle transverse étoient formés par des fibres continües ; mais en grattant un peu avec la pointe du Scalpel , on trouve une matière blancheâtre qui marque les bornes de ces fibres.

Voilà la description du Diaphragme. Je viens à ses usages ; qui sont plus difficiles que la recherche de la structure , ils ne sont pas moins intéressants que curieux. L'Inspiration , l'Expiration , le Hoquet , la Toux , tous ces mouvements dépendent de ses ressorts , son jeu a fort occupé les anciens Physiciens ; mais je ne parlerai point des divers sentiments qui sont répandus dans une suite infinie de Livres : je consulterai la structure & la position du Diaphragme , & avec ces guides je découvrirai des usages dont les Écrivains ne nous ont point instruits.

Le Diaphragme forme une espece de calotte coupée obliquement , Les parties laterales de cette calotte sont fort concaves ; elles se collent toujours aux ailes des Poulmons , qu'elles suivent dans tous leurs mouvements , leur concavité n'est point formée par la pression des viscères de l'Abdomen. J'ai déjà prouvé que la seule force de l'air élevoit cette voûte ; si on en doutoit , on n'auroit qu'à percer le Diaphragme , l'air qui entreroit par cette ouverture , affaîsseroit cette cloison voûtée.

C'est à cette même cause qu'on doit rapporter un phénomène dont j'ai été témoin. En ouvrant un Homme , mort d'une Pleurésie , je trouvai le côté droit du Diaphragme extrêmement concave ; il montoit presque jusqu'à la clavicule , le

lobe droit du Foye remplissoit cette concavité sans qu'il y eût d'attache particulière qui pût l'y fixer. Après avoir fouillé dans la Poitrine, je trouvai le lobe droit du Poulmon extrêmement petit & presque desséché. Dans ce cas quelle est la cause qui a fait du côté droit du Diaphragme une voûte si profonde ? 1.^o L'accroissement de la Poitrine étoit égal de chaque côté. 2.^o Par quelque accident inconnu, le lobe droit du Poulmon n'avoit pû prendre le même accroissement que l'autre, par conséquent il n'a pû remplir l'espace que lui formoit l'accroissement du Thorax pour le recevoir. Or si le Diaphragme n'eût eu que sa concavité ordinaire, il y eût eu un vuide entre lui & le lobe droit du Poulmon ; mais ce vuide n'a pû se former, l'air extérieur a poussé le Foye & le Diaphragme contre ce lobe ; c'est par la même raison que l'air enfonceroit une membrane qui seroit placée sous le récipient de la Machine pneumatique, & qu'il colleroit cette membrane au fond si elle pouvoit le suivre, lorsqu'on retire le piston.

Les piliers ne paroissent pas aussi concaves que les poches latérales, ils s'attachent dans leur route au Médiastin, de même qu'une portion assez large du centre nerveux ; il n'est donc pas possible que la partie moyenne du Diaphragme descende dans l'inspiration.

Non seulement le milieu du Diaphragme ne descend point, quand la Poitrine se remplit d'air, mais ce qui arrive aux autres muscles dans leur action, n'arrive point aux piliers, car dans la plupart des muscles leurs extrémités se rapprochent ; or dans les piliers la partie supérieure ne peut s'approcher de la partie inférieure, puisqu'elles tiennent l'une & l'autre à des attaches qui ne peuvent les suivre, la contraction des piliers trouve par conséquent un obstacle insurmontable, cependant leur structure, qui est assez singulière, nous annonce des usages dignes de notre curiosité.

La partie supérieure des piliers se voûte, & dans la courbe qu'ils forment ils reçoivent l'Oesophage dans l'espace qu'ils laissent entr'eux. Si de chaque côté les fibres des piliers des-

cendoient en lignes droites , leur action n'eût rien produit sur l'Oesophage, elles n'auroient pû le presser en se raccourcissant, deux lignes droites tirées par leurs extrémités ne pressent point ce qui est à leurs côtés ; de plus, le haut des piliers est immobile, comme je l'ai prouvé, il ne peut donc être tiré en bas, par conséquent si les fibres des piliers descendoient en lignes droites, elles n'auroient point d'action sur l'Oesophage.

Mais l'arrangement des fibres musculieuses des piliers expose l'Oesophage à leur pression. D'abord ces fibres se croisent à leur naissance, ensuite elles se croisent par une direction toute contraire, au dessous de l'Oesophage. Ce tuyau est donc entre ces fibres qui l'étranglent, pour ainsi dire ; car dès qu'elles agissent, leur traction oblique rapproche les deux côtés des piliers, & les applique à l'Oesophage.

Voilà donc un des principaux usages des piliers, lequel dépend des fibres croisées. Il falloit que la partie moyenne du Diaphragme fût fixe ; la position du Cœur demandoit un soutien qui ne fût pas exposé à des secousses continuelles. Ces attaches qui fixent la partie moyenne du Diaphragme, s'opposent à l'action des piliers. S'ils eussent été composés de fibres qui eussent continué leur route depuis le centre nerveux jusqu'aux vertebres sans se détourner, ils seroient inutiles à l'Oesophage. La Nature a trouvé une ressource dans le croisement des fibres ; ce croisement donne à l'Oesophage une espece de Sphincter qui oppose une digue aux matières renfermées dans l'Estomac, il peut arriver quelquefois dans ce Sphincter un resserrement qui arrête les matières qu'on avale. J'ai ouvert un Homme, qui est mort après avoir mangé avec avidité : tout l'Oesophage étoit plein jusqu'à l'orifice de l'Estomac, qui étoit vuide, de même que les intestins. Ne pourroit-on pas dire que le resserrement des fibres des piliers avoit arrêté les aliments à l'entrée du Ventricule ? Il est certain au moins que les agitations de l'Oesophage mettent souvent ces fibres en jeu ; on en trouve une preuve dans le Hoquet, qui n'est qu'une inspiration subite.

On voit en général l'usage des croisements des fibres des piliers, mais pourquoi ces croisements sont-ils multipliés? Deux plans qui seroient venus des deux piliers, & qui auroient passé l'un sur l'autre, n'auroient-ils pas été suffisants? C'est-là une question que je propose. Je n'ai point trouvé de réponse satisfaisante. Je remarquerai seulement, 1.^o Que la couche supérieure, c'est-à-dire, les deux premiers faisceaux musculeux qui se croisent du côté de la Poitrine, peuvent embrasser plus facilement l'Oesophage, parce qu'ils sont séparés des autres, & attachés à la membrane qui recouvre le Diaphragme. 2.^o Que ces faisceaux entrelassés peuvent embrasser plus facilement l'Oesophage, de même que nous serrons avec plus de facilité un corps, lorsque l'ayant entre les deux mains, nous passons les doigts de l'une entre les doigts de l'autre? 3.^o Que tous ces divers plans croisés nous donnent la facilité de faire agir séparément divers paquets de fibres? C'est-là ce que je propose, plutôt comme un doute, que comme une réponse qui explique l'usage de ces croisements.

Après le croisement des fibres des piliers, suit le passage de l'Aorte. Je ne m'étendrai pas sur cette ouverture. J'ai déjà marqué que ce vaisseau étoit attaché à la pointe de l'angle que forment les piliers au dessous de l'Oesophage. Cet angle musculeux & tendineux ne pourroit donc pas être en mouvement, sans entraîner ce grand vaisseau, mais un tel mouvement n'est pas à craindre. La contraction des fibres croisées ne peut donner que de très-légères secousses à l'Aorte; il ne peut en résulter qu'une légère compression qui ne sauroit nuire au cours du sang. Au reste cette compression n'est pas d'un grand secours pour faire marcher le chile dans le canal thoracique. Les Ecrivains qui ont trouvé une grande ressource dans cette compression, n'avoient pas sans doute consulté la position des parties : la pulsation de l'Aorte est bien plus efficace pour la progression de cette matière laiteuse qui nourrit les corps, & répare leurs pertes.

Nous avons examiné les mouvements des grands piliers. Les petits, qui sont au nombre d'un ou deux de chaque côté, n'offrent

n'offrent rien de fort singulier dans leurs usages, ce ne sont que des ouvertures qui donnent passage à des nerfs; ce qu'il y a de plus remarquable, c'est l'oubli ou la négligence des Anatomistes, qui n'en ont point parlé. Les arcades sont sur le muscle Psoas & sur le quarré, elles sont tendineuses, & elles reçoivent sur leur circonférence des fibres musculuses qui n'auroient pû être attachées que fort irrégulièrement, & qui auroient pû être dérangées plus facilement par les mouvements des deux dernières côtes qui sont flottantes; ces arcades leur servent de liens.

Les autres parties du Diaphragme offrent des phénomènes qui ne sont pas moins difficiles que curieux. Nous avons dit que le milieu du Diaphragme ne descendoit point dans l'inspiration, & qu'il avoit une situation fixe, il n'y a que des cas singuliers où ce milieu se trouve affaissé. Dans le Corps de M. le Marquis du Palais, le Cœur étoit devenu monstrueux par sa grosseur, il avoit soulevé les côtes par sa pointe; la partie du Diaphragme qui le soutenoit, étoit enfoncée dans l'Abdomen, & formoit une espece de Poche. Hors des cas extraordinaires comme celui-ci, le milieu du Diaphragme est toujours voûté & immobile. Quelles sont donc les parties qui sont en mouvement dans la respiration?

Il n'y a, comme je l'ai dit, que les parties latérales postérieures qui soient en mouvement dans l'inspiration; elles sont comme deux poches, dont le fond descend & monte continuellement. Il descend, lorsque les fibres musculuses se raccourcissent par leur contraction: il remonte par l'action de l'air, qui ne pouvant s'insinuer entre le Diaphragme & les ailes du Poulmon, les colle toujours de telle manière, qu'il n'y a point d'espace entre ce muscle & la base du Poulmon. Ce que je dis du Diaphragme, doit se dire des Poulmons à l'égard des parois du Thorax. Les Poulmons n'abandonnent jamais ces parois, l'air les y colle toujours. S'il y avoit un espace entre la surface des Poulmons & la Pleure, cet espace seroit vuide ou plein. Le vuide ne sçauroit être supposé, & la plénitude d'air, ou de quelque autre matière, nuirait à la

respiration. Je n'ignore pas que M. Morgagni est dans des idées contraires ; mais des expériences que je rapporterai ailleurs, m'obligent de m'écarter du sentiment de ce grand Anatomiste , à qui nous devons tant de découvertes.

Ces poches sont par leur action les principaux organes de l'inspiration, cependant Wolferd Sanguerd avoit retranché le Diaphragme du nombre des muscles qui sont nécessaires pour respirer. Son sentiment n'étoit fondé que sur une Machine qui avoit quelque ressemblance avec le Thorax. Voyons cependant si le Diaphragme est d'une nécessité absolue dans l'inspiration.

Pour que l'air entre dans les Poulmons, & qu'il les gonfle, il faut que les côtes s'éloignent ; alors par sa pesanteur seule l'air entre dans les bronches, gonfle les vésicules, c'est-à-dire, les espaces cellulux ; par ce gonflement, le Poulmon s'applique aux côtes qui le fuyent. Or les côtes peuvent s'écarter sans le secours du Diaphragme, elles ne demandent pour cet écartement que l'action des muscles intercostaux ; ces muscles ne sont point dépendants du Diaphragme dans leur jeu. Il est donc évident que l'inspiration peut s'exécuter sans le secours du Diaphragme ; la concavité même de cette cloison peut s'affaïsser sans le secours de ses fibres musculieuses ; car, comme je l'ai prouvé, cette voûte n'est formée que par la pression de l'air : dès que les Poulmons se gonfleront, elle s'affaïssera.

Ce que la Théorie nous apprend, l'expérience le confirme. J'ai ouvert un Cadavre dont le Foye étoit collé à tout le Diaphragme & aux côtes. Il est certain que dans ce cas, ce muscle ne servoit point à l'inspiration, cependant elle s'exécutoit, quoiqu'avec un peu de difficulté. Je pourrois rapporter ici l'observation de M. Wassenauer. Ce Médecin écrivit à Diamerbroeck, qu'il avoit ouvert un Cadavre où il n'y avoit nul vestige de Diaphragme, le Foye seul collé aux côtes séparoit la Poitrine de l'Abdomen. Selon les apparences, cette observation est semblable à celle de ceux qui ont écrit qu'ils avoient trouvé des Cœurs sans Péricarde, ce n'étoient que des

Cœurs malades qui s'étoient collés aux sacs qui les renferment. Le Foye, dont parle Waffenaer, étoit collé fans doute au Diaphragme. Mais la Taupe prouve encore mieux que le Diaphragme n'est pas essentiel à la respiration, car elle n'a qu'un Diaphragme membraneux qui n'est qu'une cloison passive.

Mais pour mieux m'assurer que l'inspiration ne demande pas absolument le concours du Diaphragme, j'ai encore eu recours à l'expérience, sans elle nos raisonnements ne sont très-souvent que des preuves très-foibles. J'ai donc pris un Chien, & je lui ai coupé les nerfs diaphragmatiques, après cela l'inspiration a continué, mais avec des circonstances qui m'ont découvert un autre usage dans le Diaphragme. J'en parlerai dans un autre endroit, & je conclurai seulement que l'inspiration peut s'exécuter sans le secours du Diaphragme.

Quoique le Poulmon puisse absolument se gonfler sans que le Diaphragme y contribüe, il faut avoüer que ce muscle aide les muscles intercostaux. Si ces muscles écartent les côtes des Poulmons, d'un autre côté la convexité des poches latérales du Diaphragme s'écartent de la partie inférieure des ailes pulmonaires. Il se formeroit donc un double vuide, si le Poulmon ne se remplissoit d'air, l'un seroit à côté & l'autre au bas des Poulmons. Mais l'écartement des côtes & du Diaphragme donne aux Poulmons la facilité de se gonfler de deux côtés; sans le Diaphragme, le Poulmon ne pourroit s'étendre qu'en suivant le mouvement des côtes; mais lorsque la convexité du Diaphragme s'affaïsse, le Poulmon peut s'étendre inférieurement vers l'Abdomen.

En même temps que le Diaphragme favorise l'inspiration, il paroît y apporter un obstacle; car nous avons prouvé que l'inspiration se formoit en partie par l'écartement des côtes. Or le Diaphragme par son action s'oppose à cet écartement, puisque ses fibres musculieuses ne peuvent se raccourcir sans tirer vers le centre nerveux les côtes auxquelles elles sont attachées.

L'expérience confirme cette retraction des côtes vers le centre nerveux. Quand j'ai coupé les nerfs diaphragmatiques,

les côtes inférieures se sont jettées extraordinairement en dehors, elles formoient au bas du Thorax une vaste circonférence, en même temps le Chien respiroit avec difficulté. De-là il s'ensuit que l'action du Diaphragme est double. 1.^o Elle abaisse la concavité de ce muscle, & cet affaissement facilite la respiration. 2.^o Elle retient les côtes qui seroient emportées en dehors par les muscles inspireurs.

Quoiqu'on n'eût pas entièrement développé l'action du Diaphragme, on avoit crû que l'inspiration dépendoit de la contraction de ce muscle, Bartholin est presque le seul des Modernes qui ait suivi une opinion contraire; mais lorsqu'il a fallu déterminer quels muscles faisoient l'expiration, on a trouvé quelques difficultés, je crois cependant que dans l'action du Diaphragme on en peut trouver le dénoûment; si on examine bien la position de ses fibres, on verra qu'il est en même temps un muscle inspireur & expirateur.

Il est certain que les fibres musculuses antérieures ne s'affaissent point comme les poches latérales durant l'inspiration, leur position en est une preuve, elles sont attachées à des points fixes par le Médiastin, il est donc impossible qu'elles entraînent ces points vers les côtes, ce seront donc les côtes qui seront portées vers ces points fixes par l'action des fibres musculuses antérieures. Or les côtes ne peuvent être tirées par ces fibres, qu'il n'arrive un resserrement à la Poitrine, & tout resserrement produit une expiration.

Cette expiration est sur-tout évidente dans la toux, dont on n'a point donné la cause clairement. 1.^o Il est certain que dans la toux les côtes se baissent, & que la poitrine se retrecit: ce ne sont donc pas les muscles intercostaux qui agissent alors, car leur action élargit la poitrine. 2.^o Le ventre se gonfle, quand on touffe: ce ne sont donc pas les muscles de l'Abdomen qui agissent alors comme on l'a crû, l'action de ces muscles doit nécessairement resserer le ventre, il n'y a sans doute que les fibres antérieures du Diaphragme qui puissent produire ce mouvement: par-là on expliquera un phénomène fréquent dans la pratique. Lorsqu'on a touffé

violemment, on sent une grande douleur dans la partie antérieure de la poitrine, le siège de cette douleur peut être dans les fibres antérieures du Diaphragme. Je parlerai dans un autre Mémoire de l'action de la Trachée-Artere dans la Toux.

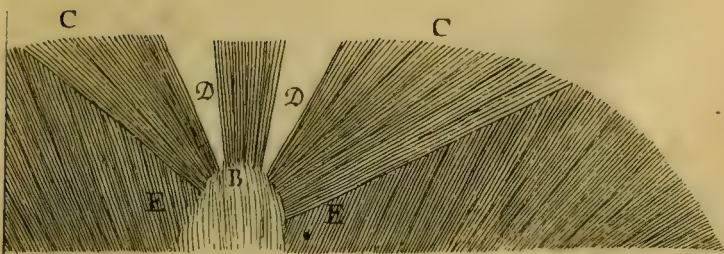
Il reste à expliquer plusieurs phénomènes qui dépendent du Diaphragme. L'Eternüement, le Hoquet, le Ris, tous ces mouvements n'ont d'autre cause que la communication des nerfs qui se rendent à ce muscle ; mais je n'ai eu en vûe que les mouvements qui dépendent de la structure musculuse & de la position des fibres. Il ne me reste donc à parler que du centre nerveux, qui est une partie passive dans le Diaphragme.

Les anciens Philosophes ont demandé pourquoi le Diaphragme n'étoit pas entièrement musculux. Riolan a dit que le centre nerveux étoit nécessaire pour arrêter les vapeurs qui s'élevent du bas-ventre ; elles trouvent dans cet espace tendineux une espece d'éponge qui les imbibe. Il n'est pas étonnant que cet Anatomiste, à qui les conversations ni les Ecrits d'Harvée n'avoient pû désillir les yeux au sujet de la Circulation, ait adopté un tel raisonnement. Si l'on pouvoit pénétrer les vûes de la Nature, encore plus obscures que ses productions, ne pourroit-on pas dire, que si tout le Diaphragme eût été musculux, les fibres n'auroient pû se réunir qu'avec peine vers le milieu, elles auroient formé des paquets qui eussent été fort pressés, & leur pression eût été un obstacle au jeu du Diaphragme ; mais par une figure irrégulière, la Nature a menagé à ces fibres une circonférence plus étendue : cette circonférence présente plus de points aux paquets musculux pour les recevoir, que si elle avoit été régulière.

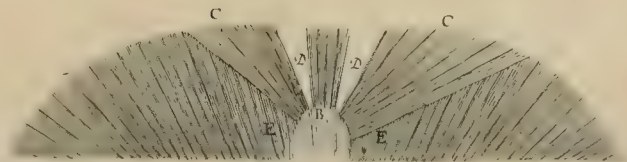
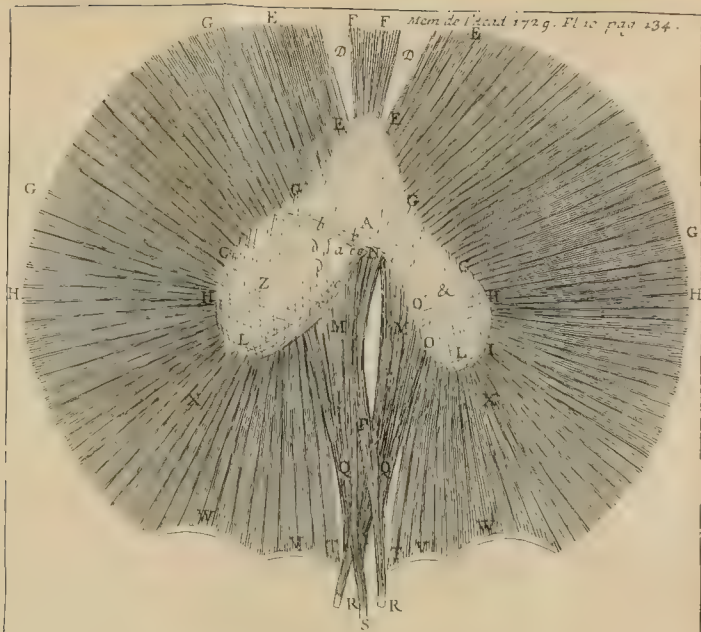
Tel est l'avantage que nous trouvons dans cette partie, qui est presque dans l'inaction ; tandis que les parties qui l'environnent sont dans un mouvement continu, elle n'est ébranlée que très-faiblement par les efforts de la respiration, son milieu est entièrement immobile. Cette position stable donne au Foye une attache fixe, il est lié assés fortement au centre tendineux près de la veine-cave, & par-là on peut juger si

le Foye descend comme l'on se l'est imaginé, quand le ventre s'affaïsse. On a crû que dans la Paracenthese le Foye descendoit & entraînoit le Diaphragme, mais le point fixe qui suspend le Foye, ne peut descendre. Dans le Cadavre, quoiqu'on tire le Foye en bas, on n'ébranle pas le Diaphragme, le Foye lui-même ne descend point, quoiqu'on enleve les intestins, on remarque seulement que le lobe gauche se baïsse un peu, mais cet affaïssement n'entraîne point le Diaphragme, il faut donc chercher une autre cause à la défaillance qui arrive dans cette opération, lorsque l'écoulement des eaux se fait tout de suite. Voici une explication plus naturelle de ce phénomène. L'eau qui remplit le bas-ventre dans l'Hydropisie, comprime l'Aorte & ses ramifications, le sang ne peut donc y entrer avec la même facilité que lorsqu'il n'y a point d'eau dans l'Abdomen ; son cours étant plus difficile à cause de l'enflure, il se porte vers la tête en plus grande quantité. De-là viennent les Hémorragies auxquelles les Hydropiques sont sujets ; mais lorsque l'eau sort du bas-ventre après la ponction, l'Aorte n'est plus pressée ; le sang peut donc y rentrer avec moins de difficulté, il y entre par conséquent en plus grande abondance. Or il ne peut entrer dans ces arteres en plus grande abondance qu'il ne se détourne de la tête, le cerveau sera donc moins pressé, il aura moins de mouvement ; il enverra moins de suc nerveux dans le reste du corps ; c'est ce défaut de suc nerveux qui sera la cause de la défaillance dans la Paracenthese. Je ne donne point cette explication comme une nouvelle idée, je veux seulement l'opposer au sentiment de ceux qui attribüent cette défaillance à la descente du Foye. C'étoit l'opinion de Galien & de Duret ; elle ne méritoit pas d'être renouvelée.





le Plan supérieur qui croise le Plan inférieur EE.



C. B. C. représente le Plan supérieur qui croise le Plan inférieur E. E.

OBSERVATIONS PHYSIQUES ET ANATOMIQUES

*Sur plusieurs especes de Salamandres qui se trouvent
aux environs de Paris.*

Par M. DU FAY.

LE Mémoire que M. de Maupertuis lut l'année dernière à l'Académie sur les Salamandres, a excité ma curiosité, & j'ai tâché de connoître par moi-même, & avec le plus d'exactitude qu'il m'a été possible, un Animal qui a de tout temps inspiré de l'horreur par le venin redoutable qu'on lui attribuoit, & une espece d'admiration par la propriété singulière qu'on lui croyoit, de vivre dans le feu. L'examen qu'en a fait M. de Maupertuis, a fait disparoître tout ce merveilleux. Ce n'est plus cet Animal dangereux, de la morsure duquel on ne pouvoit guérir, c'est l'Animal du monde le plus timide, le plus patient, & le plus incapable de mordre. Il ne vit plus dans les flammes, mais lorsqu'on l'approche du feu, ou simplement qu'on le touche un peu rudement, il contracte subitement sa peau par les pores de laquelle il sort une liqueur blanche, visqueuse, capable seulement de noircir quelques charbons médiocrement allumés, & de faciliter le passage à la Salamandre qui sort du feu, & fuit avec toute la vitesse dont elle est capable.

16 Juillet
1729.

M. de Maupertuis s'est particulièrement attaché aux Salamandres terrestres de Bretagne; pour moi je n'ai examiné que celles des environs de Paris, & sur-tout les Aquatiques, & l'entreprise étoit moins dangereuse, car la plupart des Auteurs qui ont écrit sur la Salamandre, assurent que le venin de la Salamandre aquatique n'est pas aussi à craindre que celui de la terrestre.

J'ai parlé de cette distinction, de Terrestres & d'Aquatiques, pour m'accommoder au langage des Auteurs, toutes celles que j'ai vûës étant réellement amphybies, & ne pouvant être appellées Aquatiques que parce qu'il s'en trouve un plus grand nombre dans l'eau que sur terre, car celles que j'ai prises dans l'eau sont devenües terrestres, lorsque je les ai ôtées de l'eau, & quelques-unes que j'ai trouvées sur terre, ont vécu dans l'eau, lorsque je les y ai mises, mais les unes & les autres m'ont paru aimer mieux la terre, soit qu'en effet elles y soient mieux que dans l'eau, soit que l'eau où je les mettois ne leur convînt pas autant que celle où je les avois trouvées. Je ne nie pas cependant qu'il ne puisse s'en trouver en d'autres endroits, qui soient uniquement terrestres; mais celles-là ne font point l'objet de mes recherches, n'en ayant point trouvées aux environs de Paris.

Je ne m'arrêterai donc point aux distinctions qu'en ont faites les Auteurs qui tous les ont rangées sous les deux classes générales de Terrestres & d'Aquatiques, & dont la plupart ont confondu ensemble plusieurs especes, ou les ont distinguées mal-à-propos, ou même ont donné comme générales des especes particulières à certains Pays. Je n'entreprends pas non plus de combattre aucun de ces Auteurs, ni de faire une histoire complete des Salamandres, mais je me renferme dans les bornes de ce que j'ai pû connoître par moi-même, & je vais décrire, le plus exactement qu'il me sera possible, les différentes especes que j'ai trouvées dans plusieurs campagnes des environs de Paris; & ce qui me fait présumer qu'elles sont communes à tout le Pays, c'est que dans chacun de ces endroits j'en ai trouvées de chacune, avec cette différence qu'en certains endroits & en certain temps il y avoit des especes qui se trouvoient plus fréquemment que d'autres.

Il est assés difficile de statuer de combien d'especes on trouve de ces Salamandres, car le sexe & l'âge font de grandes variétés dans la même, & pendant presque toute l'année on en trouve de tous les âges; cependant en ayant examiné avec soin plus de deux cens, prises en divers endroits & en
différents

différents temps de l'année, je crois pouvoir les réduire à trois especes, dans chacune desquelles le mâle est différent de la femelle. Je vais décrire par ordre ces différences, & je rapporterai ensuite les changements qui leur arrivent dans les différents âges, & qui sont communs au mâle & à la femelle dans chaque espece.

La première est celle que j'appellerai la *grosse Salamandre noire*. Elle est longue d'environ cinq pouces; elle a, comme l'on sçait, la forme d'un Léopard, si ce n'est que le corps est plus gros, & que la queue est plate; la peau n'est point écailleuse comme celle du Léopard, mais remplie de petits tubercules & comme chagrinée; elle est brune sur le dos & jaune sous le ventre, & est toute parsemée de taches noires rondes d'environ une ligne de diametre; ces taches sont peu apparentes sur le dos, mais très-distinctes sur le ventre, à cause de son jaune orangé. Tout le long du corps de l'Animal, vers les côtés, & sur-tout proche de la tête, les petits grains qui forment la tissure de la peau sont blancs pour la plupart, il y en a même quelques-uns jusques vers l'origine de la queue. La tête est plate & large comme celle de la Grenouille, la gueule est fort grande, les yeux assez gros & saillants; on voit au dessus de la mâchoire supérieure deux très-petites ouvertures, qui sont les narines. Les pattes sont brunes par dessus, & jaunes par dessous, & parsemées de taches noires comme le reste du corps; celles de devant n'ont que quatre doigts, mais celles de derrière en ont cinq. La queue, qui est environ longue comme la moitié du corps, ressemble à celle du Têtard, si ce n'est qu'elle est plus grosse & plus charnue. On ne peut pas facilement distinguer le sexe par les parties extérieures de la génération, elles sont pareilles dans l'un & l'autre, & à l'inspection on les jugeroit toutes femelles, mais il y a dans d'autres parties du corps deux marques très-sensibles qui distinguent les mâles, la plupart des Auteurs les ont prises pour des marques caractéristiques d'especes différentes, & cela en a multiplié le nombre beaucoup plus qu'il ne doit l'être. Les mâles de cette espece ont sur le

dos une peau large de deux lignes ou environ, dentelée comme une scie, qui prend son origine vers le milieu de la tête entre les deux yeux, & se termine à l'extrémité de la queue; elle est plus étroite, & rarement dentelée le long de la queue, mais elle élargit tellement la queue, que les mâles paroissent l'avoir de moitié plus large que les femelles. Cette membrane se retrécit considérablement, & devient presque à rien vers l'origine de la queue, ce qui lui fait une espece d'interruption, après laquelle elle redevient aussi élevée qu'elle l'étoit sur le dos.

L'autre marque qui désigne les mâles, est une bande argentine qui est de chaque côté de la queue, elle a environ trois lignes de largeur à l'origine de la queue, & va en diminuant jusqu'au bout. Cette bande est moins marquée, lorsque les Salamandres sont jeunes, mais elle devient plus sensible au bout de quelque temps, elle ne se trouve jamais que dans les mâles, non plus que la membrane dentelée dont je viens de parler (*Fig. 1.*)

La seconde espece de Salamandre n'est différente de la première que par la grosseur, elle est du reste presque entièrement semblable, & il y a dans celle-ci les mêmes différences qui caractérisent le mâle; je pensois d'abord que c'étoit la même espece, & que c'étoit l'âge seul qui les rendoit de grosseur différente; mais comme dans tous les temps de l'année j'en ai trouvé de cette petite espece, & que je n'en ai point trouvé dans l'état moyen qui devoit être le passage de l'une à l'autre, je me suis déterminé à la regarder comme la seconde espece, que j'appelle la *petite Salamandre noire*.

La troisième espece est à peu-près de la grosseur de la seconde, & les différences entre le mâle & la femelle sont aussi considérables que dans les deux premières. Le mâle a environ trois pouces de long, il est jaunâtre comme les Grenouilles ordinaires, & quelquefois brun. Le corps est parsemé de taches rondes très-noires, & beaucoup plus distinctes que dans les autres especes. Sur la tête, au lieu de taches rondes; ce sont des bandes qui partent du col, & vont se réunir vers

le bout du nés. Le long du dos & de la queue est la petite crête dentelée, qui est aussi parsemée de taches noires ; les découpures en sont moins profondes que dans les mâles des autres espèces, & la membrane est moins large. La bande argentée, qui dans les deux autres espèces est au milieu de la queue, est dans celle-ci tout le long de la partie inférieure, elle ne se trouve qu'aux mâles, & ne paroît point lorsqu'ils sont fort jeunes.

La femelle est d'un jaune plus pâle, la couleur est plus égale, & il n'y a point de taches sur le dos ; la crête dentelée ne s'y trouve point non plus que dans les autres femelles, & le dos est assés ordinairement plat, quoique l'épine du dos fasse quelquefois une petite éminence, lorsqu'elles commencent à maigrir.

Ces trois espèces sont assés différentes entr'elles pour qu'on ne puisse pas les confondre, ni même prendre le mâle pour la femelle ; mais il y a des variétés considérables, dont quelques-unes sont ordinaires à toutes les espèces, & dépendent de l'âge de l'Animal, & d'autres sont particulières à quelques Salamandres, ce qui ne doit pas faire pour cela une espèce particulière, mais qu'on doit regarder comme les taches que le hazard fait rencontrer sur la peau de différents Animaux.

La couleur des Salamandres en général est moins brune lorsqu'elles sont jeunes, & les taches sont mieux marquées, & même celles de la troisième espèce sont d'un jaune fort clair, lorsqu'elles viennent de naître, & insensiblement elles brunissent un peu. Il leur arrive un changement si singulier, qu'il n'a encore été observé que dans un seul Animal, qui est le Têtard, encore n'en a-t-on donné jusqu'à présent aucun détail exact. Mais j'ai appris que M. Duverney en avoit fait un travail particulier, ce qui m'a fait abandonner toutes les idées que j'aurois pû avoir sur cela, persuadé que rien ne lui aura échappé sur une matière qui a fait l'objet de son étude, & ainsi je me restreindrai à parler du changement qui arrive à la Salamandre.

Je trouvai au Printemps de l'année dernière quelques petites

Salamandres qui avoient vers l'endroit où sont les oüyes dans les Poissons, des petites houppes frangées qui se tenoient droites dans l'eau, & ressembloient à des oreilles assés longues: je n'en trouvai d'abord qu'à de petites Salamandres, mais quelque temps après j'en vis de longues d'environ trois pouces qui en avoient aussi, & il s'en rencontra dans un bassin qui est dans une avenue de Maisons, une assés grande quantité pour que je pussé avoir la commodité de les examiner avec soin. Je fus fort surpris de voir qu'elles avoient des oüyes comme les Poissons, ce que je n'avois jamais remarqué dans aucun de ces Animaux, & qui ne se trouve, à ce que je crois, dans aucun des Auteurs qui en ont parlé. On voit deux panneaux très minces qui s'appliquent exactement sur les oüyes, lorsqu'elles sont hors de l'eau, en sorte qu'on a peine à les appercevoir. La seconde Figure représente cette Salamandre dans son état naturel. La troisième Figure est une Salamandre pareille, à laquelle j'ai fendu la peau qui joint les deux panneaux des oüyes, l'un des côtés est relevé & retenu avec une épingle; on voit en cet état quatre petites côtes dentelées qui s'écartent les unes des autres à cause de la situation forcée du panneau. Ces côtes sont en forme de demi-anneaux, & répondent toutes à la même cavité, en sorte qu'on peut passer entre chacune d'elles une petite sonde qui va sortir par l'autre côté; on la peut aussi passer par dessous chacune de ces côtes, ce qui fait voir qu'il n'y a nulle cloison entr'elles. Ce sont ces côtes auxquelles sont attachées les houppes frangées; l'arête ou le milieu de chacune d'elles se termine en une espece de plume dont la tige est assés solide, & est revêtue des deux côtés d'une frange, très-semblable à celle d'une plume; ces trois ou quatre plumes sortent de dessous la partie supérieure du panneau, en regardant l'Animal par dessus le dos; & comme elles sortent toutes par le même endroit, elles semblent tenir ensemble, mais en les examinant avec attention, on voit que chacune d'elles a son origine à l'extrémité d'une de ces côtes ou anneaux cartilagineux dont je viens de parler. Ces côtes vûes à la Loupe, sont telles qu'on les

voit (*Fig. 4.*) & les houppes comme dans la Figure 5.

Ayant gardé pendant quinze jours dans l'eau plusieurs de ces Salamandres panachées, & que je croyois alors être une espece particulière, je trouvai que quelques-unes avoient entièrement perdu leurs panaches, & que d'autres les avoient tellement diminuées, qu'il n'en paroïssoit plus que la tige, elles avoient toujourns cependant la tête un peu plus détachée du corps que les Salamandres ordinaires. Voulant soulever les panneaux pour voir les quatre côtes dont j'ai parlé, ce que je faisois d'abord avec beaucoup de facilité, je trouvai qu'ils étoient presque entièrement appliqués à la peau qu'ils couvroient alors, & qu'il n'étoit demeuré qu'une très-petite ouverture; quelques jours après, cette ouverture étoit entièrement fermée, j'en disséquai une alors, je ne trouvai plus ces panneaux distincts que j'avois vus dans les autres, & dans la même, trois semaines auparavant, ils faisoient corps avec la peau, les côtes dont ils ne se séparoient plus qu'avec peine & à l'aide du scalpel, étoient jointes ensemble par une membrane cartilagineuse presque aussi épaisse qu'elles, mais beaucoup plus molle, & qui se coupoit plus facilement.

Il m'a paru qu'à mesure que leurs panneaux se fermoient, elles faisoient plus d'efforts pour sortir de l'eau; peut-être perdant insensiblement les oüyes de Poisson, cet élément leur devenoit il moins propre? elles y vivoient cependant, & j'en ai conservées dans l'eau pendant plusieurs mois après la perte de leurs oüyes, mais elles faisoient assés souvent effort pour en sortir; il est vrai aussi que dès le temps qu'elles étoient panachées, & qu'elles avoient leurs oüyes, elles paroïssoient avoir plus d'inclination à demeurer sur terre qu'à rentrer dans l'eau, lorsque je les en avois tirées, ce qui vient sans doute de ce que l'eau dans laquelle je les mettois n'étoit pas autant de leur goût que celle dans laquelle je les avois trouvées.

Il arrive à toutes les Salamandres qui sont dans l'eau, de quelque âge & de quelque espece qu'elles soient, une chose que je crois particulière à ce seul Animal; elles changent de peau pendant le Printemps, & l'Été tous les quatre ou cinq.

jours au moins, elles s'aident des pattes & de la gueule pour s'en dépouiller, & l'on trouve quelquefois ces peaux entières nageantes dans l'eau ; l'Hyver elles n'en changent qu'environ tous les quinze jours. Cette peau est très-mince, j'en ai étendu quelques-unes avec assés de difficulté sur un verre plan pour les regarder au Microscope ; elles m'ont paru fort transparentes, & toutes formées de très-petites écailles, qui pourroient bien être les enveloppes applaties des mammelons ou tubercules du cuir. J'ai vû arriver un accident a quelques-unes à l'occasion de ce changement de peau ; il leur restoit à l'une des pattes une portion de cette peau qu'elles ne pouvoient dépouiller entièrement, & qui se corrompoit, & leur pourrissoit la patte, enforte qu'elle leur tomboit en entier, elles n'en mourroient pas pour cela, & j'en ai conservées très-long-temps après cette perte : elles perdent bien plus ordinairement de la même façon quelqu'un de leurs doigts, & ces sortes d'accidents leur arrivent plus souvent aux pattes de devant qu'à celles de derrière.

J'ai vû quatre ou cinq fois sortir du corps de quelques-uns de ces Animaux par l'anús, un corps rond d'environ une ligne de diametre, & long à peu près comme le corps de la Salamandre, elles étoient un jour entier à s'en délivrer tout à fait, quoiqu'elles fissent souvent des efforts pour le tirer avec les pattes & avec la gueule. J'ai pris un de ces corps que j'ai lavé, il étoit rempli d'une eau bourbeuse que j'ai fait sortir par un trou que j'ai été obligé de faire à la membrane qui la contenoit ; j'ai étendu cette membrane sur un verre, elle étoit telle qu'on la voit (*Fig. 6.*) Etant vûë au Microscope, elle étoit parsemée de petits trous ronds disposés très-regulièrement : l'un des bouts contenoit un petit os pointu assés dur qu'elle entouroit, & auquel elle étoit adhérente ; l'autre bout, qui se terminoit en pointe, laissoit voir à l'œil deux petits bouquets de poil fort long qui sortoient par deux petits trous voisins l'un de l'autre ; ces poils vûs au Microscope, étoient revetus de petites franges semblables aux plumes d'Autruche. Je n'ai pas pû découvrir ce que c'étoit

que ce corps, ni quel étoit son usage, n'ayant fait cette observation que quatre ou cinq fois seulement, & les Salamandres s'étant très bien portées devant & après cette évacuation, j'ai seulement conjecturé que ce pouvoit être le dépouillement de quelque membrane intérieure qui ne se fait que très rarement.

Elles font leurs œufs dans les mois d'Avril & de Mai. Il y en a ordinairement une vingtaine qui forment deux colonnes jointes ensemble & semblables à deux filets de grains de chapelet. Cet assemblage est formé par une matière visqueuse assez solide qui paroît contenue dans une membrane déliée, car elle ne s'attache point aux doigts. Elles se délivrent de leurs œufs de la même manière qu'elles font du corps dont je viens de parler, & à mesure qu'ils sortent ils demeurent collés au-dessous de la queue. Je n'ai vû sortir les œufs de cette manière qu'aux Salamandres de la troisième espèce, & j'ai remarqué que les autres les font différemment; car dans les vaisseaux où j'en ai conservés, j'ai souvent trouvé des œufs séparés les uns des autres, & dont la forme est si régulièrement arrondie, qu'ils paroissent n'avoir jamais été joints.

Je n'ai jamais vû éclore aucun de ces œufs, quoique j'en aye mis dans différentes eaux, à divers degrés de chaleur, & même sur terre; je n'en ai jamais trouvé non plus qui ne fissent que d'éclore, elles sont sans doute si petites alors, qu'elles échappent aux filets & même à la vûe. Je n'en ai point vû faire les petits vivants, ce que Wrfbanius dit avoir vû, & que M. de Maupertuis a aussi remarqué, ayant trouvé des petits tout formés dans une Salamandre terrestre qu'il a disséquée; il est vrai que la même avoit aussi des œufs adhérents à l'ovaire, ce qui fait qu'on peut regarder cet Animal comme ovipare & vivipare. On pourroit présumer que les terrestres seroient vivipares, & les aquatiques ovipares; mais s'il est vrai qu'il y en a qu'on ne peut ranger dans une de ces classes, à l'exclusion de l'autre, telles que sont toutes celles qui m'ont passé par les mains, qui sont

réellement amphibies, ne seroit-il pas permis de conjecturer que dans l'eau elles sont ovipares, & que sur terre elles font leurs petits vivants ? Si la conjecture est hardie, ne le seroit-il pas encore plus d'assurer que cela ne peut pas être ? Quoiqu'il en soit, l'expérience pourra nous en instruire quelque jour, & confirmer une idée que je ne donne que comme la plus légère conjecture. Avant de passer à la dissection de la Salamandre, voici encore quelques observations générales qu'il est bon de rapporter.

Lorsqu'elles sont dans l'eau, elles viennent souvent à la surface pour respirer, elles expirent aussi souvent l'air du fonds de l'eau, & quelquefois elles accompagnent cette expiration d'un petit cri. Il y a peu d'Animaux aussi sobres que la Salamandre ; j'en ai conservées plus de six mois sans manger, parce que je ne sçavois absolument que leur donner. Je leur ai vû manger quelques Mouches à demi-mortes, qu'elles ont bien de la peine à mâcher, encore n'y en avoit-il que quelques-unes qui en voulussent ; j'en ai vû manger cinq de suite à la même, mais elles s'en passaient à merveilles lorsque je ne leur en donnois point. Je leur ai donné ce Printemps du fray de Grenouille, qu'elles aiment assés ; ce n'étoit pas du fray de Grenouille ordinaire, mais de celui qui se trouve en espece de longs filets, dont les grains sont fort noirs & petits, & la liqueur visqueuse qui les entoure est extrêmement transparente. C'est de ce fray que naissent des petits Têtards noirs auxquels je vis l'année dernière venir les pattes, quoiqu'ils ne fussent pas plus gros que des Lentilles ; elles mangent de ce fray, mais sans avidité ; elles mangent aussi quelquefois de la Plante appelée *Lenticula aquatica*. Voilà les seules choses dont je me sois aperçû qu'elles se nourrissoient.

Le grand froid qu'il a fait cet Hiver, m'a donné lieu de faire une observation à laquelle je ne me serois pas attendu. Le 6 Janvier, dix-huit grosses Salamandres que j'avois dans l'eau depuis deux mois, gelerent pendant la nuit ; je les trouvais presque toutes engagées dans la glace & sans mouvement ; je rompis la glace, & j'approchai du feu le vaisseau où elles étoient,

étoient, elles commencerent à remuer un peu, & devinrent au bout d'une demi-heure aussi vives qu'elles étoient auparavant ; parmi celles-là il y en avoit une qui depuis qu'on l'avoit pêchée, avoit une playe au dessous de la patte de devant, par laquelle il sortoit d'abord un lobe des sacs graisseux, ce lobe se détacha peu-à-peu, la playe s'aggrandit, & une partie des intestins en sortoit lorsqu'elle fut gelée comme les autres ; elle n'en a pas été plus incommodée pour cela, & a encore vécu un mois depuis. J'ai remarqué qu'à mesure que l'eau se dégelait, elles expiroient toutes beaucoup plus d'air qu'à l'ordinaire, elles avoient apparemment rempli leurs sacs pulmonaires le plus qu'elles avoient pû, lorsque l'eau avoit commencé à se geler. Voulant voir ensuite ce qui arriveroit en poussant l'expérience plus loin, j'en mis une seule dans un vase rempli d'eau, que j'exposai à la gelée, elle demeura trente-six heures dans la glace, en sorte que s'étant retirée dans le milieu, elle en avoit environ l'épaisseur de deux pouces tout autour d'elle ; on remarquoit seulement dans l'espace qui l'environnoit, un peu d'eau qui pouvoit occuper à peu-près la place d'une petite Fève, & une petite bulle d'air des trois quarts moins grosse : je coupai la glace par le milieu, & je trouvai qu'elle s'étoit conservée un espace de la grosseur d'un petit œuf dans lequel elle étoit toute pliée, & qu'il y avoit un canal de la grosseur d'un crin de Cheval qui communiquoit à l'air extérieur en traversant la glace, & venant aboutir à la surface supérieure. La Salamandre étoit très-engourdie, & ne pouvoit se déplier ; je la mis dans l'eau froide, où elle s'étendit peu-à-peu, & au bout d'une heure elle étoit aussi vive que les autres. Tant d'Auteurs qui ont écrit que la Salamandre vit dans le feu, seroient bien surpris de voir que non seulement le fait qu'ils ont avancé est faux, mais qu'au contraire elle vit réellement assez long-temps dans la glace ; je dis assez long-temps, car elles n'y vivent pas toujours, & la longue durée de la gelée me fournissoit une trop belle occasion de pousser l'expérience jusqu'où elle pouvoit aller pour ne pas en profiter. J'en mis une autre dans un pareil

vaisseau pendant sept jours & sept nuits, exposée à la plus forte gelée, mais l'eau gela si bien, qu'il ne resta aucun espace autour de la Salamandre, ni de communication avec l'air extérieur, & je la trouvai morte; je crois cependant que ce n'est pas le temps qu'elle demeura dans la glace qui la fit mourir, car j'ai appris depuis de plusieurs personnes, que l'on avoit trouvé en Été des Grenouilles dans des morceaux de glace qui avoient été conservés dans les Glacières, ainsi il y a apparence que la Salamandre y auroit vécu de même, mais le froid augmentant toujours, l'eau se gela toute entière, la communication avec l'air extérieur se ferma, & la glace se dilatant de plus en plus, la Salamandre fut plutôt écrasée & étouffée qu'elle ne mourut de froid.

Quoiqu'elles ayent la vie très-dure, il y a une façon de les faire mourir en très-peu de temps, elle est rapportée dans Wrfbanius, & j'ai expérimenté qu'elle étoit vraie. J'ai jeté sur une des plus grosses Salamandres du Sel en poudre, elle a d'abord tâché de se sauver, mais ne le pouvant pas, elle a fait divers mouvements à droite & à gauche, & a exprimé par toutes les parties de son corps, & sur-tout le long de la queue, de ce suc laiteux qui leur couvre tout le corps, lorsqu'elles ont peur, ou qu'elles souffrent; ses mouvements ont redoublé, peu après elle s'est roulée pendant environ une minute sur le dos & sur le ventre, & enfin est demeurée sans mouvement & sans vie environ trois minutes après que j'ai eu mis le Sel.

Nous allons présentement passer à l'examen anatomique des parties intérieures de la Salamandre. Je ne prétends pas faire un détail exact de toutes ses parties, mais je rapporterai seulement ce qui m'a paru singulier & différent de ce que la plupart des Auteurs ont écrit de ces sortes d'Animaux. On peut regarder comme épiderme la pellicule dont elles se dépouillent tous les quatre ou cinq jours. Si l'on dissèque la Salamandre, lorsqu'elle vient de s'en dépouiller, il est impossible d'en détacher une autre, mais si elle est prête à la quitter, elle s'enlève très-facilement. Cette peau étant vûe au

Microscope, paroît, comme je l'ai déjà remarqué, n'être qu'un tissu de très-petites écailles, ou plutôt l'enveloppe des mammelons du cuir ; au dessous de cette peau on trouve le cuir, qui est tout parsemé de petits grains comme du Chagrin, il est assez solide, & on le détache des muscles auxquels il est adhérent par des fibres lâches. Il y a au bas-ventre trois muscles très-distincts ; l'un droit, avec des digitations, couvre la région antérieure, & les deux autres obliques, en sens contraire, sont les parties latérales. Ayant détaché ces muscles, on trouve le péritoine, qui est tout parsemé de points noirs, il est adhérent au foye par un petit ligament qui descend en ligne droite tout le long du foye. Le péricarde semble être formé par une continuité du péritoine, qui est plus parsemé de points noirs que le reste. Le cœur est au dessus du foye, & appliqué immédiatement sur l'œsophage. Le foye est très-grand, & séparé en deux lobes ; sous le lobe droit est la vésicule du fiel qui n'est attachée que par son canal, elle est transparente & remplie d'une liqueur verdâtre. Au dessous du foye on voit quelques replis des intestins, les sacs graisseux qui sont d'un jaune orangé, & les ovaires dans les femelles. Dans l'hypogastre on trouve la vessie qui est adhérente au péritoine par un petit vaisseau qui pourroit bien être l'ouraque ; si on la souffle par l'anus, ou le canal commun, on voit qu'elle est en forme de cœur. Il y a aussi aux deux côtés du foye, & le long des sacs graisseux, deux especes de sacs ou vessies remplies d'air, très-minces, longues, & finissant en pointe. Voilà toutes les parties qui paroissent, lorsqu'on a ouvert la capacité du ventre. Voici maintenant celles qui sont plus cachées. Le foye étant ôté, & les intestins détachés depuis l'œsophage jusques sous la vessie, l'ayant alors coupé ou éloigné de sa place, on ôtera les sacs graisseux qui sont communs au mâle & à la femelle, il sera facile de les arracher ; on verra qu'ils sont séparés en plusieurs lobes, & entourés d'une membrane très-déliée, parsemée de vaisseaux sanguins qui les attachent aux ovaires & aux trompes dans les femelles, & aux enveloppes des testicules.

& du canal déférent dans les mâles. Pour suivre d'abord l'anatomie du mâle, nous remarquerons qu'il y a le long de l'épine depuis environ le tiers de la longueur à commencer par le col jusqu'au canal commun, deux petits tuyaux blancs que j'appelle *canaux déférents*, qui sont plusieurs plis & replis, & qui se terminent en devenant à rien par leur partie supérieure dans la membrane qui les attache, & aboutissent vers l'anus à l'extrémité d'un petit faisceau de filets blancs qu'on peut regarder comme les vésicules séminales; ce petit faisceau remonte le long du canal déférent & des reins, & a environ fix à sept lignes de long.

J'ai trouvé beaucoup de variété dans les testicules de cet Animal; le plus souvent il n'y en a que deux qui sont d'un blanc jaunâtre, de la forme d'une petite Fève, assez longs, & ayant chacun une espèce de petite glande plus blanche & presque transparente, appliquée sur leur partie supérieure, en sorte qu'elle semble ne faire qu'un corps avec le testicule, & qu'elle n'en est distinguée que par la couleur; quelquefois les testicules sont en forme de poire assez irrégulière, & dont la pointe est tournée vers le bas; assez souvent ils sont joints l'un à l'autre par une espèce de petit corps glanduleux qui paroît être de même substance qu'eux; quelquefois on en trouve distinctement quatre, dont les deux inférieurs sont plus petits que les supérieurs, ils sont en ce cas-là plus irréguliers, leur surface est raboteuse & inégale, & il ne se trouve point alors cette glande qui dans quelques autres cas joint le droit au gauche. J'avoüe que quoique j'aye disséqué un grand nombre de ces Animaux, je n'ai pû trouver aucune raison de ces variétés, il ne m'a pas même paru que l'âge y fît rien, & j'ai trouvé la même irrégularité dans les différents âges & dans les différentes espèces.

La partie supérieure de chaque testicule est attachée au sac pulmonaire vers le milieu de sa longueur par un petit vaisseau ligamenteux, ou plutôt ce petit vaisseau ne fait que passer dans la membrane qui attache le sac pulmonaire, & va se perdre dans la même membrane proche du canal déférent

qu'elle enveloppe aussi ; il y a apparence que c'est ce vaisseau qui sert à conduire la semence dans le canal déférent, car c'est la seule communication qu'il paroisse y avoir du testicule à ce canal dans toute sa longueur. Avant de suivre le canal déférent jusqu'à l'endroit où il se termine vers l'anus, j'observerai que l'on trouve dans les mâles deux corps charnus plats qui sont arrondis par leur partie supérieure, & se terminent en pointe au col de la vessie, ils sont enveloppés dans un des plis du péritoine, & sont immédiatement appliqués sur la vessie, tels qu'on les voit en *A* (*Fig. 7.*) leur substance est molle & grasse, & ils se vont terminer au dessous du pubis, qu'il faut couper pour les suivre jusqu'à leur extrémité, qui va se confondre dans l'insertion commune du rectum, de la vessie & des canaux déférents. L'extrémité de chacun de ces canaux se termine, comme nous venons de le dire, dans une espece de faisceau de petits vaisseaux blancs, longs de huit à neuf lignes, qui s'étendent le long des reins, & semblent servir de vésicules séminales, car ils sont remplis d'une liqueur blancheâtre, semblable à celle qui est dans le canal ; ils sont tous joints ensemble par une membrane qui les enveloppe, & ils se terminent aussi-bien que les reins dans l'insertion commune dont nous venons de parler. A l'extrémité de cette insertion est un corps cartilagineux, long d'environ deux lignes, il est en forme de mitre, dont la pointe est en haut, & selon toutes les apparences il tient lieu de verge dans cet Animal, car il est vrai-semblable que la Salamandre s'accouple réellement, quoique je ne l'aye jamais vû, malgré le long-temps que j'en ai gardées, & les fréquentes observations que j'ai faites ; mais ce qui doit déterminer en faveur de l'accouplement, c'est que les Salamandres sont vivipares. Wrfbanus rapporte qu'il en a vû une faire trente-quatre petits tous vivants, & M. de Maupertuis m'en a donné une dans laquelle on voit plusieurs petits très-bien formés dans une des trompes. Si l'on vouloit faire une distinction, & dire que les terrestres sont vivipares, & par conséquent se doivent accoupler, mais que les aquatiques sont ovipares &

frayent seulement à la manière des Poissons, je répondrois que les organes paroissent les mêmes dans les unes & dans les autres, & qu'ainsi il y a apparence que la génération se doit faire de la même manière.

On trouve dans les parties intérieures de la femelle des différences très-sensibles, & les organes plus distincts. En ouvrant la capacité du ventre, on découvre les ovaires & les sacs graisseux disposés à peu-près de la manière qu'on les voit (*Fig. 8.*) il faut ôter les sacs graisseux pour voir avec plus de facilité les ovaires avec leurs attaches; les sacs graisseux sont comme dans le mâle attachés par une membrane déliée, parsemée de petits vaisseaux sanguins: lorsqu'on les a enlevés, on voit que les ovaires sont composés de plusieurs lobes renfermés par une même membrane qui les sépare entr'eux, & les attache tous aux sacs graisseux, aux trompes & aux sacs pulmonaires, vers le même endroit où les testicules paroissent y être attachés dans les mâles; cette membrane est toute parsemée de vaisseaux sanguins qui se partagent en très-petites branches sur toute la surface des ovaires. Les œufs ne sont point flottants dans la capacité de l'ovaire, mais ils y adherent intérieurement, en sorte que faisant un trou à la membrane de l'ovaire, & soufflant par ce trou, elle paroît n'être qu'un tissu d'œufs; il y a apparence que ces œufs se détachent & tombent dans la capacité de l'ovaire pour passer de là dans la trompe, mais je n'en ai jamais trouvées dans cet état-là, & je les ai toujours vûs adhérents à la membrane.

Lorsqu'on a enlevé les ovaires, on découvre les trompes qui sont longues à peu près comme tout le corps de l'Animal, y compris la tête & la queue, elles prennent depuis le col, & faisant plusieurs plis & replis, elles se terminent à l'anus. M. Duverney a fait voir qu'elles avoient à leur extrémité supérieure une espece d'ouverture ou de pavillon par lequel entrent les œufs. M. Duverney pense que les œufs sortent de l'ovaire en se détachant de leur calice, qu'ils flottent pendant quelque temps dans la capacité du ventre, & qu'ensuite par le mouvement des muscles ils sont continuel-

lément portés vers la partie supérieure du corps, d'où ils entrent dans le pavillon de la trompe ; pour moi, comme j'ai dissecté un grand nombre de Salamandres, & que je n'ai jamais trouvé ces œufs vagues & flottants dans la capacité du ventre, & que M. Duverney dit aussi n'en avoir point trouvés, je serois tenté d'expliquer la chose d'une autre façon. Je crois que les œufs s'étant détachés de la membrane de l'ovaire, & ayant flotté au dedans sont conduits par cette même membrane, sans en sortir, jusqu'au pavillon de la trompe où ils entrent, soit par la pression plus forte qu'ils souffrent dans cette enveloppe, soit par les autres œufs qui les poussent continuellement : j'avoue que ce passage ne se voit pas bien distinctement, & que je n'ai jamais trouvé d'œufs dans l'espace qui est entre les ovaires & les trompes ; mais premièrement il n'est pas possible de fixer où se termine la membrane des ovaires, parce qu'elle s'applique à plusieurs endroits vers les côtes & les trompes, & qu'elle est alors si déliée, que pour peu qu'on la force, elle se déchire très facilement. L'extrémité supérieure des trompes se termine aussi de la même manière dans une membrane ou pellicule déliée qui paroît avoir communication avec celle des ovaires, & pourroit très-bien n'être qu'une extension de la même ; enfin quoiqu'on ne vöye pas les canaux de communication, rien n'empêche qu'il n'y en ait. Il est certain que les œufs passent de l'ovaire dans la trompe, puisqu'ils se forment dans l'un, & qu'on en trouve très-souvent dans l'autre, & il me paroît plus vrai-semblable qu'ils soient portés de l'un à l'autre par un canal formé par la membrane qui enveloppe ces deux organes, que de supposer qu'ils flottent dans la capacité du ventre où on ne les trouve jamais, & où le moindre séjour seroit capable de les corrompre.

Lorsque les œufs sont entrés dans les trompes, ils acquièrent beaucoup plus de grosseur qu'ils n'en avoient dans l'ovaire, & lorsqu'ils sont arrivés à l'extrémité inférieure, ils sortent par le canal commun. J'ai fait sur les œufs de diffé-

rentes especes de Salamandres, une remarque qui m'a paru singulière, & dont j'ai déjà dit un mot au commencement de ce Mémoire. Dans les Salamandres que j'ai appellées de la première & de la seconde espece, les œufs sont détachés les uns des autres, & dans celles de la troisième, ils sont joints en forme de chapelet, ce qui établit entre les deux premières especes & la troisième une différence très marquée. Les trompes sont remplies dans toute leur longueur d'une liqueur épaisse, trouble, jaunâtre ; & comme elle est en assez grande quantité, & qu'elle ne sort point par le canal commun, je croirois assez aisément que c'est ce qui forme la matière visqueuse qui entoure les œufs, & que c'est ce qui sert de premier aliment au petit germe qui vient d'éclore.

L'extrémité des trompes est plus brune que le reste, & elles se terminent avec le rectum & le col de la vessie dans un gros muscle, auquel est aussi attaché l'extrémité des reins qui sont longs d'environ six lignes, & adhèrent aux trompes dans presque toute leur longueur, de sorte qu'en enlevant ce muscle, on enleve en même temps les reins, les trompes, l'intestin & la vessie. Si l'on souffle par ce canal commun, on remplit d'air les trompes d'un bout à l'autre, l'intestin & la vessie. Il n'y a point de matrice dans cet Animal, ce sont les trompes qui en servent, puisqu'on y trouve quelquefois des petits tous formés. Si l'on souffle par la gueule de l'Animal, on enfle aussi l'intestin & les sacs pulmonaires sur chacun desquels on voit un petit vaisseau sanguin qui part du cœur, & jette des rameaux sur toute l'étendue du sac. Je n'entrerai point dans le détail du reste de l'anatomie de cet Animal, parce que cela me meneroit trop loin, & que ce n'est pas l'objet que je me suis proposé ; mais je remarquerai seulement, avant de finir, une analogie qui est entre les Salamandres & les autres Animaux qui ont des oüyes, c'est qu'un peu au-dessus de l'endroit où se terminent les trompes, on voit deux branches d'un gros vaisseau sanguin situé le long des vertebres, qui vont dans les deux
pattes

Fig. 1.^{re}

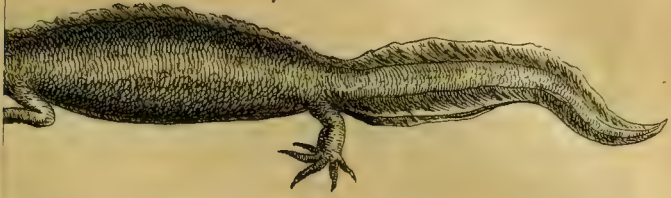


Fig. 5.^e



Fig. 2.^e

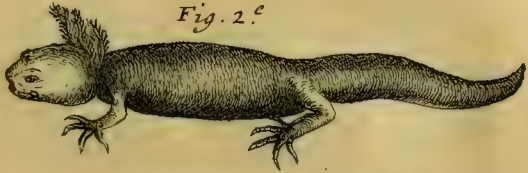


Fig. 8.^e



Fig. 7.^e





pattes de devant. Environ deux lignes plus haut, ce même vaisseau se sépare en deux, & s'étend dans la substance charnuë qui enveloppe les côtes que l'on voyoit sous les panneaux, quand l'Animal avoit des oüyes. Ces côtes qui alors étoient séparées, sont jointes ensuite par les chairs & les membranes, & sont attachées l'une à l'autre alternativement par les bouts, c'est-à-dire, qu'elles font une espèce de ziczac; elles sont beaucoup plus molles alors qu'elles ne l'étoient dans le temps des oüyes, & ne sont presque que des cartilages, excepté celle qui est la plus éloignée de la mâchoire, qui est toujours osseuse & séparée en deux en forme de fourche vers le milieu de la longueur. Cet Animal pourroit encore fournir un grand nombre d'observations, mais ce travail ne laisse pas d'être plus assujettissant qu'on ne pense, cependant ce n'est qu'à ce prix qu'on peut espérer de faire quelque progrès dans la connoissance de la Nature.



S U R L A T H E' O R I E
D E S M O U V E M E N T S V A R I E' S,

*C'est-à-dire, qui sont continuellement accélérés, ou
continuellement retardés;*

Avec la manière d'estimer la Force des Corps en mouvement.

Par M. le Chevalier DE LOUVILLE.

22 Juin
1729.

LA science du Mouvement en général est cette partie de Mathématique qui a reçu le nom de *Mechanique*, qui considère les loix que la Nature suit & observe dans la communication des mouvements; c'est-à-dire, cette loi générale & immuable, avec laquelle un corps qui a reçu du mouvement, le communique en tout ou en partie, à un autre, soit que celui-ci en ait déjà, ou qu'il n'en ait point. Car pour l'origine primordiale du mouvement, c'est-à-dire la première cause qui le produit dans la Nature, en sorte que si tous les corps qui composent ce qu'on appelle la *matière*, étoient en repos, qui est-ce qui pourroit les mettre en mouvement, c'est une chose hypermécanique, & qui est au-dessus de nos idées, qui ne s'étendant guères au-delà de la matière, de l'étendue & du temps, ne trouve dans aucune de ces trois choses rien qui puisse produire un mouvement qui n'y seroit pas? Car un corps en repos ne peut en mouvoir un autre, ni se mouvoir lui-même: il faut donc pour qu'un corps se puisse mouvoir, qu'il lui survienne quelque chose qui le fasse passer du repos au mouvement; & ce quelque chose-là, quel qu'il soit, a reçu le nom de *Force motrice*, ou simplement de *Force*. Il faut donc, pour produire du mouvement, quatre choses; de la Force, un Corps ou un Mobile, de l'Espace & du temps, & ces quatre choses en produisent encore une cinquième,

qui est ce qu'on appelle la *Vitesse*, qui mérite d'être considérée, & qui n'est qu'un certain rapport entre deux des quatre autres, comme entre la force & la masse, ou entre l'espace & le temps. Tout cela fait donc cinq quantités qui sont à considérer dans les mouvements, dont les rapports fournissent un certain nombre de Théoremes généraux qui sont le fondement de la science des Mécaniques. Ces Théoremes sont d'ordinaire à la tête des Traités de Mécaniques; mais comme ils sont fort simples, & n'occupent que fort peu d'espace, j'ai crû qu'il étoit à propos de les mettre ici en peu de mots, afin de ne point renvoyer le Lecteur ailleurs; outre que ceux qui les savent pourront aisément les passer. On désignera à l'ordinaire chacune de ces cinq choses par la première lettre de son nom; savoir, on nommera la force f , la masse ou la quantité de matière du mobile m , l'espace parcouru par ce mobile e , le temps employé à parcourir cet espace t , & la vitesse avec laquelle cet espace aura été, ou devra être parcouru u .

Plus la force qui sera employée à mouvoir un même corps sera grande, plus la vitesse avec laquelle ce corps se mouvra sera grande en même raison; & si une même force est employée à mouvoir deux Corps inégaux en masses, plus le corps mû par la même force aura de masse, & plus la vitesse de ce corps sera petite: & au contraire plus la masse sera petite, & plus la vitesse sera grande, & cela en raison réciproque des masses, en sorte que la vitesse sera toujours comme une fraction dont le numérateur sera f , & le dénominateur sera m , en sorte qu'on aura toujours $u = \frac{f}{m}$. Ce signe d'égalité signifie plutôt, est comme, que est égal; car il n'y a point d'égalité entre des quantités disparates ou hétérogenes, c'est plutôt une égalité de raison dans les variations qu'on suppose qui doivent arriver à ces mêmes quantités, ou à quelques-unes d'elles, ainsi on ne pourroit pas dire, en parlant de quantités constantes, a est comme b , cela ne signifieroit rien. Mais on peut dire ax est comme by , à cause

des variables x & y , lesquelles soit qu'elles augmentent, ou qu'elles diminuent, leur produit ax , après le changement, doit toujours être au produit by , en même raison qu'il étoit avant le changement. On aura donc ce premier Théoreme

$u = \frac{f}{m}$, ce qui en donne un autre $f = mu$. Ceci est disputé par d'habiles Géometres, mais on compte de l'établir d'une manière si solide dans ce Mémoire, qu'on espere qu'il ne restera aucun doute sur cet article.

On sçait encore que la vitesse, dans les mouvements uniformes, est d'autant plus grande, que le mobile parcourt, en temps égal, un espace plus grand, & que quand un mobile parcourt un même espace en différents temps, la vitesse est d'autant plus grande, que le temps employé à le parcourir est plus court, donc la vitesse est encore proportionnelle à cette fraction $\frac{e}{t}$. Donc on aura $u = \frac{e}{t}$.

Puisque l'on a $f = mu$, & que $u = \frac{e}{t}$, on aura $f = \frac{me}{t}$, mais non pas $f = me$, comme quelques Géometres l'ont avancé, cela n'est vrai que quand le temps pendant lequel les espaces sont parcourus est le même; car ce n'est que dans ce cas que l'espace parcouru est comme la vitesse, & alors cet espace représentant la vitesse, l'on aura $f = me$, mais ce n'est que dans ce seul cas.

De ce qu'on a $u = \frac{e}{t}$, on en tire $tu = e$, c'est-à-dire, qu'en tout mouvement uniforme, l'espace parcouru est en raison composée de la vitesse & du temps, ou comme le produit de ces deux quantités.

L'équation $f = mu$ fait voir que quand les vitesses de deux corps sont en raison réciproque à leurs masses, ces corps ont des forces égales; & réciproquement, que quand les forces de deux corps sont égales, leurs vitesses sont en raison réciproque à leurs masses.

*Principe supposé par tous ceux qui ont traité des loix
du Mouvement.*

Tout Corps qui a reçu une impulsion ou une force qui l'a mis en mouvement, continueroit éternellement de se mouvoir avec la même vitesse, & suivant la même direction, s'il ne survenoit point de cause qui augmentât ou qui diminuât sa vitesse, ou qui le détournât de sa route. C'est un principe que tous les Méchaniciens regardent comme un Axiome, ou comme une vérité incontestable, & qui n'a pas besoin d'être démontrée, c'est-à-dire, que l'espace qu'un corps mis une fois en mouvement parcourt, augmente uniformément en raison des temps pendant lesquels le mobile continue de se mouvoir, en sorte que telle est la nature de l'espace parcouru par un corps qui se meut, que d'augmenter continuellement, & même continûement, sans qu'il soit nécessaire qu'il survienne à ce corps de nouvelles impulsions, en sorte que, quoiqu'il n'arrive point dans la Nature de changement sans cause, ce n'est point un changement à cet espace que d'augmenter, c'est sa nature, & il faudroit au contraire de nouvelles impulsions pour l'en empêcher, ou pour l'accélérer. Mais il n'en est pas de même de la vitesse avec laquelle ce même corps se meut, sa nature est toute différente, elle est constante par elle-même, elle ne peut augmenter ni diminuer sans cause, il faut qu'il survienne à un corps de nouvelles impulsions pour que sa vitesse soit accélérée ou retardée; & comme il n'y a point dans la Nature d'impulsion continûe, & que la vitesse d'un corps ne peut augmenter ni diminuer qu'à mesure qu'il reçoit de nouvelles impulsions, & cela dans l'instant indivisible qui les reçoit, il s'ensuit que la vitesse d'un corps ne peut croître, ni diminuer que par sauts, *sub-sultim*, & non pas continûement comme fait l'espace parcouru; ce qui fait que l'on ne peut pas regarder l'Accélération comme une quantité continûe, mais discrete, qui suit par conséquent une loi différente de l'espace, ce qui est cause qu'il arrive souvent que l'espace parcouru augmente, pendant

que la vîtesse diminue, comme dans les corps pesants qui montent par une impulsion qu'on leur aura imprimée de bas en haut, dont la vîtesse va en diminuant, pendant que l'espace qu'ils parcourent en montant va toujours en augmentant jusqu'à un certain point, ou bien que l'espace augmente dans une certaine proportion, & que la vîtesse augmente suivant une proportion toute différente, comme dans les corps qui tombent par leur propre poids, qui parcourent en tombant des espaces qui croissent comme les quarrés des temps, pendant que la vîtesse ne croît que dans la raison simple des temps.

Or la raison de cette différence est facile à expliquer. Suivant l'Hypothese de Galilée, un Corps exposé à l'action de la pesanteur, soit qu'il monte, ou qu'il descende, reçoit en temps égaux un nombre égal d'impulsions égales de vîtesse qui le poussent de haut en bas, & qui lui impriment des accélérations, s'il descend, dont la somme est comme les temps, par conséquent cette vîtesse, qui est comme la somme de toutes ces impulsions, croîtra comme leur nombre, & par conséquent comme les temps, au lieu que l'espace parcouru augmente par la même raison qui fait augmenter la vîtesse, qui est comme les temps, & a outre cela une raison pour augmenter, qui lui est particulière, qui est la durée de son mouvement, qui le feroit augmenter comme cette durée, quand même il ne surviendrait au mobile aucune accélération. Donc l'espace a deux raisons pour augmenter en raison des temps, pendant que la vîtesse n'en a qu'une, ce qui fait que cet espace augmente en raison doublée des temps, pendant que la vîtesse n'augmente que dans la raison simple des mêmes temps.

On peut encore démontrer cette vérité de cette manière: Lorsque la vîtesse d'un mobile augmente, ou diminue continuellement en raison des temps, on a $u = t$: or par ce que nous avons dit ci-dessus, la vîtesse peut toujours être exprimée par $\frac{e}{t}$, donc en mettant cette expression au lieu de u ,

on aura $\frac{e}{t} = t$, d'où l'on tire $e = tt$, c'est-à-dire que dans cette hypothèse les espaces parcourus sont comme les quarrés des temps, & les temps, par conséquent, comme les racines des espaces; ce qui fait que si l'on prend l'espace parcouru pour la ligne des abscisses d'une Courbe, les vîteses que le mobile aura à chaque point de cette abscisse, seront représentées par les appliquées d'une parabole, si au contraire on vouloit que les vîteses d'un mobile augmentassent ou diminuassent en raison des espaces parcourus, on auroit $u = e$, & en mettant au lieu de u , la valeur $\frac{e}{t}$, on auroit $\frac{e}{t} = e$, ou $\frac{e}{t}$, ce qui donneroit $t = i$, ce qui est une espece d'énigme à deviner. On en donnera l'explication en son lieu.

Quant à la force que le mobile tombant acquiert par l'action de la pesanteur, il est visible qu'elle n'augmente, non plus que la vîtesse, que par le nombre des impulsions du fluide qui cause la pesanteur, puisque la raison qui fait augmenter l'espace ne fait point augmenter la force : car il est clair qu'un corps qui reçoit une impulsion qui lui imprime un certain degré de force en même temps qu'elle lui imprime un degré de vîtesse, n'augmente point la force ni la vîtesse de ce corps pendant les intervalles de temps qui sont entre ces impulsions, & qu'il n'y a que l'espace parcouru qui augmente toujours pendant ces intervalles : donc la force ne peut point augmenter en raison doublée des temps comme l'espace, mais en raison simple de ces temps, comme la vîtesse.

Comme la matière que nous traitons ici, qui concerne les mouvements accélérés ou retardés, est peut-être une des plus abstraites de toutes les Mathématiques, on ne sçauroit trop l'éclaircir, & pour cela il ne suffit pas de la traiter géométriquement comme font la plupart des grands Géometres, qui en écrivent, sans s'embarrasser s'ils sont entendus de leurs Lecteurs, & s'ils ont les mêmes idées qu'eux de la matière qu'ils traitent, il faut tâcher de leur donner les mêmes idées

des choses que nous en avons, & de bien définir tous les termes dont nous nous servirons, afin qu'on n'attribuë point aux choses définies une idée différente de celle qui leur convient, & pour cela il est nécessaire d'entrer dans une espeece de Métaphysique nette & précise qui non-seulement convainque l'esprit, mais qui l'éclaire. M. Leibnits est celui de tous qui me paroît avoir le mieux éclairci ce qui regarde les différentes espees de résistances, quoiqu'il ne l'ait fait qu'en peu de mots. C'est pourquoi je crois ne pouvoir mieux faire que de rapporter ici ce qu'il en a dit dans les Actes de Leipfick de l'année 1689 pag. 39 & 40 que nous allons traduire mot à mot, & nous ferons voir qu'une proposition qu'il donne sur ce qu'il appelle la *Résistance absoluë*, & qui est d'une évidence incontestable, est entièrement contraire à son principe des forces vives, par lequel il prétend que les forces des corps en mouvement sont comme les quarrés des vîtesses de ces corps; d'où nous conclurons que ce principe est faux, puisque s'il étoit vrai, sa proposition qui est très claire & très bien démontrée, seroit fausse. Voici ce que dit M. Leibnits.

» Il y a de deux sortes de résistances des milieux, l'une ab-
 » soluë, & l'autre respectîve, qui le plus souvent concourent
 » ensemble. La résistance absoluë est celle qui consomme une
 » quantité égale de force dans le mobile, soit qu'il se meuve
 » avec une petite vîtessè ou avec une grande, pourvû qu'il
 » se meuve, & cette résistance est produite par la glutinosité
 » du milieu qui fait le même effet que si les parties de ce
 » milieu étoient attachées les unes aux autres par des fils qu'il
 » fallût rompre. Cette même résistance a lieu dans les frotte-
 » ments que causent les surfaces rudes & raboteuses aux corps
 » qui glissent dessus; car il faut que ces corps qui se meuvent
 » sur ces surfaces, usent, ou du moins abaissent ces obstacles,
 » comme ils abaisseroient des poils élastiques, qui après cela
 » se releveroient: or pour comprimer un ressort, ou pour
 » rompre un fil, il faut toujours employer la même force, &
 » il n'importe quelle soit la vîtessè de l'agent. La résistance
 » respectîve

respective vient de la densité du milieu, & est plus grande « selon que la vitesse du mobile est plus grande, d'autant que « les parties dont le milieu est composé, doivent être mises « en mouvement par le mobile qui le pénètre : or pour mou- « voir quelque chose il faut y employer de la force, & une « force d'autant plus grande, que le mouvement communiqué « aux parties du milieu est plus grand, c'est-à-dire, que la « vitesse du mobile qui le pénètre est plus grande. Or la ré- « sistance d'un fluide en repos, contre un corps en mouve- « ment qui le pénètre, est égale à la force d'un fluide en mou- « vement qui heurte contre un corps en repos, qui est plus « grande lorsque la vitesse du fluide est plus grande ; comme « nous voyons des corps qui sont mûs par le vent ou par « l'eau, & même des corps pesants qui sont soutenus par un « jet d'eau, lorsque ce jet a une vitesse assez impétueuse pour « cela, quoique dans ceci il se mêle aussi de la résistance ab- « soluë, dont il faut cependant faire abstraction, lorsque nous « voulons considérer la résistance respective, comme si la tena- « cité du milieu étoit nulle. Il y a encore cette différence « entre ces deux especes de résistances, que la résistance ab- « soluë dépend en partie de la grandeur de la surface du mobile, « ou de son contact, & la respective au contraire dépend de « sa solidité. Dans l'une & dans l'autre espece de résistance « on rencontre un paradoxe, qui est que le mobile pénétrant « dans un milieu uniforme, & qui résiste dans toute son éten- « duë, n'est jamais réduit au repos par ce milieu : cependant « un corps qui se meut avec une vitesse qui lui a été impré- « mée, dans un milieu dont la résistance est absoluë, & qui « n'est point accéléré d'ailleurs, a un certain terme de péné- « tration dans ce milieu, dont il approche en ligne droite de « plus en plus, sans cependant pouvoir jamais y arriver. J'appelle ce terme la plus grande pénétration exclusive qu'un « corps qui se meut dans un milieu qui résiste selon la résis- « tance respective, & qui est uniformément accéléré (à la « manière d'un corps qui tombe) a un certain terme de vitesse « exclusive dont il approche continuellement, en sorte que la «

» différence devient à la fin insensible, de manière cependant
 » qu'il ne l'acquiert jamais parfaitement. Et cette vitesse est
 » celle-là même avec laquelle un fluide mû de bas en haut,
 » pourroit soutenir un corps pesant à la manière d'un jet d'eau.

»

»

De la Résistance absoluë.

»

»

ARTICLE PREMIER.

»

» Si le mouvement du mobile est uniforme par lui-même,
 » & qu'il soit également retardé par le milieu en raison des
 » espaces parcourus.

»

» (1) La diminution des vitesses est proportionnelle à l'aug-
 » mentation des espaces parcourus (c'est l'hypothèse du cas
 » dont il s'agit).

»

» (2) Les vitesses sont proportionnelles aux espaces; les
 » vitesses perduës, aux espaces parcourus; les vitesses restantes,
 » aux espaces qui restent à parcourir. Supposant les augmen-
 » tation de l'espace égales entr'elles, les diminutions des forces
 » seront égales (*par le 1.^{er} art.*). Or si les diminutions des
 » forces d'un même mobile sont égales, les diminutions des
 » vitesses seront aussi égales (car les forces sont comme les
 » quarrés des vitesses, & les quarrés étant égaux, les côtés
 » seront aussi égaux) c'est pourquoi les éléments des vitesses
 » perduës sont comme les éléments des espaces parcourus, &
 » les éléments des vitesses résiduës comme ceux des espaces
 » qui restent à parcourir. Donc les vitesses sont comme les
 » espaces. C'est pourquoi si la vitesse initiale est AE , l'espace
 » entier que le mobile peut parcourir dans le milieu résistant
 » est la droite AB , la partie déjà parcourüe AM , celle qui
 » reste à parcourir MB ; la vitesse restante MC , ou AF ,
 » la vitesse perduë FE , la ligne ECB sera une ligne droite.
 » Jusqu'ici ce sont les propres termes de M. Leibnits.

Fig. 1.

On peut remarquer qu'il y a une contradiction manifeste
 entre le Théorème de M. Leibnits, & son principe parti-
 culier touchant le rapport des Forces aux vitesses des Corps,
 qui est qu'il prétend que les forces des corps en mouvement

sont comme les quarrés de leurs vîteses, puisque la proposition n'est vraie qu'autant que les vîteses sont comme les forces, puisqu'il ne s'agit dans ce Théoreme que des forces qui diminuent en même raison que les espaces augmentent. Or les espaces parcourus augmentant par la supposition en raison arithmétique continue, il est sûr que les forces diminuent dans la même raison; par conséquent la Courbe dont les appliquées représentent ces forces à chaque pas que fait le mobile, ne sera pas une Courbe, mais une ligne droite, dont la propriété est d'avoir ses appliquées en même raison que les abscissés qu'on suppose croître également, ou arithmétiquement. Donc si les vîteses sont aussi représentées par les appliquées d'une ligne droite, ces vîteses seront toujours comme les forces, & non pas comme leurs racines, puisque si cela étoit, ces vîteses seroient représentées par les appliquées d'une Parabole contre la Démonstration de l'Auteur. Et il ne sert de rien de dire ce qu'il dit, & qu'il a inséré entre deux parenthèses (car les forces sont comme les quarrés des vîteses, & les quarrés étant égaux, les côtés sont aussi égaux) puisqu'il ne s'agit pas ici de quarrés égaux, mais au contraire de quarrés qui vont en diminuant continuellement dans une certaine raison. Or ces quarrés diminuant en progression arithmétique, si les vîteses étoient comme les racines de ces quarrés, elles ne diminueroient pas en progression arithmétique, mais comme les appliquées d'une Parabole. Supposons, par exemple, que les forces soient 4, 3, 2, 1, les vîteses correspondantes, selon M. Leibnits, devroient être V_4 , V_3 , V_2 , V_1 , qui ne font pas une progression arithmétique, donc ce principe est contraire à la propre Démonstration.

Mais il me paroît nécessaire d'éclaircir un peu plus que l'on n'a encore fait, ce que c'est que la résistance, & que l'accélération, dont l'un est le contraire de l'autre, & de donner une image de l'idée qu'il s'en faut former dans les différentes hypothèses qu'on peut faire, nous commencerons par la résistance absolue dans l'hypothèse que cette résistance est en

raison des espaces parcourus, qui est celle qui paroît la plus simple. Imaginons pour cela deux rangs de Toiles fortement tendues, comme dans la Figure 2, CD , EF , où les lignes marquées 1, 2, 3, 4, 5, &c. représentent autant de Toiles vûës de profil, tendues verticalement ou perpendiculairement à l'horison. Supposons que deux corps égaux en masses ou en poids & en grosseur A & B viennent avec telles vîtesses qu'on voudra traverser ces Toiles suivant des directions CD , EF , paralleles à l'horison, & qu'ils rencontrent par conséquent toutes ces Toiles perpendiculairement. On suppose que la pesanteur n'agisse point sur ces deux corps pendant leur route, en sorte qu'ils se meuvent toujours horizontalement, il est évident que pour sçavoir les rapports des forces qu'avoient ces deux mobiles, lorsqu'ils ont commencé à rencontrer ces Toiles, il n'y a qu'à compter les Toiles que chacun d'eux aura percées avant que d'avoir perdu toute sa force, & que le nombre des Toiles percées exprimera au juste le rapport des forces de ces deux corps, en supposant qu'il fallût une force égale pour percer chacune de ces Toiles. Il est évident que ce n'est ni l'espace que ces corps auront parcouru, ni le temps qu'ils auront employé à le parcourir, qui pourront faire connoître le rapport de leurs forces primitives, mais s'il falloit plus de force pour percer les Toiles d'un rang que celles de l'autre, la force qu'auroit perdu chaque corps dans sa route, seroit en raison composée de la force qu'il auroit fallu pour percer chaque Toile, & du nombre des Toiles qui auroient été percées.

Si l'on suppose présentement qu'on connoisse la situation des Toiles, & que l'on sçache, par exemple, que toutes les Toiles qui composent la suite CD , représentées par les lignes 1, 2, 3, 4, 5, &c. sont à égale distance l'une de l'autre, alors leur nombre sera comme l'espace qu'elles occupent, ainsi connoissant l'espace que le corps pénétrant aura été capable de traverser avant que d'avoir perdu toute sa force, on connoitra par-là le nombre des Toiles percées, puisque ce nombre sera comme l'espace parcouru; mais cet espace parcouru sera

comme la force que le mobile aura perdue ; donc la résistance ou la perte de force qu'aura souffert le mobile pénétrant sera, dans cette hypothèse, comme la vitesse perdue, & c'est dans cette même hypothèse que les résistances sont comme les vitesses, non pas que la résistance de chaque Toile soit comme la vitesse, puisque ces résistances sont toutes égales entr'elles, & que les vitesses vont toujours en diminuant, mais parce que le nombre des obstacles que le mobile aura rencontrés sera comme la vitesse, & que la résistance totale doit être estimée par le produit de la grandeur ou de la force de chaque résistance, & du nombre des mêmes résistances.

Il est évident que pour transporter cette théorie à un milieu résistant, il n'y a d'autre changement à y faire, que de supposer, 1.^o Que ces Toiles sont infiniment proches l'une de l'autre. 2.^o Que chaque Toile ne consomme qu'un degré infiniment petit de la force du mobile, afin qu'avec une force finie il puisse parcourir un espace fini, & percer une infinité de Toiles, puisque par cette supposition il y aura toujours dans un espace fini une infinité de Toiles à traverser. D'où il est aisé de concevoir que si l'on prend la droite CD Fig. 3. pour représenter la route du mobile A , & qu'on la divise en une infinité de parties égales, de chacune desquelles on élève à cette ligne des perpendiculaires qui se terminent toutes à la ligne GD , qui fait avec CD tel angle qu'on voudra GDC , & qui coupe cette ligne CD au point D , auquel on suppose que le mobile pénétrant étant arrivé, il ait perdu toute sa force, il est clair que toutes ces appliquées GC , NI , seront entr'elles comme les abscisses correspondantes CD , ID , & que ces appliquées représenteront les forces qu'aura le mobile aux points C & I de sa route. Mais si les vitesses du même mobile étoient comme les racines des forces, ces vitesses seroient aussi comme les racines des abscisses, ou comme \sqrt{CD} à \sqrt{ID} , ou comme les appliquées IL , CK , de la demi-parabole DLM ; ainsi les forces étant représentées dans l'hypothèse présente par les appliquées d'une ligne droite qui

diminuent en progression arithmétique, les vîteses seroient représentées par les appliquées d'une parabole, qui suivent une raison toute différente. Ce qui est déjà contraire à la proposition de M. Leibnits, que nous venons de rapporter.

Si l'on veut présentement le former une image de l'Accélération, suivant la même hypothese, qui soit telle que les vîteses du mobile accéléré augmentent en raison des espaces parcourus, il est évident que ce sera précisément le contraire de la résistance, il n'y aura qu'à supposer qu'au lieu que le mobile pénétrant rencontroit à chaque pas qu'il faisoit, une Toile qui lui faisoit perdre un degré de force infiniment petit, il rencontre au contraire une impulsïon infiniment petite qui accélère sa vîtesse d'une quantité toujours égale; il s'ensuit de cette supposition, que sa vîtesse augmentera comme l'espace parcouru; & en supposant que le mobile parte du point *D* pour aller vers *C*, la vîtesse au point *I* sera représentée par l'appliquée *IN*, & au point *C* par l'appliquée *CG* de la droite *DG*, faisant avec *DC* tel angle *CDG* qu'on voudra; & comme ces appliquées *IN*, *CG*, sont entr'elles comme les abscisses correspondantes *DI*, *DC*, & qu'on suppose que ces abscisses croissent arithmétiquement, il s'ensuit que les appliquées qui représentent les vîteses du mobile croîtront dans la même progression. D'où l'on voit qu'on ne doit pas prendre pour regle générale de l'accélération, ni de la résistance; qu'elles sont comme le produit de la grandeur de chaque impulsïon, par le temps que le mobile accéléré ou retardé aura été exposé à l'action de ces mêmes impulsions, puisque cela n'est vrai que quand le temps est comme le nombre des impulsions, comme dans l'hypothese de Galilée, où un corps soit qu'il tombe, ou qu'il monte; reçoit un nombre d'impulsions proportionné au temps qu'il est exposé à l'action de la pesanteur; & comme on suppose que chaque impulsïon est égale en force à une autre, l'effet total qui est toujours en raison composée du nombre & de la grandeur des impulsions sera comme les temps, puisque dans cette hypothese les temps sont la mesure du nombre que

Fig. 3.

le mobile en reçoit, mais il n'en est pas de même dans l'hypothese que nous venons d'examiner, ni dans toute autre où la mesure des impulsions reçues ne sera pas réglée sur les temps, mais sur telle autre espece de quantité qu'on voudra, comme par exemple sur l'espace parcouru, comme dans l'hypothese précédente. Ainsi la regle générale pour toutes sortes d'hypotheses d'accélération ou de résistance, est que l'effet de cette accélération ou de cette résistance est toujours en raison composée de la grandeur des impulsions par leur multitude, ou comme le produit de ces deux quantités. Pour distinguer ces deux especes de quantités l'une de l'autre, j'appellerai dans la suite la force de chaque impulsion, *Force* ou *Vitesse instantanée*, qui n'est qu'un instant à se communiquer, & *Force* ou *Vitesse actuelle*, celle qui est comme le produit de la force de chaque impulsion par le nombre que le mobile en reçoit en temps égal. La première est, à ce qu'il me paroît, la même chose que ce que ceux qui soutiennent le sentiment de M. Leibnitz, nomment *Force morte*, & la seconde est en quelque façon ce qu'ils appellent *Force vive*, quoiqu'il ne paroisse pas bien clairement ce qu'ils entendent par ce terme, en ce qu'il me semble qu'ils confondent assés souvent sous ce même nom deux sortes de Forces qui sont différentes, & que j'aurai occasion dans la suite de distinguer.

Ceci fait aussi voir la raison pour laquelle on dit ordinairement que l'action des fluides contre les obstacles qu'ils rencontrent est comme les quarrés de leurs vitesses; car si deux fluides homogenes se meuvent avec des vitesses différentes, les impulsions instantanées du fluide le plus vite seront plus fortes en même raison que la vitesse sera plus grande, & puisque ces fluides sont homogenes, par la supposition, les petits globules elementaires dont ces fluides sont composés seront également éloignés les uns des autres: il y aura donc en temps égal un nombre d'impulsions imprimées en l'obstacle qui leur résiste, d'autant plus grand que la vitesse du fluide sera plus grande, & cela encore en même raison que la vitesse. Donc l'impulsion totale en temps

égal, qui est ce que j'appelle *Force actuelle*, sera comme le quarré de la vitesse. Mais il me paroît nécessaire de faire l'application de ce principe à quelques hypothèses d'accélération & de résistance, afin d'en faire voir l'universalité. Examinons donc la résistance que M. Leibnits appelle *Respective*, qui est celle où le mobile pénétrant reçoit de chaque particule du milieu résistant, une impulsion proportionnée à la vitesse de ce mobile. Il est évident que ce corps souffrira de la part de ce milieu des pertes de vitesse qui seront en temps égal comme les quarrés de sa vitesse, car la grandeur de chaque impulsion étant comme la vitesse, & le nombre des obstacles qu'il rencontrera étant comme l'espace parcouru, lequel espace est en temps égal encore comme la vitesse du même mobile, il s'ensuit que ce mobile souffrira une diminution de vitesse qui sera comme le quarré de sa vitesse. Ainsi ayant pris, comme dans le Mémoire de M. Bernoulli, page 73 de son discours *In magnis voluisse* *fat est*, un point fixe *A* pour le commencement de la ligne des Abscisses, & imaginé la courbe *DEF*, dont les appliquées *DA*, *EB* représentent les vitesses du mobile pénétrant aux points *A* & *B* de sa route, & ayant mené *be* infiniment proche de *BE*, & la petite ligne *Ge* parallèle à l'axe *AB*, on nommera *AB (x)* *Bb*, ou *Ge (dx)* *BE (u)* *GE (du)* présentement pour avoir l'expression de *GE (du)*, ou plutôt $-du$, lorsqu'il s'agit de résistance, car dans ce cas cette quantité est négative, c'est-à-dire, de la diminution de vitesse que doit souffrir le mobile en traversant le petit espace *Bb (dx)* il faut considérer que la grandeur de chaque impulsion que recevra le mobile de la part des particules dont le milieu est composé, étant, par l'hypothèse, proportionnée à la vitesse (*u*) du mobile, & le nombre qu'il en rencontrera en son chemin en traversant le petit espace *Bb (dx)* étant comme cet espace, la résistance totale qu'il souffrira sera en raison composée de la vitesse & de l'espace parcouru; ou comme $u dx$. On aura donc $-du = u dx$, ou si l'on veut représenter l'unité par une quantité constante (*a*) pour remplir

Fig. 4.

remplir la loy des Homogenes, on aura $—du = \frac{u dx}{a}$, ce qui donne $—\frac{a du}{u} = dx$. Ce qui fait voir tout d'un coup, & sans aucun circuit, que cette Courbe *DEF* est la Logarithmique ordinaire, dont la Soûtangente est la constante (*a*) ce qui est conforme à ce que M. Bernoulli a trouvé à sa manière dans l'Écrit dont nous venons de parler. Nous ferions ici l'application de ce même principe à d'autres hypothèses, si nous n'appréhensions point de nous trop étendre sur cet article, & que cela ne nous empêchât de pouvoir traiter avec assés d'étendue d'autres matières plus importantes, ce qui fait que je passe à ce qu'il y a de plus essentiel à examiner dans le Mémoire que nous venons de citer; faut à y revenir, si cet Écrit ne se trouve pas trop rempli, sinon ce sera pour un autre Mémoire qui suivra celui-ci.

Sur la Mesure de la Force des Ressorts dans les mouvements qu'ils peuvent imprimer aux corps dans l'accélération, ou dans les résistances qu'ils peuvent leur causer.

Un corps n'a de force que quand il est en mouvement; & il n'en sçauroit communiquer s'il n'en a; donc il n'y a que les corps en mouvement qui puissent en mouvoir d'autres. Cependant on éprouve en ployant un ressort, qu'il a une force qui résiste à la main qui le comprime, & que cette force est d'autant plus grande qu'on le comprime davantage, quoique ce ressort soit en repos; il faut donc recourir à quelque matière qui soit en mouvement, si l'on veut expliquer philosophiquement d'où lui vient cette force; & comme on ne voit rien autour de ce ressort qui se meuve, il faut en conclurre que c'est une matière invisible, mais qui n'en a pas moins de force, & par conséquent pas moins de vitesse. Il est donc certain que c'est une matière invisible, comme, par exemple, un fluide qui est en mouvement qui fait la force des ressorts; d'où l'on doit conclurre que cette matière

agit à la manière des fluides qui n'agissent pas de toute leur masse à la fois contre les obstacles qu'ils rencontrent, mais qu'ils ne frappent ces mêmes obstacles que par des impulsions répétées & successives, qui leur impriment, lorsque ces obstacles cedent à leur effort, des vitesses proportionnées à la vitesse du fluide accélérant, & au nombre d'impulsions que ce même fluide est capable d'imprimer en temps égal; c'est-à-dire, que l'effet de cette accélération est en raison composée de la vitesse, ou de la grandeur de chaque impulsion, & du nombre de ces mêmes impulsions.

On doit penser la même chose d'un corps pesant posé sur un plan horizontal. Si ce plan est assez solide pour résister à la pesanteur de ce corps, ce corps étant en repos, n'a aucune force à communiquer au plan qui le supporte, ainsi, à proprement parler, ce n'est point ce corps qui est en repos qui presse le plan, mais un fluide invisible qui le frappe continuellement, & dont les impulsions sont toutes égales en force; & dont la multitude ou le nombre est comme les temps: c'est-là le fondement de la célèbre hypothèse de Galilée. Mais quand l'obstacle qui résiste à l'effort d'un ressort bandé, ou à la pesanteur d'un corps, a une force insurmontable, alors il ne faut avoir d'égard qu'à la force de chaque impulsion, qui est ce que j'appelle *Force instantanée*, & que M.^{rs} Leibnits & Bernoulli nomment *Force morte*, & que tout le monde convient être comme la quantité de mouvement, ou comme le produit de la masse par la vitesse de chaque impulsion, car le nombre des impulsions n'y entre pour rien, en ce qu'elles ne s'accumulent point, comme elles font lorsqu'elles agissent contre des obstacles qui cedent, chaque impulsion étant éteinte dans l'instant même qu'elle frappe, elles périssent en naissant, comme dit fort bien M. Bernoulli, & leur effet ne survit jamais à leur action; de sorte que si l'obstacle qui résiste a assez de force pour résister à la première impulsion, il résistera à la seconde & à la troisième; & ainsi à l'infini, chacune de ces impulsions n'ajoutant rien à celles qui les ont précédées. Mais il n'en est pas de même

de l'effort d'un fluide contre un obstacle qui cede à son impulsion, toutes ces impulsions s'accroissent ensemble, la première imprime un petit degré de vitesse au mobile, la seconde y en ajoute un second degré, la troisième y en ajoute un troisième, & ainsi tant que le fluide agira contre le corps qu'il accélère, en sorte que l'effet total de ces accélérations dans un temps donné, sera comme le produit de la force de chaque impulsion par le nombre des impulsions que ce fluide en aura imprimé pendant la durée de son action.

Je conviens donc avec M.^{rs} Leibnits & Bernoulli, qu'il est à propos de distinguer différentes sortes de force ou d'impulsions, & même je vais faire voir qu'il y a des cas où il est absolument nécessaire d'en distinguer de trois espèces différentes, si l'on veut éviter la confusion & la méprise. Mais je ne conviens pas avec eux de ce qu'ils appellent *Force vive*, parce qu'ils nomment de ce même nom deux sortes de forces qui sont quelquefois différentes, & que je distingue; & outre cela je ferai voir qu'on ne peut point dire que toute force vive est comme le produit de la masse d'un corps par le carré de sa vitesse. A l'égard de ce qu'ils appellent *Force morte*, il me paroît que c'est la même que ce que j'ai nommé *Force instantanée*; le nom n'y fait rien dès que l'on convient de l'idée qu'on a d'une chose.

Sur trois différentes especes de Forces qu'il est nécessaire de distinguer dans l'accélération causée par le débandement des ressorts.

Nous avons vu ci-dessus qu'on ne pouvoit attribuer la cause de la force des ressorts bandés qu'au mouvement de quelque fluide invisible qui tendoit continuellement à écarter l'une de l'autre les branches d'un ressort comprimé, & que cet effort devoit par conséquent suivre la loi de l'accélération des fluides, qui est toujours en raison composée de la force de chaque impulsion, & du nombre des mêmes impulsions

dans un temps donné. Mais quoiqu'on puisse dire que ces fluides agissent continuellement, on ne peut pas cependant dire qu'ils agissent continûment, c'est-à-dire, sans intermission, on ne sçauroit se former d'idée claire & distincte d'une impulsion continûe, aucune impulsion ne pouvant se faire que par des chocs réitérés & successifs qui pourront ne laisser entr'eux que des intervalles de temps si courts qu'on voudra, infiniment petits, si l'on veut, non seulement du premier, mais du second, ou du troisième genre, s'il est nécessaire de pousser la chose jusques-là, mais toujours faut-il supposer quelques petits intervalles de temps entre ces impulsions, & dès-lors il est nécessaire pour déterminer l'effet d'une semblable accélération dans un temps donné, de sçavoir, outre la force de chaque impulsion, la fréquence ou le nombre que ce fluide en peut imprimer dans un temps donné, pour avoir le produit de l'une de ces quantités par l'autre, c'est ce que j'appellerai dans la suite la *Force actuelle* de ce fluide.

C'est cette force actuelle qui décide de l'effet que doit produire une Accélération dans un temps donné, puisque cette force dépend non seulement de la grandeur de chaque impulsion, mais aussi de la fréquence des mêmes impulsions, ensorte que sçachant ce qu'elle a été capable de produire dans quelque espace de temps que ce soit, par exemple, dans un temps infiniment petit, dans un (dt) on sçaura toujours par-là ce qu'elle produira dans tel espace de temps (t) qu'on voudra, puisque cet effet sera toujours en raison des temps.

Il y a enfin une troisième espece de force qui est à considérer, sur-tout dans les accélérations causées par des Suites de ressorts semblables, mais qui sont composées d'un nombre différent de ressorts, qui est ce que chacune de ces Suites peut produire d'accélération pendant son débandement total, car il est visible qu'une Suite de ressorts composée d'un grand nombre, également bandés, poursuivra le mobile qu'elle accélère pendant plus de temps, & pendant un plus long espace de chemin que ne fera une Suite composée d'un moindre nombre de ressorts, & cependant il arrivera ordinairement

que les mobiles qui en seront accélérés, n'auront pas reçu de leurs ressorts une plus grande vitesse l'un que l'autre, ce qui vient de ce que la fréquence des impulsions aura été moindre de la part du grand nombre que de la part du petit. J'appelle cette force *virtuelle*, parce que ces ressorts ne l'ont qu'en puissance, & qu'elle n'est pas réduite en acte comme l'autre, n'étant pas présente, l'une demandant plus de temps que l'autre pour produire tout son effet, & il me paroît que les défenseurs du sentiment de M. Leibnits sur les forces vives confondent ces deux especes de forces, en les appelant l'une & l'autre du même nom de *Forces vives*.

Je ne m'attacherai dans ce Mémoire qu'à examiner le Discours qu'a composé M. Bernoulli à l'occasion des Prix proposés par l'Académie, qui contient des choses excellentes, & que l'Académie a jugé mériter des éloges; mais comme son principe touchant l'estime des forces des Corps en mouvement m'a paru très-oppoé aux véritables principes de Méchanique, j'ai crû qu'il étoit important d'exposer ici en peu de mots les raisons que j'ai pour être d'un sentiment différent du sien. Cela m'a paru d'autant plus nécessaire, que l'autorité que M. Bernoulli s'est acquise en Mathématique est si grande, & avec raison, qu'il se trouveroit beaucoup de Lecteurs plus disposés à acquiescer à ses propositions qu'à en examiner les Démonstrations.

Je commencerai par la Proposition qui fait le sujet du septième Chapitre de son Discours, qui est celui où il entreprend de démontrer d'une manière directe & *à priori*, que les forces des corps en mouvement sont en raison composée de leurs masses, & des quarrés de leurs vitesses, qui est le principe que j'entreprends de réfuter; mais il est nécessaire de rapporter ici le commencement de ce Chapitre, afin que ceux qui n'ont pas le Mémoire de M. Bernoulli, trouvent ici tout ce qui est nécessaire pour se mettre au fait de la question. Voici ce que porte ce Chapitre.

CHAPITRE VII. DE M. BERNOULLI

Où l'on démontre que les Forces vives des Corps sont en raison composée de leurs masses, & des quarrés de leurs vîtesses.

» Quant aux vîtesses acquises des boules que je suppose
 » sentement égales en masses, je dis que ces vîtesses ne sont
 » point entr'elles comme le nombre des ressorts qui les ont
 » produites, mais comme les racines quarrées de ces nombres ;
 » sçavoir, dans cet exemple, comme $\sqrt{12}$ à $\sqrt{3}$, comme $\sqrt{4}$
 » à $\sqrt{1}$, ou enfin comme 2 à 1. En voici la Démonstration.

Fig. 5. » Je suppose deux lignes droites quelconques données AC ,
 » BD , que je prends pour deux rangs de petits ressorts égaux,
 » & également bandés : je suppose de plus que deux boules
 » égales commencent à se mouvoir des points C & D vers F
 » & I , lorsque les ressorts commencent à se dilater, soient
 » CML , DNK , deux lignes courbes, dont les appliquées GM ,
 » HN , expriment les vîtesses acquises aux points G & H . Je
 » nomme $BD = a$, l'abscisse $DH = x$, sa différentielle HP ,
 » ou $NT = dx$, l'appliquée $HN = u$, sa différentielle TO
 » $= du$. Je prends ensuite les abscisses CG , GE , de la courbe
 » CLM , telles qu'elles soient aux abscisses de la courbe DNK ,
 » comme AC est à BD , ou, ce qui est la même chose, je fais
 » $BD, AC :: DH, CG :: DP, CE$. Supposant donc AC
 » $= na$, on aura $GC = nx$, $GE = ndx$; soit enfin l'appli-
 » quée $GM = z$. Tout ceci supposé, je raisonne ainsi :
 » Les Boules étant parvenues aux points H & G , chaque
 » ressort, tant de ceux qui étoient resserrés dans l'intervalle AC ,
 » que de ceux qui l'étoient dans l'intervalle BD , sera dilaté
 » également, parce que $AC, CG :: BD, DH$. Chacun de
 » ces ressorts aura donc perdu, de part & d'autre, une partie
 » égale de son élasticité, & il leur en restera par conséquent à
 » chacun également. Donc les pressions & les forces mortes
 » que les boules en reçoivent, sont aussi égales entr'elles, je

nomme cette pression p . Or l'accroissement élémentaire de la «
vitesse en H , je veux dire la différentielle TO , ou du , est par la «
loi connue de l'accélération en raison composée de la force motrice, «
ou de la pression p , & du petit temps que le mobile met à par- «
courir la différentielle HP , ou dx . »

Cet article est précisément ce qui fait la différence qui est
entre M. Bernoulli & moi, c'est pourquoi nous le discute-
rons, après avoir transcrit le reste de la Proposition.

Lequel temps s'exprime par $\frac{HP}{HN} = \frac{dx}{u}$, on aura donc «
 $du = \frac{p dx}{u}$, & partant $u du = p dx$, ce qui donne par l'in- «
tégration $\frac{1}{2} uu = \int p dx$, par la même raison on a $d\zeta =$ «
 $\frac{p \times GE}{GM} = \frac{p \times n dx}{\zeta}$, par conséquent $\zeta d\zeta = n p dx$, & en inté- «
grant $\frac{1}{2} \zeta \zeta = n \int p dx$; d'où il suit que $uu, \zeta \zeta :: \int p dx$, «
 $n \int p dx :: 1, n :: a, na :: BD, AC$, comme la force vive «
acquise en H est à la force vive acquise en G . Donc ces deux «
forces sont entr'elles comme uu à $\zeta \zeta$; ainsi les forces vives «
des corps égaux en masses sont comme les carrés de leurs «
vitesses, & les vitesses elles-mêmes sont en raison sous-dou- «
blée, ou comme les racines carrées des forces vives. *C. Q.* «
F. D. »

Tout ceci est du Discours de M. Bernoulli; il nous faut
à présent examiner ce qui fait le sujet de la contestation; c'est
l'endroit de l'article précédent où nous nous sommes arrêtés,
qui est tel.

Or l'accroissement élémentaire de la vitesse en H , je veux
dire la différentielle TO ou du , est par la loi connue de
l'accélération en raison composée de la force motrice, ou
de la pression p , & du petit temps que le mobile met à
parcourir la différentielle HP , ou dx .

Je ne conviens point du tout de cette loi d'accélération
qu'on prétend connue, mais ce n'est point cette force motrice
qui est égale dans deux suites de ressorts semblables & éga-
lement bandés qui ne diffèrent que par le nombre des ressorts
dont ces suites sont composées, qu'on doit prendre pour la

mesure de l'accélération que ces suites peuvent produire en temps égal, puisque cette force motrice n'est que ce que j'appelle *Force instantanée*, & que M. Bernoulli nomme *Force morte* : Or il ne suffit pas de sçavoir quelle est la grandeur de cette force pour déterminer ce qu'elle doit produire d'accélération dans un temps donné, il faut en outre sçavoir la fréquence des mêmes accélérations ou impulsions, puisque l'effet de cette force, qui est en raison composée de la grandeur de chaque impulsion & du nombre des mêmes impulsions, dépend autant de leur fréquence que de leur force, ainsi on ne peut pas déterminer leur effet qu'on ne connoisse ce que chaque suite de ressorts imprimera d'impulsions en temps égal aux corps qu'elle accélère, & c'est ce qu'on n'a pas encore déterminé; & nous allons faire voir que le nombre que deux suites de ressorts semblables & également bandés en peuvent imprimer en temps égal, a deux corps égaux, est en raison inverse du nombre de ressorts dont ces suites sont composées, au lieu qu'il faudroit, pour que cette regle fût vraie, que le nombre des impulsions que pourroient imprimer ces deux suites en temps égaux, fût égal dans l'une & dans l'autre suite, puisque ce ne seroit que dans ce cas que leurs effets seroient proportionnels aux temps. Ainsi ce n'est point ce que j'appelle *Force* ou *impulsion instantanée*, & que M. Bernoulli appelle *Force morte* ou *pression*, qui produit un effet proportionné au temps que dure son action, mais ce que j'ai appelé *Force actuelle*, qui est en raison composée de la grandeur ou de la force de chaque impulsion, & du nombre de ces impulsions en temps égal.

Pour rendre ceci intelligible, appliquons ce principe à quelque accélération connuë, comme par exemple, à celle que produit un fluide homogène contre un corps dont il accélère le mouvement avec différents degrés de vitesse. C'est une chose connuë que les accélérations que causera ce fluide, avec différents degrés de vitesse, a un même corps, ou a deux corps semblables & égaux, seront en temps égal en raison
doublée

doublée des vîtesſes du fluide; & cela par la raiſon que chaque impulſion iſtantanée, ou la force morte, ſera comme la vîteſſe du fluide, & que le nombre d'impulſions que recevra le corps accéléré en temps égal, ſera encore en même raiſon que la vîteſſe, ce qui fait que l'accélération totale que recevra ce corps, ou que recevront ces deux corps égaux & ſemblables, ſera comme le quarré des vîteſſes du même fluide; au lieu que ſi l'on ſuivoit le principe ci-deſſus, qui eſt que la ſimple preſſion, qui n'eſt que comme la vîteſſe, multipliée par le temps, qu'on ſuppoſe ici égal, dût être la meſure de l'accélération totale, cette accélération ne ſeroit que comme la ſimple vîteſſe en temps égal, ce qu'on ſçait être fort éloigné de la vérité.

J'ai dit ci-deſſus qu'il y avoit encore une troiſième eſpece de force qu'il falloit diſtinguer des deux autres, dans les accélérations cauſées par des ſuites de reſſorts compoſées de nombres différens de reſſorts, c'eſt l'accélération totale que peuvent cauſer ces ſuites dans leur débandement entier, qui eſt le point où ces reſſorts étant parvenus, ils n'ont plus aucune force à communiquer aux corps qu'ils accélèrent, qui eſt auſſi le point où ces corps les abandonnent. J'appelle cette accélération totale *Force* ou *Viteſſe virtuelle de chaque ſuite*, que nous démontrerons être égale dans toutes les ſuites compoſées de reſſorts égaux & ſemblables, & également comprimés, mais qui ne diffèrent que par le nombre de reſſorts dont ces ſuites ſont compoſées.

Mais il eſt néceſſaire de rapporter ici ce qui eſt dit à la page 34 art. 5 du Mémoire de M. Bernoulli, qui eſt un principe dont je conviens, & dont je me ſervirai pour prouver mon ſentiment. Voici ce que porte cet article.

Quelque ſoit la cauſe d'une preſſion, qui par la durée de ſon action, il faudroit mettre, au lieu de durée, qui par la réitération de ſes impulſions, produit enfin du mouvement, ſi elle eſt d'une quantité déterminée, telle qu'un reſſort bandé, par exemple, qui par ſa détente emploie ſa force à produire une vîteſſe actuelle, dans un corps qui n'en avoit pas aupar-

» ravant. Je dis, & la chose est évidente, qu'à mesure que ce
 » corps reçoit de nouveaux degrés de force, la force qui les
 » produit en doit perdre tout autant jusqu'à ce que la force
 » du ressort soit entièrement épuisée & transférée au corps
 » dans lequel elle est comme ramassée par l'accumulation de
 » tous les petits degrés qui y ont été produits successivement.

Et nous ajouterons ici l'inverse de cet article, qui n'est pas moins vrai, qui est : Je dis, & la chose est évidente, qu'à mesure que la force qui produit l'accélération (ce sont les ressorts) perd de nouveaux degrés de force, le mobile accéléré en doit gagner tout autant, en sorte que la perte de l'un sera toujours égale au gain de l'autre, jusqu'à ce que la force du ressort soit entièrement épuisée & transférée au corps dans lequel elle est comme ramassée par l'accumulation de tous les petits degrés qui y ont été produits successivement. Je reviens à l'article où sont ces mots : *Chacun de ces ressorts aura donc perdu de part & d'autre une partie égale de son élasticité, & il leur en restera par conséquent à chacun également.* Donc puisque la suite de ressorts qui étoit resserrée dans l'espace BD , a perdu en traversant l'espace DH autant de la force que j'appelle *virtuelle*, que la suite qui étoit resserrée dans l'espace AC , a perdu de la sienne en traversant l'espace CG ; il s'ensuit par l'article précédent, que le mobile accéléré par la suite BD a autant gagné de force en traversant DH , que le mobile accéléré par la suite AC en a gagné en traversant l'espace CG , d'où il suit que ces mobiles auront autant de force l'un que l'autre en arrivant l'un en H , l'autre en G , & comme les masses de ces mobiles sont supposées égales, il s'ensuit que leurs vitesses seront aussi égales, puisque des corps dont les masses & les forces sont égales, ont des vitesses égales.

Par la même raison si l'on divise l'abscisse DI de la courbe $DNOK$ en une infinité de parties égales, & l'abscisse CF de l'autre courbe $CMdL$, en un même nombre de parties aussi égales entr'elles, il est visible que chaque partie de la première abscisse sera à chaque partie de la seconde,

comme la première abscisse à la seconde, comme BD à AC , comme le nombre des ressorts dont est composée la première suite, au nombre des ressorts dont est composée la seconde, comme i à n , selon la supposition de M. Bernoulli : or comme le même raisonnement subsiste toujours à l'arrivée des mobiles accélérés à chaque appliquée correspondante des deux Courbes, il est incontestable que ces mobiles auront chacun à chaque appliquée correspondante des deux Courbes des forces égales, & par conséquent des vitesses égales, à cause de l'égalité de leurs masses. Donc ces deux mobiles, en abandonnant leurs ressorts, l'un au point I , l'autre au point F , auront encore des forces & des vitesses égales. *C. Q. F. D.*

D'où il suit, 1.^o Que les vitesses des corps en mouvement sont comme leurs forces. 2.^o Que tant les vitesses que les forces des corps accélérés par des suites de ressorts semblables & également bandés sont égales, quelque soit le nombre des ressorts dont ces suites sont composées. *C. Q. F. D.*

COROLLAIRE I.

Donc si ces mêmes corps, ou deux corps quelconques égaux en masses, revenoient à l'encontre de ces deux suites de ressorts débandés avec des vitesses égales, ils rebanderoient ces deux suites au même point, ou au même degré de tension qu'elles avoient, quand elles ont commencé à accélérer ces deux corps ; donc des forces ou des quantités égales de mouvement sont capables de comprimer deux suites de ressorts semblables, quelque soit le nombre des ressorts dont ces suites soient composées, au même degré de tension.

COROLLAIRE II.

Puisque le mobile accéléré par la suite BD , a gagné une accélération en traversant le petit espace HP (dx) égale à celle qu'a acquise le mobile accéléré par l'autre suite AC , en traversant le petit espace correspondant GE (ndx) quoique chaque impulsion, ou chaque force instantanée (p) dont ces

Z ij

deux mobiles sont accélérés, fût égale, il est de nécessité que le nombre des impulsions qu'ont reçu ces deux corps, en traversant chacun leur espace correspondant, ait été égal de part & d'autre, puisque si l'un des deux avoit reçu un plus grand nombre d'impulsions égales en force que l'autre, son accélération auroit été plus grande que celle de l'autre.

COROLLAIRE III.

Il s'ensuit que, quelle que soit la nature des deux Courbes, dont les appliquées représentent les vitesses des deux mobiles à chaque point de l'espace parcouru, toutes ces appliquées seront égales chacune à sa correspondante dans l'une & dans l'autre Courbe; ainsi en divisant l'abscisse DI , en tant de parties égales qu'on voudra, & l'abscisse CF de l'autre Courbe en un même nombre de parties égales; si l'on mene de chacune de ces parties, tant sur l'une que sur l'autre abscisse des appliquées qui se terminent à la circonférence de chacune des deux Courbes, toutes les appliquées d'une Courbe seront égales chacune à sa correspondante de l'autre, les vitesses des mobiles étant égales en tous les points où tombent ces appliquées. Donc les temps que ces mobiles employeront à traverser chacun de ces espaces seront entr'eux comme ces espaces, puisque quand les vitesses sont égales, les espaces parcourus sont comme les temps employés à les parcourir.

Fig. 6.

Or on ne peut déterminer quelle est la nature de ces deux Courbes, qu'on ne sçache suivant quelle loy l'accélération des ressorts diminue à mesure qu'ils se débandent; mais il est visible qu'elles seront chacune un quart d'ellipse ou d'ovale de quelque degré, & que les dernières Tangentes de ces Courbes aux points K & L , c'est-à-dire, les prolongations des petites lignes SK , ZL , seront parallèles aux abscisses DI , CF , parce que les ressorts n'auront plus de force à communiquer aux mobiles lorsqu'ils seront arrivés en T & en t , & par conséquent que les deux dernières appliquées infiniment proches TS , IK , aussi-bien que les deux tZ , FL , seront égales, & qu'après cela les mobiles

continüeront à se mouvoir avec des vîtesſes uniformes.

Ainſi on ne peut pas conclurre de tout ceci, que les Courbes des vîtesſes de ces mobiles, même dans le cas où l'on ſuppoſeroit que ces reſſorts ſeroient capables d'une extension infinie, comme, par exemple, ſi le nombre étoit infini, & qu'en parcourant un eſpace fini, ils ne perdiſſent qu'une partie infiniment petite de leur élaſticité : on ne peut pas, diſ-je, en conclurre que ces Courbes fuſſent des paraboles ; car il ne ſuffit pas que les preſſions ou les forces inſtantanées, ou forces mortes, comme on voudra les nommer, ſoient égales entr'elles, pour produire à chaque intervalle égal d'eſpace, à chaque dx , une vîteſſe qui fût comme les augmentations des appliquées d'une parabole, il faudroit outre cela une circonſtance qui eſt eſſentielle, qui eſt que le nombre des impulſions fût comme les temps, ce qui ne ſe trouve pas dans les accélérations cauſées par des reſſorts.

COROLLAIRE IV.

Puiſque le nombre des impulſions que le mobile accéléré par la plus grande ſuite de reſſorts reçoit, n'eſt pas plus grand pendant le temps qu'il eſt à traverser un eſpace proportionné au nombre de ſes reſſorts, que le mobile accéléré par la moindre ſuite n'en reçoit en traversant un eſpace proportionné au nombre des reſſorts de la ſienne, il ſ'enſuit qu'en temps égal le mobile de la grande ſuite ne reçoit qu'un nombre d'impulſions qui eſt au nombre d'impulſions que reçoit le mobile accéléré par la moindre ſuite, en raïſon inverſe du nombre de leurs reſſorts ; & comme chaque impulſion eſt égale de part & d'autre, la force actuelle de chaque ſuite, bien-loin d'être en raïſon directe du nombre des reſſorts, eſt au contraire en raïſon inverſe de ce nombre, enſorte qu'une ſuite de reſſorts ſemblables & égaux, eſt un reſſort d'autant plus foible, que le nombre des reſſorts dont cette ſuite eſt compoſée eſt plus grand ; & il n'y a perſonne qui ne conçoive aiſément que, ſi au lieu d'un ſeul reſſort, on pouvoit en mettre ſous un Carroſſe une douzaine les uns

sur les autres, ce Carrosse n'en fût beaucoup plus doux; puisque le corps de ce Carrosse, aussi-bien que ceux qui seroient dedans, seroient d'autant plus de temps à perdre la vitesse acquise en tombant de quelque petite hauteur dans les cahots, que le nombre des ressorts qui les soutiendroient, seroit plus grand. Voilà donc encore une seconde contradiction entre le principe de forces vives, supposé comme le produit des masses des corps en mouvement par le quarré de leur vitesse, & un autre principe reconnu de tout le monde pour vrai, puisque ce dernier a été tiré du Mémoire même que nous réfutons.

Passons à présent à une autre démonstration tirée du même écrit, qui est si décisive sur ce point, qu'elle seule suffiroit pour renverser de fond en comble tout ce qu'on a voulu établir en faveur du système des Forces vives. Il n'y a qu'à lire ce qui est depuis la page 20, Art. III, jusqu'à l'Art. V, page 21, où commence le deuxième Corollaire que je vais rapporter. Voici ce Corollaire.

„ Soit après l'entière séparation des corps d'avec le ressort,
 „ la vitesse uniforme du mobile $A = a$, & la vitesse du mo-
 „ bile $B = b$, on aura $A, B :: b, a$, & par conséquent
 „ $a, A = bB$; d'où il suit que la quantité de mouvement, qui
 „ n'est autre chose que le produit de la masse par la vitesse,
 „ est égale de part & d'autre.

Fig. 7.

Supposons deux corps en repos A & B , entre lesquels est un ressort bandé C , qui commençant à se débänder, fasse un effort égal de part & d'autre, pour éloigner l'un de l'autre les corps A & B , il est visible que le ressort ne sçauroit agir contre un des corps, qu'il n'agisse en même temps contre l'autre; & comme il agit contre chacun de ces corps avec une force égale, il leur imprimera à chaque instant de petits degrés égaux de force; & comme la chose continuera toujours tant que ce ressort agira, & qu'il n'agira pas plus long-temps contre l'un que contre l'autre, il s'ensuit que chacun de ces corps, lorsque le ressort les abandonnera, se mouvra avec une force égale, puisque chacun aura reçu,

pendant l'action du ressort, un même nombre de degrés égaux de force; d'où il suit que le ressort *C* étant entièrement débandé, ou retenu par quelque obstacle qui l'empêche de se débander tout-à-fait, les deux corps *A* & *B* continueront à se mouvoir avec des forces égales, lesquelles seront égales à la somme de toutes les impulsions que le ressort leur aura imprimées pendant la durée de son action. Et comme nous venons de voir dans le Corollaire précédent, que ces deux corps se mouveront avec des vitesses réciproques à leurs masses, il s'ensuit que, lorsque des corps ont des quantités égales de mouvement, ces mêmes corps ont des forces égales. *C. Q. F. D.*

Peut-être ne sera-t-il pas hors de propos de prévenir ici une objection que pourroient assés naturellement faire ceux qui n'examineroient ces matieres que fort superficiellement, qui est que, comme les corps élastiques peuvent être regardés comme des espèces de fluides, & que les fluides, comme l'on sçait, agissent contre les obstacles qu'ils rencontrent, non en raison simple de leur vitesse, mais en raison doublée de cette même vitesse, que du moins dans les corps à ressort la loi des quarrés des vitesses pourroit avoir lieu; il est à propos de répondre à cette difficulté, en faisant voir que cette idée seroit très-fausse, & pour cela il faut examiner par quelle raison les fluides agissent en raison doublée de leurs vitesses. La raison est que les impulsions des fluides contre les corps qu'ils rencontrent, agissent premièrement en raison de leurs vitesses, comme les autres corps, & en second lieu le nombre des impulsions qu'ils impriment en temps égal, est encore en raison de leur vitesse, ce qui forme une raison doublée des vitesses; mais il n'en est pas de même lorsqu'il n'y a qu'un seul corps, quoique fluide, qui agit contre un obstacle: une goutte de pluie, par exemple, qui frapperoit contre une surface avec différents degrés de vitesse, ou deux gouttes égales en grosseur, dont l'une viendroit à frapper perpendiculairement une surface avec un degré de vitesse, & l'autre avec deux degrés, la seconde goutte n'imprimeroit

pas à cette surface un effort quadruple, mais seulement un double de la première; par la raison que si cette goutte, qui va avec une plus grande vitesse, imprime à la surface qu'elle frappe, des coups plus fréquents pendant la durée de son action, cette action cesse aussi plutôt, & est plutôt épuisée une fois que l'action de l'autre; & à tout compter, l'une n'imprimera pas un plus grand nombre d'impulsions que l'autre; ainsi leurs effets ne seront que comme chaque impulsion instantanée, c'est-à-dire comme leurs vitesses: au lieu que si c'étoit deux ruisseaux qui fournissent continuellement de nouvelles particules d'eau pour heurter contre quelque obstacle dont les vitesses fussent doubles l'une de l'autre, le ruisseau le plus rapide fourniroit, en temps égal, un nombre d'impulsions proportionné à sa vitesse, & comme chaque impulsion agiroit encore en raison de cette même vitesse, son action totale seroit en raison doublée de sa vitesse, ce qui est fort différent de l'action des gouttes d'eau, ou des corps élastiques dont nous venons de parler.

Je reserve à faire l'application du principe que je veux établir, pour un autre Mémoire qui doit suivre celui-ci, ne pouvant pas m'étendre ici davantage. Ce principe est que les forces que je nomme *actuelles*, ne sont point en raison composée de forces instantanées, & des temps, comme plusieurs Géomètres l'ont avancé, mais en raison composée de ces forces instantanées, & du nombre, ou de la multitude qui en est imprimée aux corps choqués en temps égal; ainsi le principe que ces Messieurs ont avancé, n'est vrai que dans une seule hypothèse, qui est celle où les temps sont la mesure du nombre des impulsions, comme dans celle de Galilée, & se trouve faux dans toutes les autres.





Fig. 2.

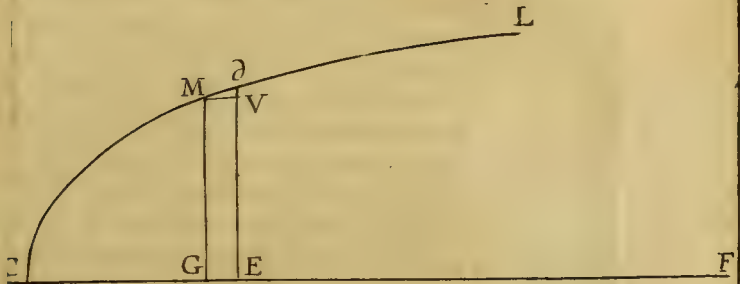
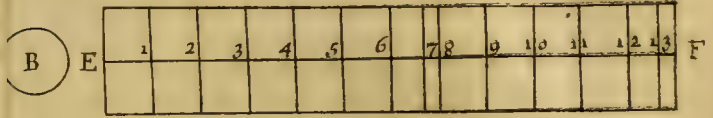


Fig. 5.

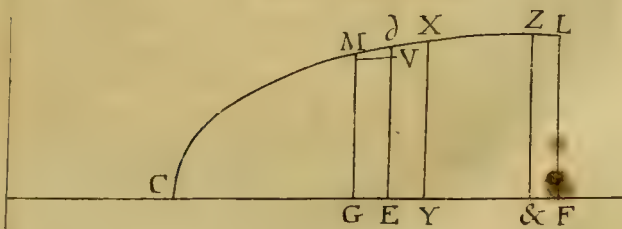
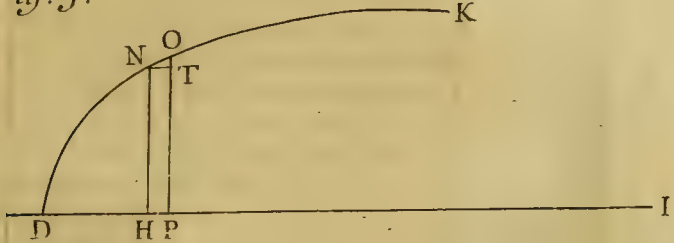


Fig. 7.

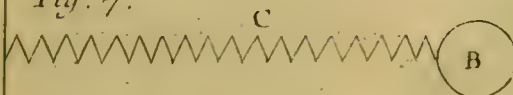
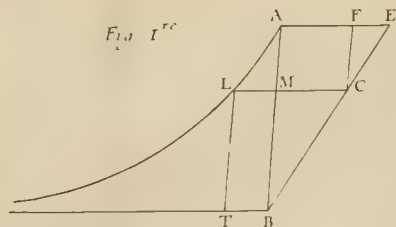


Fig. 1^{re}



(A)

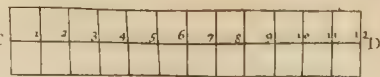


Fig. 2

(B)

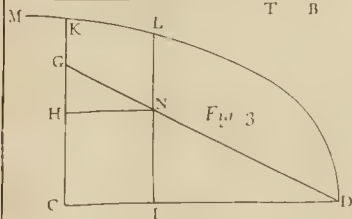
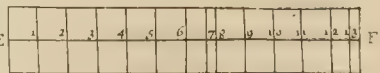


Fig. 5

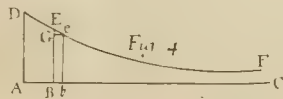
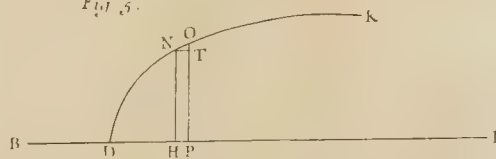


Fig. 6

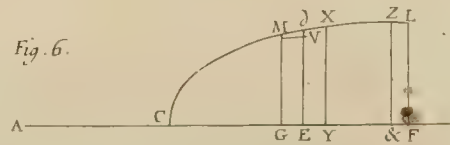
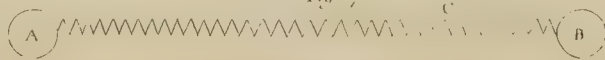


Fig. 7



*QUELLE EST LA PRINCIPALE CAUSE
de l'altération de la Blancher des Pierres & des
Plâtres des Bâtimens neufs !*

Par M. DE REAUMUR.

UN Bâtimens neuf, dont les Pierres ont encore tout l'éclat de la blancheur qu'elles avoient en sortant de dessous la Scie & le Ciseau, fait à nos yeux un effet bien différent de celui qu'il y fera, lorsque la couleur de ses Pierres aura été obscurcie, & comme enfumée. On ne peut penser sans regret, que cette première fraîcheur de nos Bâtimens de Paris ne doive durer que peu d'années. Il paroîtroit une toute autre Ville, si les Pierres dont ses Maisons sont construites conservoient leur blancheur, comme les Pierres dont sont construites les Maisons des bords de la Riviere de Loire, depuis Amboise jusqu'à Saumur, conservent la leur. Là on trouve quantité de Châteaux, que la vetusté fait tomber en ruine, qui vûs de quelque distance, semblent n'être que faits. La couleur des Maisons bâties de Plâtre s'altère ici encore plus vite que la couleur des Maisons bâties de Pierres.

13 Juillet
1729.

J'ai toujours entendu attribuer, sans hésiter, la cause de l'altération de la couleur des Pierres de nos Maisons de Paris, & de celles des Maisons des grandes Villes, aux vapeurs dont ces Villes sont remplies. On a pensé que ces vapeurs qui s'élèvent abondamment dans des endroits si habités, & qui y circulent, s'attachoient à la surface des Pierres ; qu'elles les noircissoient comme elles noircissent ou jaunissent le papier & le linge exposés à l'air ; que les Pierres d'une grande Ville étoient par rapport à celles d'une petite Ville, ce qu'est du linge porté l'Hyver, à du linge porté l'Été ; ce dernier, exposé à moins de fumées, est sali plus tard que l'autre. Des moyens aisés

Mem. 1729.

. A a

d'empêcher nos Murs de se noircir ainsi, de se salir, sont au rang des secrets à desirer, & je les ai ouï desirer bien des fois ; ils mériteroient d'être cherchés avec soin, & de plus avec patience, car le succès des expériences que suppose cette recherche, ne peut être prouvé qu'après une suite d'années. On est ordinairement plus en état d'apporter remède à un mal, quand la cause en est bien connue, sans être en état d'en apporter à celui dont nous parlons, au moins l'attention que j'y ai donnée, m'a fait voir que la cause à qui on l'attribue ordinairement n'est pas la véritable ; que nos Murs & nos enduits de Plâtre ne sont point noircis immédiatement par les vapeurs qui s'y attachent ; que si elles y contribuent en quelque chose, que c'est comme la pluie & les rosées contribuent à salir les Allées de nos Jardins, en y faisant croître des herbes de différentes espèces.

La comparaison des Allées de nos Jardins avec les Murs de nos Maisons est absolument exacte ; la Nature est plus féconde en Plantes, par rapport aux unes & aux autres, que nous ne voudrions. Ce sont à la vérité des Plantes bien petites, que celles qui cachent la couleur blanche de nos Pierres, qui les font paroître comme si elles avoient reçu une couche de peinture d'un gris noirâtre, assés mal étendue, mais ce sont des Plantes qui se multiplient prodigieusement.

Les Botanistes ont donné le nom de *Lichen* à un genre de Plantes qui ne se plaît que trop sur nos Arbres. La plupart des especes de ce genre s'élèvent peu, leur principal accroissement se fait en suivant la surface du corps sur lequel elles se sont attachées ; elles semblent, pour ainsi dire, être une dernière couche de l'écorce de l'Arbre. Mais tous les Lichens n'ont pas besoin, pour croître, de s'attacher à des corps aussi propres à les nourrir que le sont les Arbres ; ils végètent sur les corps les plus arides ; les Tuiles, les Ardoises des Toits en sont souvent entièrement couvertes.

Il est très-ordinaire d'en voir sur les Murs des Maisons de Campagne, sur ceux des Murs des Maisons de Ville qui sont face à des Jardins, ou à de grandes Cours, qui paroissent

de même espece que quelques-uns de ceux des Arbres. Ceux-ci prennent une épaisseur assés considérable pour les rendre sensibles. Leur couleur aide encore à les faire reconnoître. Il y en a de différentes nuances de jaune, comme de citron, de jaune plus rougeâtre, &c. d'autres sont d'un gris-cendré. Enfin différentes especes de mouffe s'attachent à nos Murs; ceux qui sont dans des endroits humides sont souvent couverts d'une mouffe extrêmement mince, qu'on ne prendroit pas pour une mouffe, si sa couleur verte ne la faisoit remarquer.

Mais ce ne sont pas les mouffes vertes qui gâtent le plus la couleur de nos Murs, ce sont ou des Plantes grises qui sont sûrement des Lichens, ou d'autres d'un vert noirâtre qui ont bien l'air d'être aussi de ce genre. Il y en a de si petites, qu'elles égalent à peine en grosseur les têtes des plus petites épingles; posées, comme elles le sont souvent, très-près les unes des autres, leur assemblage fait le même effet par rapport à des yeux qui regardent les Murs de quelque distance, que feroit une couleur graveleuse étendue sur les mêmes Murs. Quelquefois elles donnent aux Murs une couleur grise, & il est ordinaire aux Murs de Campagne, & sur tout à ceux de certaines Campagnes d'avoir cette couleur grise. Si on examine ces Murs de plus près, on apperçoit aisément en certains endroits de grandes plaques de Lichens gris, semblables à celles des Arbres; l'examen poussé plus loin, fait observer de ces Lichens de moins grands en moins grands, & enfin on parvient à en découvrir qui ne sont que comme de petits points posés les uns assés près des autres. On reconnoît ces petits points pour ce qu'ils sont véritablement, lorsqu'on ne vient à les observer qu'après avoir suivi les Lichens dans la suite de leurs degrés de diminution de grandeur. Les mêmes observations faites ensuite sur des Arbres où sont de larges Lichens, confirment dans l'idée qu'on a prise de ces petits grains à peine sensibles, & dont le nombre est si prodigieux sur les Murs; on en découvre à milliers d'aussi petits sur les Arbres.

Tous les Lichens des Murs dont nous parlons, ceux qui ont une si grande ressemblance avec ceux des Arbres, ne donnent souvent aux Pierres qu'une legere teinture grise. Le blanc des endroits du Mur, qui ne sont point couverts par ces petites Plantes, mêlé avec le gris qui est leur couleur propre, ne compose qu'une légère nuance de gris, ou plutôt ne fait paroître le Mur que comme s'il étoit d'un blanc un peu sale.

Mais il y a des Murs qui ont des teintes qui tirent sur le noir ; quelquefois ces teintes sont légères, quelquefois elles sont assés fortes. Si on considère avec attention les endroits des Murs ainsi noircis, si on aide de plus ses yeux du secours d'une Loupe, on verra que le noir, comme le gris du cas précédent, est produit par l'assemblage d'une infinité de petits grains, qu'on ne hésitera à prendre pour des Plantes de même genre que celles qu'on a vûës, comme des points gris. Ici, comme dans l'autre cas, chaque grain paroît avoir le degré de consistance propre à ces sortes de Plantes ; il n'est point composé d'autres grains mal liés ensemble, comme il le seroit s'il étoit formé par l'addition successive de grains de poussière, ou de vapeurs fuligineuses. Enfin nos grains noirs, ou plutôt nos grains d'un brun verdâtre, car c'est là leur véritable couleur, ne semblent différents des grains gris que par la couleur. Si on les observe avec la Loupe, on verra dans les endroits les plus noirs de petites plaques plus arrondies & plus élevées que celles des Lichens ordinaires*. Aussi si on n'a point reconnu que la couleur des Murs n'est altérée que par le nombre prodigieux de ces petites Plantes, c'est qu'on n'a pas cherché à reconnoître ce qui l'altère. Au lieu de prouver que ce sont des Plantes, il n'y a qu'à renvoyer à observer des Murs noircis ceux qui se connoissent en Lichens, Mousses & Nostocs ; car s'il y a quelque matière à doute, c'est seulement sur le genre des Plantes parmi lesquelles celles-ci doivent être rangées.

* Fig. 1.
2. & 3.

Pour rendre la figure de ces petites Plantes plus sensible à nos yeux, auxquels elle échappe souvent, quoiqu'ils soient

armés d'une Loupe, il y a un expédient qui m'a réüissi, c'est de bien mouïller l'endroit où on les veut observer; elles sont spongieuses comme le Nostoc, elles s'abbreuvent de même de l'humidité très-aisément, elles se renflent vite & à un point qui prouveroit seul leur structure organique : de la terre ou un amas de vapeurs fuligineuses ne se renfleroit pas à beaucoup près autant. Une autre circonstance encore à remarquer, c'est que si pour les humecter, on les frotte avec un doigt mouïllé, pourvû qu'on ne les frotte pas trop rudement, aucune teinture ne s'attache au doigt; or le doigt se coloreroit bien vite, si étant mouïllé, il frottoit quelque espece de Suye.

Il y a bien de l'apparence que ces Plantes trop multipliées, s'opposent mutuellement à leur accroissement, elles s'empêchent mutuellement de s'étendre, comme il arrive aux Plantes de nos Jardins qui ont été semées, & qu'on est obligé de transplanter. J'en ai trouvé de petits groupes qui étoient plus à leur aise, qui ressembloient fort à certains petits groupes de Nostoc.

On en rencontre sur des Murs dans toutes sortes d'expositions, quoique toutes les expositions ne leur soient pas également favorables. Les Murs tournés au Nord sont les mieux exposés pour la multiplication de nos petites Plantes; ceux qui sont tournés à l'Ouest en ont aussi beaucoup; mais il ne laisse pas d'en croître, & beaucoup trop sur les Murs qui sont tout autrement exposés.

Un même Mur fait voir aussi des endroits où elles se multiplient bien plus que sur les autres; ce sont ceux sur qui la pluye tombe plus abondamment, ceux sur qui le vent porte souvent l'eau qui coule des toits & des gouttières. Ces endroits restent reconnoissables, comme ils le feroient si l'eau qui coule dessus étoit par elle-même propre à les teindre; les endroits les plus noircis sont renfermés par les mêmes traits, qui marqueroient les plus grands écoulements de l'eau sur les Murs. Les parties saillantes, comme les corniches, les plintes, les cordons, qui sont au-dessous des fenêtres, sont les endroits les plus noircis*, sur-tout à leur

* Fig. 6.

& 7.

partie supérieure ; car leur partie inférieure, qui est plus à l'abri de la pluie, conserve sa couleur naturelle, plus long-temps même que les autres endroits du Mur ne conservent la leur.

Il semble par-là, que nos petites Plantes des Murs sont précisément de l'espèce de celles qui couvrent les Tuiles ou les Ardoises des toits ; la pluie qui lave les toits, entraîne de jeunes Plantes, ou de leurs graines qu'elle dépose ensuite dans les rugosités des Murs. Ce n'est pourtant pas la pluie seule qui les transplante ou sème, la preuve en est qu'on en trouve sur les Cheminées les plus élevées ; ou le vent les y a portées, ou elles y sont arrivées de proche en proche.

Quoique l'arrangement de ces Plantes, ou des amas de ces Plantes, soit très-irrégulier, & n'aille qu'à donner des teintes plus fortes à certains endroits qu'à d'autres, on en trouve quelquefois de disposées par espèces de plaques, qui font un effet très-singulier. L'Hôtel d'Uzès, où je demeure, a le long d'un Jardin un grand Mur tourné au Nord, qui est des plus remarquables par la disposition des amas de ces Plantes *. Je n'ai vu qui que ce soit, Observateur, ou non, qui ait regardé ce Mur sans être frappé des Taches noires dont il paroît barboüillé, & je n'ai vu qui que ce soit qui ne m'en ait demandé la cause. Elles sont du même noir & de même figure à peu-près que celles que font les Laquais sur les Murs contre lesquels ils éteignent les Flambeaux ; ou telles qu'en auroient faites, sur ce Mur, des Enfants qui se seroient divertis à le barboüiller avec un Charbon, par de-gros traits détachés. Tant que l'on ne porte point la vûe au dessus des endroits où la main peut atteindre, on n'attribue ces taches qu'à l'une ou l'autre de ces causes ; mais lorsqu'on élève les yeux jusqu'au haut de ce même Mur, qu'on leur fait parcourir toute son étendue, dans laquelle on trouve huit grandes Croisées de face à chaque étage, séparées par de larges entre-fenêtres, & qu'on découvre de pareilles taches, éloignées au plus les unes des autres de trois à quatre pouces, sur toute la surface de ce Mur, on ne sçait plus à quoi les attribuer. Ces taches sont toutes, comme je l'ai dit, très-noires ; leur

* Fig. 4.
& 5.

figure est irrégulière, presque toutes pourtant sont plus longues que larges ; quelques-unes ont quatre à cinq pouces de longueur, & ont à peine sept à huit lignes de largeur, elles en imitent mieux de gros traits d'un charbon, que celles qui sont plus du double plus larges, & de la moitié plus courtes. Du reste leur longueur se trouve sous toutes sortes d'inclinaison, & à cela près qu'on ne l'a trouvé jamais parallèle à l'horison.

Les observations que j'avois faites sur les Plantes qui altèrent la couleur des autres Murs, m'ont éclairci d'abord sur la nature des plaques noires de celui-ci, elles ne m'ont pas permis de les prendre pour autre chose que pour ces mêmes Lichens qui donnent de légères couches noirâtres aux autres Murs, qui ne les font paroître que comme salis. Il étoit naturel de penser que les grains noirs plus serrés les uns contre les autres, donnoient une teinture de noir plus forte. Aussi quand je les ai examinés de plus près, ils m'ont paru des amas de ces mêmes grains que je trouvois parsemés, ou plus distants les uns des autres dans les intervalles qui étoient entre les traits noirs. Sur ces traits tous les grains se touchoient, ailleurs ils laissoient des vuides blancs. La seule difficulté qui reste, est donc de sçavoir pourquoi ces grains se sont si fort multipliés en certains endroits, pourquoi la couleur des bords de ces endroits noircis est si tranchée, pourquoi ils ne se terminent pas par des nuances plus claires, comme on l'observe dans les autres Murs sur ces endroits qui sont plus noircis que le reste, parce que la pluie a coulé dessus. Les plus petits sujets nous laissent toujours quelque chose à ignorer. Si nos amas de grains, nos traits noirs, pouvoient être pris pour une seule Plante, il ne seroit pas étonnant que, ces Plantes affectant une certaine figure, toute l'étendue qu'elles couvreroient fût plus noire que le reste, & également noire. Mais j'ignore si nous pouvons prendre chaque plaque pour une seule Plante.

Ces plaques ont une forme qui approche de celle que doit prendre sur les Murs l'eau qui a été poussée par le vent après avoir décollé des Toits, & cette eau a l'air d'avoir beaucoup de part à leur production ; cependant il est embarrassant de

décider, si de l'eau poussée une seule fois contre un endroit du Mur, y a porté assés de graines ou d'embryons pour remplir par la suite cette plaque ; & si de l'eau jettée une seule fois n'a pas suffi , si les endroits noircis doivent être arrosés plus copieusement que les autres , on ne voit pas pourquoi il arrive que l'eau les arrose plus que le reste, vû leurs dispositions irrégulières.

Le Mur auquel nous venons de nous arrêter, est couvert d'enduits qui le font paroître de Brique. Depuis que j'y ai eu observé la disposition singulière de nos taches noires, j'ai observé de pareilles taches sur quelques autres Murs, dont les uns étoient recouverts de Plâtre, & dont les autres étoient de Pierres de taille, & qui n'étoient pas exposés au Nord comme le nôtre. Les Fenêtres de nos Murs sont aussi de Pierres de taille, & il a sur ces Pierres, comme sur l'enduit, des taches noires.

Il y a des terrains, des climats, des expositions favorables à l'accroissement de certaines Plantes, & qui sont contraires à celui des autres. Peut-être que les Pierres qu'on tire des Carrières des environs de Paris, sont de meilleurs terrains pour nos Lichens d'un verd-brun & noirâtre, que ne le sont les Pierres des bords de la Rivière de Loire, depuis Amboise jusqu'à Saumur, sur lesquelles les Lichens gris croissent plus volontiers. Je crois même avoir observé que certaines parties des Pierres de taille des environs de Paris valent mieux pour la production de ces Plantes que d'autres parties de mêmes Pierres, ou valent moins pour nous. Dans un Mur nouvellement bâti, il y a des Pierres qui en certains endroits sont d'une couleur qui tire sur celles de la Glaïse, pendant que les environs de la même Pierre sont très-blancs. Ces endroits n'ont souvent cette couleur de Glaïse, que parce qu'ils sont moins secs que le reste, ils deviendroient blancs par la suite. Mais avant d'avoir pris le blanc où ils pourroient arriver, ils reçoivent souvent un enduit très-noir, par nos petites Plantes qui s'y multiplient. Peut-être aussi que l'air plus humide qui est autour des Maisons des Villes, rend leurs Murs plus
fertiles

fertiles en ces Plantes qui les défigurent. Il m'a paru que les Lichens noirs se multiplioient moins sur les Maisons des environs de Paris que sur celles de Paris même, quoiqu'ils ne laissent pas de s'y multiplier beaucoup.

Mais ce qui resteroit à trouver, ce seroit des moyens d'empêcher ces Plantes de croître sur nos Murs ; c'est, comme je l'ai dit en commençant, matière à expériences longues à suivre. Je ne suis pas encore en état de rendre compte de celles que j'ai tentées ; elles sont de nature à pouvoir être faites par tout le monde, car il ne s'agit que de voir quels sont les enduits & les liqueurs à bon marché, les dissolutions de Sels, &c. qui peuvent rendre les Murs des terrains sur lesquels ces Plantes ne pourront croître. Il est déjà certain que les enduits de Chaux leur sont contraires, qu'elles y viennent bien plus difficilement que sur les enduits de Plâtre.

EXPLICATION DES FIGURES.

Les *Fig. 1. & 2.* représentent deux portions de Taches noires d'un Mur, observées à la Loupe, après avoir été mouillées. On y voit que ces Taches ne sont qu'un amas de petits grains convexes & arrondis.

La *Fig. 3.* représente deux des grains des Figures précédentes, vus séparément & plus grosses.

La *Fig. 4.* représente une partie d'un Mur de l'Hôtel d'Uzès, comprise entre deux Fenêtres, sur lequel on voit quantité de ces Taches noires qui le salissent d'une façon singulière. Elles y paroissent tant sur ce qui est peint en Brique, que sur ce qui est de Pierre de taille, & que sur ce qui est en Plâtre.

La *Fig. 5.* est une petite portion du même Mur, où les Taches se rapprochent un peu plus de leur grandeur naturelle.

Les *Fig. 6. & 7.* sont dessinées pour faire remarquer que leurs surfaces supérieures, horizontales & saillantes hors des Murs *aa*, sont plus noires que leurs surfaces verticales *aa, bb*. Leurs surfaces horizontales inférieures, qui sont cachées ici, sont bien moins noircies encore, & quelquefois ne le sont point du tout.

T R A I T É
DES LIGNES DU TROISIÈME ORDRE,
OU
DES COURBES DU SECOND GENRE.

Par M. NICOLE.

DE toutes les Courbes du second genre, quelques-unes, comme la Cissoïde, les deux Paraboles cubiques, l'Hyperbole cubique, & la Parabole de M. Descartes, sont connues depuis long-temps.

Le célèbre M. Newton est le premier qui ait donné un Traité de toutes les Courbes de ce genre. Ce Traité a été imprimé pour la première fois à la fin de son Optique, publié en 1704. Dans cet ouvrage M. Newton annonce les Propriétés générales de ces Courbes, & il donne quatre Équations auxquelles il les rapporte, mais le tout est sans Démonstration. C'est des différentes modifications, que peuvent recevoir ces quatre Équations, que se tirent le nombre & les différentes figures de toutes ces Courbes, que M. Newton avoit fixées à soixante-douze especes.

Depuis ce temps-là il a paru deux Ouvrages sur cette matière. Le premier est de M. Stirling, imprimé en 1718. On y trouve le nombre de ces Courbes augmenté de quatre especes qui avoient échappées à M. Newton. Le second est de M. Mac, Lorrain, imprimé en 1720. Mais quoique ces deux Ouvrages contiennent chacun des choses excellentes, j'ai crû qu'il seroit utile d'expliquer & de démontrer d'une manière presque toujours nouvelle, les propriétés principales de ces Courbes. C'est ce que je me suis proposé dans ce Mémoire, en n'employant pour cela que les Méthodes ordinaires. Je n'ai point fait difficulté de me servir en quelques

Fig. 4.

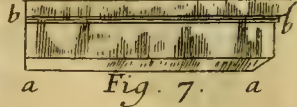


Fig. 2.

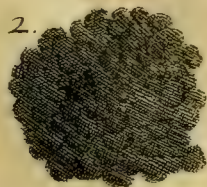


Fig. 1.

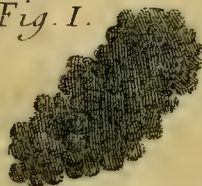


Fig. 3.



Fig. 6.

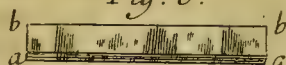
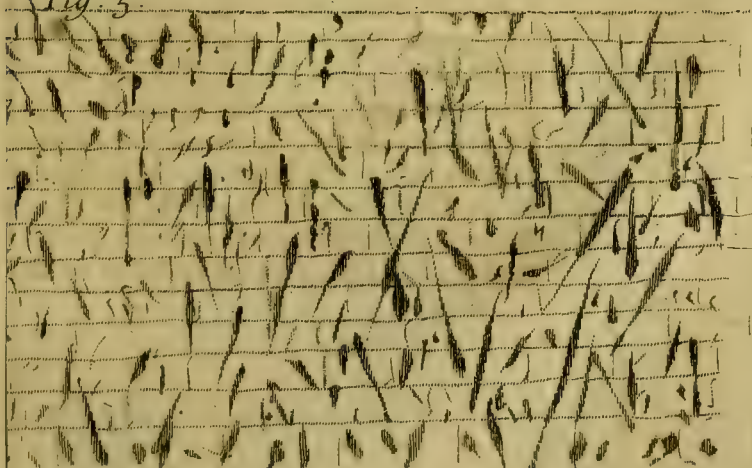


Fig. 5.



endroits de ce Mémoire, des explications même de M. Stirling, parce que je n'eusse pas pû en donner de plus claires.

Avant d'entrer en matière, j'ai besoin de faire faire les observations suivantes.

I. On sçait que le degré d'une Équation qui exprime la nature d'une Ligne géométrique, droite ou courbe, est égal au nombre des points dans lesquels cette Ligne géométrique peut être coupée par une même Ligne droite.

II. L'Équation à la ligne droite, qui est la Ligne du premier ordre, n'est que du premier degré, c'est-à-dire, que si l'on nomme x & y les Coordonnées à cette Ligne, ces grandeurs algébriques n'auront qu'une dimension dans l'Équation ; aussi une ligne droite ne peut-être coupée par une autre ligne droite qu'en un point.

III. L'Équation des Sections coniques, qui sont les Lignes du second ordre, ou les Courbes du premier genre, est du second degré, c'est-à-dire, que les Coordonnées x & y de ces Courbes ont chacune deux dimensions dans l'Équation qui en exprime la nature ; il faut cependant, pour que cela arrive, que les droites sur lesquelles ces Coordonnées sont prises, & qui sont leurs Axes, coupent elles-mêmes la Courbe, chacune en deux points, ou soient parallèles à de telles lignes, alors chacune des Coordonnées coupe la Courbe en deux points, & c'est ce qui arrive dans le Cercle, l'Ellipse & l'Hyperbole rapportés à ses diametres, & même à la Parabole rapportée à un Axe qui coupe l'Axe ordinaire. Mais lorsque l'Axe de l'une des Coordonnées ne coupe la Courbe qu'en un point, comme dans la Parabole rapportée à son vrai Axe, l'Équation de la Courbe est en ce cas telle, que l'une des Coordonnées a deux dimensions, & l'autre n'en a qu'une ; & quand aucun des deux Axes ne coupe la Courbe, & que chacun la touche dans l'infini, ou lui est asymptote, comme dans l'Hyperbole considérée par rapport à ses Asymptotes, alors chacune des Coordonnées n'a qu'une dimension, mais dans l'Équation elles se multiplient entr'elles.

IV. Tout ceci est évident, & suit de ce que toute Équation

du second degré, qui renferme deux inconnûes, élevée chacune au Quarré, & mêlée avec des termes connus, donne par sa résolution deux valeurs de chacune des deux inconnûes. Que si l'Equation ne renferme que le Quarré de l'une des deux inconnûes avec d'autres termes, où la seconde inconnûe n'ait qu'une dimension, la résolution de cette Equation donne deux valeurs de l'inconnûe élevée au Quarré, & ne donne qu'une valeur pour celle qui n'a qu'une dimension. Enfin si les deux inconnûes n'ont chacune qu'une dimension, & se multiplient l'une par l'autre, la résolution de l'Equation ne donnera qu'une valeur pour chacune.

V. Des quatre Sections coniques, l'Hyperbole & la Parabole sont donc les seules dans l'Equation desquelles les deux Coordonnées, ou une seule peut n'avoir qu'une dimension. Dans l'Hyperbole, chacune de ses Coordonnées est parallele à une Asymptote, qui est une Tangente infinie à l'extrémité de chaque branche hyperbolique, & dans la Parabole cette Ordonnée est parallele à l'Axe, ou à sa Tangente infinie, à l'extrémité de la branche parabolique.

VI. Lorsque l'Equation de la Parabole contient les Quarrés des deux Coordonnées, c'est-à-dire, que cette Courbe est rapportée à un Axe qui coupe l'Axe ordinaire, on peut faire disparaître une dimension de l'une des Coordonnées : il ne faut pour cela que faire faire à cet Axe une révolution circulaire autour du point de concours de ces deux Axes. En conservant la même position des Ordonnées sur cet Axe, on verra qu'à chaque instant de cette révolution, cet Axe & son Ordonnée coupent chacun la Parabole en deux points, & qu'à mesure que cet Axe approche de l'Axe ordinaire, des deux points, où il coupe la Parabole, l'un tend à être le sommet, & l'autre à se perdre dans l'infini, & s'y perd en effet, lorsque les deux Axes se couvrent. Il en est de même de l'Hyperbole, lorsque son Equation renferme les Quarrés des deux Coordonnées ; cette Courbe est alors rapportée à son Axe, ou à l'un de ses diametres : on peut faire disparaître de l'Equation une dimension de chacune de ces Coordonnées,

en faisant faire une révolution circulaire à ce diamètre autour du centre de l'Hyperbole, & en conservant à l'Ordonnée sur ce Diamètre la même position qu'ont les deux Asymptotes, on verra qu'à chaque situation de ce Diamètre, il coupera toujours les deux Hyperboles opposées chacune en un point, & que son Ordonnée coupera la même Hyperbole toujours en deux points ; mais que quand ce Diamètre sera devenu l'Asymptote, il ne coupera plus les Hyperboles opposées, & que son Ordonnée, alors parallèle à la seconde Asymptote, ne coupera son Hyperbole qu'en un point, de même que sa Coordonnée.

VII. Dans les Courbes des ordres supérieurs, & qui s'étendent à l'infini, on peut considérer les branches infinies comme des branches hyperboliques ou paraboliques ; les hyperboliques sont celles qui ont des Asymptotes, & les paraboliques sont celles qui ont une Tangente infinie sans être asymptote.

VIII. On découvre quelles sont les Courbes qui ont de telles branches, en cherchant par l'Équation donnée de la Courbe la Soutangente pour un point indéterminé de cette Courbe. Si l'on retranche l'Abcisse de cette Soutangente ; ou si elle en est retranchée, ce qui reste est la partie de la Soutangente renfermée entre l'origine de l'Abcisse & la rencontre de la Tangente. Si cette portion restante est finie ; lorsque l'Abcisse est infinie, la Tangente est une Asymptote, & la branche de Courbe est de l'espèce hyperbolique. Si cette portion restante est infinie, quand l'Abcisse est infinie, la Tangente infinie est alors parallèle à l'Axe, & la branche de Courbe est de l'espèce parabolique. Cette méthode de déterminer les Asymptotes des Courbes, ne convient qu'aux Asymptotes obliques à l'Axe ; pour celles qui lui sont perpendiculaires (car la même Courbe peut en avoir des unes & des autres) il ne faut qu'examiner si par la nature de l'Équation de la Courbe, l'Ordonnée peut être infinie, lorsque l'Abcisse est finie, ou réciproquement ; car alors celle des deux Ordonnées qui est infinie est asymptote, & même toutes

les deux, si cette condition est réciproque, & la Courbe a une branche, ou deux branches hyperboliques.

IX. Dans les Lignes du troisieme ordre, ou les Courbes du second genre, les Equations seront donc telles, que chacune des Coordonnées auront trois dimensions, & alors elles couperont chacune la Courbe en trois points. Mais l'une des Coordonnées pourra perdre une dimension, & même deux, si ces Courbes ont une ou deux branches de l'espece parabolique ou hyperbolique; & même chacune des Coordonnées pourra perdre une dimension, si les Axes de chacune sont paralleles à une Asymptote, ou à une Tangente infinie, mais il arrivera toujours que les Coordonnées se multiplieront entr'elles, de façon qu'il y aura au moins dans l'Equation un terme où ces Coordonnées formeront par leur produit une grandeur de trois dimensions, car autrement cette Equation appartiendrait à une Section conique.

X. Les Courbes dont le degré de l'Equation est impair 1, 3, 5, 7, &c. ont au moins deux branches opposées infinies, car chacune des Coordonnées ayant un exposant impair, peuvent croître l'une & l'autre positivement & négativement jusqu'à l'infini; toutes les Courbes du second genre ont donc au moins deux branches hyperboliques ou paraboliques opposées.

XI. L'Equation générale des Lignes du troisieme ordre; & qui les renferme toutes, doit donc être telle, que l'une des Coordonnées doit avoir trois dimensions & les dimensions inférieures dans les différents termes de l'Equation où cette Coordonnée entre; & l'autre Coordonnée, toujours parallele à une Asymptote, ou à une Tangente infinie, ne doit avoir que deux dimensions & les inférieures dans les termes où elle entre. Mais les termes de cette dernière Coordonnée, pour faire une quantité de trois dimensions, doivent être multipliés par les différentes puissances de la première, en sorte que le premier terme ou la seconde Coordonnée a deux dimensions, doit être multiplié par la première Coordonnée élevée aux exposants 1 & 0; & le second terme,

où la seconde Coordonnée n'a qu'une dimension, doit être multiplié par la première élevée aux exposants 2, 1, 0.

Si donc les Coordonnées sont z & u , & les Coefficients des différents termes de l'Equation sont a, b, c, d, e, f, g, h ,

on aura $uu \times z + a = u \times bzz + cz + d + ez^3 + fzz + gz + h$ pour l'Equation générale des Lignes du troisième ordre.

XII. Les cinq termes $zuu, auu, bzzu, czu, du$, qui sont les seuls de l'Equation affectés de la grandeur u , pouvant chacun manquer de toutes les façons possibles, ou, ce qui est la même chose, quatre quelconques de ces termes, ou trois, ou deux, ou un, pouvant être égaux à zero, ou aucun n'être égal à zero, il s'ensuit que si l'on fait de suite toutes ces suppositions, & que l'on tire de chacune la valeur de u qui en résulte, on aura relativement à toutes ces suppositions, le nombre d'Equations particulières renfermées dans l'Equation générale.

Toutes ces Equations particulières sont

$$\text{Si } zuu, auu, bzzu, czu = 0, \text{ on aura } 1...u = \dots\dots\dots \frac{ez^3 + fzz + gz + h}{d}.$$

$$zuu, auu, bzzu, du = 0 \dots\dots\dots 2...u = \dots\dots\dots \frac{ez^3 + fzz + gz + h}{cz}.$$

$$zuu, auu, czu, du = 0 \dots\dots\dots 3...u = \dots\dots\dots \frac{ez^3 + fzz + gz + h}{bzz}.$$

$$zuu, bzzu, czu, du = 0 \dots\dots\dots 4...u = \pm \sqrt{\frac{ez^3 + fzz + gz + h}{a}}.$$

$$auu, bzzu, czu, du = 0 \dots\dots\dots 5...u = \pm \sqrt{\frac{ez^3 + fzz + gz + h}{z}}.$$

$$\text{Si } zuu, auu, bzzu \dots = 0 \dots\dots\dots 6...u = \dots\dots\dots \frac{ez^3 + fzz + gz + h}{cz + d}.$$

$$zuu, auu, czu \dots = 0 \dots\dots\dots 7...u = \dots\dots\dots \frac{ez^3 + fzz + gz + h}{bzz + d}.$$

$$zuu, auu, du \dots = 0 \dots\dots\dots 8...u = \dots\dots\dots \frac{ez^3 + fzz + gz + h}{bzz + cz}.$$

$$zuu, bzzu, czu \dots = 0 \dots\dots\dots 9...u = \frac{d}{2a} \pm \sqrt{\frac{ez^3 + fzz + gz + h}{a} + \frac{dd}{4aa}}.$$

$$zuu, bzzu, du \dots = 0 \dots\dots\dots 10...u = \frac{cz}{2a} \pm \sqrt{\frac{ez^3 + fzz + gz + h}{a} + \frac{cczz}{4aa}}.$$

$$zuu, czu, du = 0, \text{ on aura } 11...u = \frac{bzz}{2a} \pm \sqrt{\frac{ez^3+fzz+gz+h}{a} + \frac{bhz^4}{4aa}}.$$

$$auu, bzzu, czu = 0.....12...u = \frac{d}{2z} \pm \sqrt{\frac{ez^3+fzz+gz+h}{z} + \frac{dd}{4zz}}.$$

$$auu, bzzu, du = 0.....13...u = \frac{1}{2}c \pm \sqrt{\frac{ez^3+fzz+gz+h}{z} + \frac{1}{4}cc}.$$

$$auu, czu, du = 0.....14...u = \frac{1}{2}bz \pm \sqrt{\frac{ez^3+fzz+gz+h}{z} + \frac{1}{4}bzz}.$$

$$bzzu, czu, du = 0.....15...u = \pm \sqrt{\frac{ez^3+fzz+gz+h}{z+a}}.$$

$$\text{Si } zuu, auu.... = 0.....16...u = \frac{ez^3+fzz+gz+h}{bzz+cz+d}.$$

$$zuu, bzzu.... = 0.....17...u = \frac{cz+d}{2a} \pm \sqrt{\frac{ez^3+fzz+gz+h}{a} + \frac{cz+d^2}{4aa}}.$$

$$zuu, czu.... = 0.....18...u = \frac{bzz+d}{2a} \pm \sqrt{\frac{ez^3+fzz+gz+h}{a} + \frac{bzz+d^2}{4aa}}.$$

$$zuu, du.... = 0.....19...u = \frac{bzz+cz}{2a} \pm \sqrt{\frac{ez^3+fzz+gz+h}{a} + \frac{bzz+cz^2}{4aa}}.$$

$$auu, bzzu.... = 0.....20...u = \frac{cz+d}{2z} \pm \sqrt{\frac{ez^3+fzz+gz+h}{z} + \frac{cz+d^2}{4zz}}.$$

$$auu, czu.... = 0.....21...u = \frac{bzz+d}{2z} \pm \sqrt{\frac{ez^3+fzz+gz+h}{z} + \frac{bzz+d^2}{4zz}}.$$

$$auu, du.... = 0.....22...u = \frac{bz+c}{2} \pm \sqrt{\frac{ez^3+fzz+gz+h}{z} + \frac{bz+c^2}{4}}.$$

$$bzzu, czu.... = 0.....23...u = \frac{d}{2z+2a} \pm \sqrt{\frac{ez^3+fzz+gz+h}{z+a} + \frac{dd}{4 \times z+a^2}}.$$

$$bzz, du.... = 0.....24...u = \frac{cz}{2z+2a} \pm \sqrt{\frac{ez^3+fzz+gz+h}{z+a} + \frac{ccz}{4 \times z+a^2}}.$$

$$czu, du.... = 0.....25...u = \frac{bzz}{2z+2a} \pm \sqrt{\frac{ez^3+fzz+gz+h}{z+a} + \frac{bbz^4}{4 \times z+a^2}}.$$

Si

$$\text{Si } zu = 0, \text{ on aura } 26...u = \frac{bzz + cz + d}{2a} \pm \sqrt{\frac{cz^3 + fzz + gz + h}{a} + \frac{bzz + cz + d}{4aa}}.$$

$$auu = 0, \dots\dots\dots 27...u = \frac{bzz + cz + d}{2c} \pm \sqrt{\frac{cz^3 + fzz + gz + h}{c} + \frac{bzz + cz + d}{4cz}}.$$

$$bzu = 0, \dots\dots\dots 28...u = \frac{cz + d}{2z + 2a} \pm \sqrt{\frac{cz^3 + fzz + gz + h}{z + a} + \frac{cz + d}{4 \times z + a}}.$$

$$czu = 0, \dots\dots\dots 29...u = \frac{bzz + d}{2z + 2a} \pm \sqrt{\frac{cz^3 + fzz + gz + h}{z + a} + \frac{bzz + d}{4 \times z + a}}.$$

$$du = 0, \dots\dots\dots 30...u = \frac{bzz + cz}{2z + 2a} \pm \sqrt{\frac{cz^3 + fzz + gz + h}{z + a} + \frac{bzz + cz}{4 \times z + a}}.$$

Si aucun terme affecté de la grandeur u n'est zero,

$$\text{on aura } \dots\dots\dots 31...u = \frac{bzz + cz + d}{2z + 2a} \pm \sqrt{\frac{cz^3 + fzz + gz + h}{z + a} + \frac{bzz + cz + d}{4 \times z + a}}.$$

REMARQUE I.

XIII. Ainsi les cinq termes affectés de la grandeur u , pouvant être pris quatre à quatre égaux à zero en cinq manières, trois à trois en dix manières, deux à deux aussi en dix manières, un à un en cinq manières. Si à toutes ces manières, on joint le cas où aucun de ces termes n'est zero, on aura 31 cas d'Equations, qui sont toutes les Equations particulières, renfermées dans l'Equation générale; mais ce nombre d'Equations peut diminuer considérablement, en rapportant à une seule Equation, toutes celles qui ont la même forme; par exemple, celles marquées 12, 20, 21, 23, 24, 25, 27, 28, 29, 30, 31, qui ont toutes un terme séparé du signe radical, lequel terme a un dénominateur variable, toutes ces Equations peuvent se rapporter à celle marquée 31, qui est la plus composée; car toutes ces Equations ne sont que celle-là, dans laquelle quelques-unes des lettres a, b, c, d , manquent. Cette Equation marquée 31, qui

$$\text{est } u = \frac{bz\bar{z} + c\bar{z} + d}{2\bar{z} + 2a} + \sqrt{\frac{c\bar{z}^2 + fz\bar{z} + g\bar{z} + h}{\bar{z} + a} + \frac{bz\bar{z} + c\bar{z} + d}{4 \times \bar{z} + a}},$$

& qui renferme les dix autres Équations que l'on vient de nommer, peut se réduire en une Équation plus simple par une transformation d'Axe, en cette sorte.

Fig. 1. Soit la droite BAE , l'Axe des u , dont l'origine est en B , & la droite $LBQG$, l'Axe des \bar{z} , dont l'origine est en D , en sorte que $BD = a$, le dénominateur $\bar{z} + a$ qui se trouve dans tous les termes de la valeur de l'Ordonnée u , fait voir que lorsque $\bar{z} = -a$, cette Ordonnée est infinie; d'où il suit que la droite BAE est asymptote aux branches MR & KLT de la ligne du troisième ordre, & par conséquent (*Art. IX.*) que l'Ordonnée QM , parallèle à cette Asymptote, ne peut rencontrer la Courbe qu'aux deux points M & m , tandis que l'Axe des \bar{z} la rencontre dans les trois points L, I, G . Si maintenant on nomme q , la partie de la valeur de u qui est sous le signe radical, on aura $u = \frac{bz\bar{z} + c\bar{z} + d}{2\bar{z} + 2a} + q$, c'est-à-dire, $QM = \frac{bz\bar{z} + c\bar{z} + d}{2\bar{z} + 2a} + q$, & $qm = \frac{bz\bar{z} + c\bar{z} + d}{2\bar{z} + 2a} - q$, & $QM - Qm$ ou $Mm = 2q$; ainsi, si l'on suppose Mm divisé en deux également en N , on aura $MN = Nm = q$. Donc $QN = Qm + mN = \frac{bz\bar{z} + c\bar{z} + d}{2\bar{z} + 2a} - q + q = \frac{bz\bar{z} + c\bar{z} + d}{2\bar{z} + 2a}$. Soit nommé cette grandeur t , on aura $t = \frac{bz\bar{z} + c\bar{z} + d}{2\bar{z} + 2a}$ pour l'Équation de la Courbe SNV , qui coupe en deux également en N toutes les lignes Mm . Cette Équation exprime une Hyperbole conique SNV , dont une des Asymptotes est BE , Axe des t ; car cette grandeur t n'ayant qu'une dimension dans l'Équation, doit être parallèle à une Asymptote de l'Hyperbole, & ne peut couper cette Hyperbole qu'en un point; & l'Abcisse \bar{z} ayant deux dimensions, doit la couper & son opposée chacune en un point. Maintenant pour construire cette Équation, soit pris AH qui coupe en C l'Axe des \bar{z} pour la seconde Asymptote de

cette Hyperbole; on ſçait par la nature de cette Courbe, que en quelqu'endroit que ſoit le point P , on aura toujours $AP \times PN$ égal à un produit conſtant. Si donc on prend AP

$$= \frac{2z+2a}{b} \text{ \& } PN = QN - QP = t - \frac{1}{2}bz - \frac{1}{2}c \\ + \frac{1}{2}ab, \text{ leur produit ſera } \frac{2tz+2at}{b} - zz - az - \frac{cz-ac}{b} \\ + az + aa, \text{ \& le produit conſtant qui lui doit être égal} \\ \text{pour ſatisfaire à l'E'quation, ſera } \frac{d}{b} - \frac{ac}{b} + aa. \text{ On aura} \\ \text{donc } \frac{2tz+2at}{b} - zz - az - \frac{cz-ac}{b} + az + aa = \frac{d}{b} \\ - \frac{ac}{b} + aa, \text{ d'où l'on tire } t = \frac{bzz+cz+d}{2z+2a} \text{ qui étoit.}$$

l'E'quation à l'Hyperbole que l'on avoit à conſtruire. Mais ſi au lieu de rapporter les points de cette Hyperbole à tous les points de l'Axe LBG , on les rapporte à tous les points de ſa ſeconde Aſymptote ACH , en nommant l'Abſciſſe AP , x , \& $\frac{1}{2}e$, le produit conſtant qui doit être égal au Rectangle $AP \times PN$, on aura $PN = \frac{e}{2x}$, qui eſt une ſeconde E'quation à la même Hyperbole SNV , beaucoup plus ſimple que la première.

XIV. Il en ſera de même de la Courbe du ſecond genre, ſi au lieu de rapporter tous ſes points M \& m aux points Q de l'Axe LQG , on les rapporte aux points P de l'Axe APH ; l'E'quation de cette Courbe en deviendra plus ſimple, on aura $PM = PN + NM$ \& $Pm = PN - NM$, ou en nommant PM , y , on aura $y - \frac{e}{2x} = \pm q$, ou (en remettant pour q ſa

$$\text{valeur) } y - \frac{e}{2x} = \pm \sqrt{\frac{ez^3+fzz+gz+h}{z+a} + \frac{bzz+cz+d}{4xz+a^2}},$$

$$\text{ce qui donne } yy - \frac{ey}{x} + \frac{ee}{4xx} = \frac{ez^3+fzz+gz+h}{z+a} \\ + \frac{bzz+cz+d}{4xz+a^2}. \text{ Si maintenant on met pour } \frac{bzz+cz+d}{4xz+a^2}$$

$$= QN, \text{ ſa valeur } PN + QP = \frac{e}{2x} + \frac{1}{2}bz + \frac{1}{2}c - \frac{1}{2}ab,$$

on aura $yy - \frac{ey}{x} + \frac{ee}{4xx} = \frac{ez^3 + fzz + gz + h}{z+a} + \frac{ee}{4xx}$
 $+ \frac{bz+c-abxe}{2x} + \frac{1}{2}bz + \frac{1}{2}c - \frac{1}{2}ab$, qui se réduit
à $yy - \frac{ey}{x} = \frac{ez^3 + fzz + gz + h}{z+a} + \frac{bz+c-abxe}{2x} +$
 $\frac{1}{2}bz + \frac{1}{2}c - \frac{1}{2}ab$, & si pour z & les puissances on substitue
la valeur tirée de $x = \frac{2z+2a}{b}$, qui donne $z = \frac{bx-2a}{b}$,
il viendra, en ordonnant l'Équation, quatre termes où la
quantité x aura les exposants 2, 1, 0 — 1, avec des coeffi-
cients composés; si l'on prend enfin pour ces coefficients les
grandeurs a, b, c, f , cette Équation deviendra $yy - \frac{ey}{x}$
 $= axx + bx + c + \frac{f}{x}$, ou $xyy - ey = ax^3 + bxx$
 $+ cx + f$, qui exprime la relation de tous les points de la
Ligne du troisième ordre, rapportés à l'Axe APH . Ainsi
des trente-une Équations trouvées (*Art. XII.*) les onze mar-
quées (*Art. XIII.*) se réduisent à celle que l'on vient de
trouver.

REMARQUE II.

XV. Des vingt Équations qui restent à rapporter à des
formules plus simples, si l'on examine celles marquées 5, 13,
14, 15, 22, dont la plus composée est la 22^{me}, $u = \frac{bz+c}{2}$

$\pm \sqrt{\frac{ez^3 + fzz + gz + h}{z} + \frac{bz+c}{4}}$, on verra que la partie
 $\frac{bz+c}{2}$ qui n'est point sous le signe radical, & qui exprime

Fig. 2.

l'Ordonnée de la Courbe qui coupe en deux également toutes
les lignes Mm , est en ce cas l'Ordonnée de la droite APH ,
en laquelle l'Hyperbole s'est changée, de sorte que AB étant
 $\frac{1}{2}c$, BQ , z , QM , ou Qm , u , QS , $\frac{bz}{2}$ & AP , x , PM , y ,
on aura toujours $QP \pm PM = QM$, ou Qm , ou $u - \frac{bz-c}{2}$

$$=y, \text{ donc } y = \pm \sqrt{\frac{ez^3 + fzz + gz + h}{z} + \frac{bz + c}{4}}.$$

Le rapport de z à x étant constant, on aura aussi la valeur de z en x , laquelle étant substituée en sa place, & nommant les coefficients nouveaux des différents termes qui en vien-

dront, a, b, c, f , on aura $y = \pm \sqrt{axx + bx + c + \frac{f}{x}}$ ou $xyy = ax^3 + bxx + cx + f$ pour la formule qui renferme les cinq Equations marquées, laquelle ne differe de la première formule, qu'en ce que le terme ey manque.

REMARQUE III.

XVI. Des quinze Equations restantes, si l'on examine celles marquées 11, 18, 19, 26, dont la plus composée est

$$\text{la 26}^{\text{me}}, u = \frac{bzz + cz + d}{2a} \pm \sqrt{\frac{ez^3 + fzz + gz + h}{a} + \frac{bzz + cz + d}{4aa}},$$

on verra que la partie $\frac{bzz + cz + d}{2a}$, qui n'est point sous le signe radical, & qui exprime l'Ordonnée de la Courbe qui coupe en deux également toutes les lignes Mm , est en ce cas l'Ordonnée d'une Parabole, dont les points N sont rapportés à l'Axe BC des z . Si l'on nomme t cette Ordonnée QN , on aura $t = \frac{bzz + cz + d}{2a}$ pour l'Equation de cette

Parabole, de laquelle on tire $\frac{t}{b} = \frac{d}{2ab} + \frac{cc}{8abb} \times 2a$

$= z + \frac{c}{2b}$; ce qui fait voir que cette Parabole a pour diamètre BE , dont l'origine est en O , déterminé par BO

$= \frac{d}{2ab} - \frac{cc}{8abb}$, & qui a pour parametre $2a$; que les Or-

données à ce diamètre sont paralleles & égales aux BQ prises sur l'Axe des z , & que z a son origine en D , déterminé par $BD = \frac{c}{2b}$, enforte que l'on aura toujours $OV \times 2a = VN^2$.

Mais si au lieu de rapporter les points de la Parabole ON à

l'Axe BCG , on les rapporte à l'Axe ACH des x , comme on a fait (*Art. XIII.*) on aura par le moyen des trois côtés BC , BA , AC , du Triangle BAC , une valeur de DQ (z) en AP (x) on aura aussi la valeur de PQ en x , laquelle étant retranchée de QN , il viendra PN en x . Mais cette nouvelle Equation de la Parabole n'étant pas plus simple que la première, l'Equation de la Ligne du troisième ordre, rapportée aussi à l'Axe ACH , sera PM (y) — $PN = \pm MN$, laquelle n'étant pas moins composée que l'Equation $u =$

$$\frac{bz^2 + cz + d}{2a} \pm \sqrt{ez^3 + fzz + gz + h + \frac{bz^2 + cz + d}{4aa}}$$

que l'on vouloit simplifier par cette transformation d'Axe, il faut se servir d'un autre moyen pour parvenir à cette réduction.

XVII. Pour cela soit repris l'Equation générale $uu \times z + a$

$= u \times bz^2 + cz + d + ez^3 + fzz + gz + h$, qui lorsque le terme uuz manque, fournit l'Equation que l'on veut réduire, laquelle a été tirée de $auu = bz^2 + cz + d \times u + ez^3 + fzz + gz + h$. Or ce terme uuz qui manque dans cette dernière Equation, est celui qui renferme le plus grand composé de l'Ordonnée u , multipliée par l'Abcisse z . Pour retrouver un semblable terme dans l'Equation où il manque, il ne faut que changer l'Abcisse z en l'Ordonnée u , & réciproquement, ce qui se peut toujours. On aura donc $az^2 = buuz + cuz + dz + eu^3 + fuu + gu + h$, ou en mettant pour eu^3 , $luuz$; car (*Art. X.*) l'Ordonnée doit toujours perdre une dimension, ou, ce qui revient au même, elle doit toujours être parallèle à une Asymptote; mais dans ce cas l'Abcisse z ayant aussi perdu une dimension, sera aussi parallèle à une Asymptote, ou à une Tangente infinie. D'où il suit que toutes les Courbes renfermées dans l'Equation présente, doivent avoir par cette raison, ou deux branches hyperboliques, ou une hyperbolique, & une parabolique. Cette Equation sera donc $az^2 = buuz + cuz + dz + luuz$

+ $fuu + gu + h$, ou $buu + luuz + fuu = -cu - dz$

— $gu + az - h$, ou $uu + \frac{u \times cz + g}{l + bz + f} = \frac{az - dz - h}{l + bz + f}$

qui par la résolution donne $u = \frac{-cz - g}{2l + 2bz + 2f} \pm$

$\sqrt{\frac{az - dz - h}{l + bz + f} + \frac{cz + g}{4 \times l + 2bz + 2f}}$. Or comme cet Équa-

tion est semblable à celle de l'Article XIII, le terme

$\frac{-cz - g}{2l + 2bz + 2f}$ fera donc, comme dans cet article, l'Ordonnée

PN d'une Hyperbole qui coupera en deux également toutes Fig. 1.

les lignes Mm , & l'Équation présente se réduira par un

semblable calcul à $xyy - ey = bxx + cx + f$, laquelle

diffère de celle du premier cas en ce que le terme ax^3 manque.

R E M A R Q U E I V.

XVIII. Des onze Équations qui restent à simplifier, celles marquées 3, 7, 8, 16, dans lesquelles il n'y a point de signe

radical, & dont la plus composée, est $u = \frac{ez^3 + fzz + gz + h}{bz + cz + d}$,

si l'on change u (Art. XVII.) en z , & z en u , on aura

$z = \frac{eu^3 + fuu + gu + h}{bau + cu + d}$, ou en mettant pour eu^3 , $luuz$, car

l'Ordonnée u est parallèle à une Asymptote ou à une Tan-

gente infinie, on aura $z = \frac{luuz + fuu + gu + h}{bau + cu + d}$ qui donne

$u = \frac{+cz - g \times \frac{1}{2}}{l - bz + f} \pm \sqrt{\frac{dz - h}{l - bz + f} + \frac{cz - g}{4 \times l - bz + f}}$, dont

le terme, qui n'est point sous le signe radical, exprime en-

core l'Ordonnée PN d'une Hyperbole, & par conséquent

l'Équation se ramènera encore au premier cas, & deviendra

par un semblable calcul $xyy - ey = cxx + f$.

R E M A R Q U E V.

XIX. Des sept Équations restantes, si l'on examine celles marquées 4, 9, 10, 17, dont la plus composée est

Fig. 3. $u = \frac{ez+d}{2a} \pm \sqrt{\frac{ez^3+fz+gz+h}{a} + \frac{ez+d}{4aa}}$, on verra que la partie $\frac{ez+d}{2a}$, qui n'est point sous le signe radical, est l'Ordonnée QP d'une ligne droite ACH , qui coupe en deux également toutes les lignes Mm , de sorte que l'on aura toujours $QM(u) - QP\left(\frac{ez+d}{2a}\right) = PM(y) = \pm \sqrt{\frac{ez^3+fz+gz+h}{a} + \frac{ez+d}{4aa}}$, ou $yy = \frac{ez^3+fz+gz+h}{a} + \frac{ez+d}{4aa}$. Le rapport de z à x étant constant, on aura la valeur de z en x , laquelle étant substituée en sa place, avec les coefficients nouveaux a, b, c, f , il viendra $yy = ax^3 + bxx + cx + f$. Enfin des trois Equations qui restent, si dans celles marquées 2 & 6, dont la plus composée est $u = \frac{ez^3+fz+gz+h}{ez+d}$, on prend $u = y$, & $z = x - \frac{d}{e}$, & que l'on mette les coefficients nouveaux a, b, c, f , on aura $y = axx + bx + c + \frac{f}{x}$, ou $xy = ax^3 + bxx + cx + f$, & que dans l'Equation marquée 1, qui est $u = \frac{ez^3+fz+gz+h}{d}$, on prend $u = y$ & $z = x$, on aura $y = ax^3 + bxx + cx + f$.

COROLLAIRE GÉNÉRAL.

XX. Il est donc évident que les trente-une Equations; qui expriment toutes les Lignes du troisième ordre, se réduisent à ces sept:

1. $xyy - ey = ax^3 + bxx + cx + f$.
 2. $xyy = ax^3 + bxx + cx + f$.
 3. $xyy - ey = \dots bxx + cx + f$.
 4. $xyy - ey = \dots cx + f$.
 5. $xy = ax^3 + bxx + cx + f$.
 6. $yy = ax^3 + bxx + cx + f$.
 7. $y = ax^3 + bxx + cx + f$.
- Dont

Dont les quatre premières n'en font qu'une, puisque la seconde, la troisième & la quatrième sont des cas de la première.

Toutes les Lignes du troisième ordre sont donc exprimées par ces quatre Equations :

- 1..... $xyy - ey = ax^3 + bxx + cx + f$.
- 2..... $xy = ax^3 + bxx + cx + f$.
- 3..... $yy = ax^3 + bxx + cx + f$.
- 4..... $y = ax^3 + bxx + cx + f$.

PREMIERE PROPOSITION.

P R O B L E M E.

XXI. Trouver la figure & les principales propriétés de toutes les Courbes renfermées dans l'Equation $xyy - ey = ax^3 + bxx + cx + f$, dans laquelle les coefficients e, a, b, c, f , sont des quantités constantes, positives ou négatives; & les grandeurs x, y , sont les Coordonnées de ces Courbes.

S O L U T I O N.

La résolution de cette Equation donne $y = \frac{e}{2x}$ Fig. 4.

$\pm \frac{\sqrt{ax^4 + bx^3 + cx^2 + fx + \frac{1}{4}ee}}{x}$. Ainsi si l'on prend la droite

AP pour l'Axe des x , dont l'origine est en A , & la droite AQ perpendiculaire à AF pour l'Axe des y ; à chaque valeur de AP (x), on aura deux valeurs de $PM(y)$, l'une positive au-dessus de

AP & qui est PM , ou $y = \frac{\frac{1}{2}e + \sqrt{ax^4 + bx^3 + cx^2 + fx + \frac{1}{4}ee}}{x}$,

& l'autre négative, ou au dessous de AP , & qui est Pm ou

$y = \frac{\frac{1}{2}e - \sqrt{ax^4 + bx^3 + cx^2 + fx + \frac{1}{4}ee}}{x}$. Si l'on suppose $x = 0$,

on aura $PM = \frac{e}{2 \times 0} + \sqrt{c + \frac{f}{0} + \frac{ee}{2}}$, & Pm

$= \frac{e}{2 \times 0} - \sqrt{c + \frac{f}{0} + \frac{ee}{2}}$. La première est infinie,

Mem. 1729.

. Dd

& exprime l'Asymptote AQ , & la seconde est finie, & exprime l'Ordonnée négative AG , qui dans la supposition de

$$c = \frac{ff}{e} \text{ sera } \frac{e}{2 \times 0} - \sqrt{\frac{ff}{e} + \frac{f}{0} + \frac{ee}{2 \times 0}} = \frac{e}{2 \times 0} - \frac{f}{e} \\ - \frac{e}{2 \times 0} = - \frac{f}{e}.$$

Si l'on examine les valeurs des Ordonnées PM & Pm , on verra que la positive peut être infinie de deux manières; l'une, quand son dénominateur $x = 0$, & l'autre, lorsque son numérateur est infini, ce qui arrive lorsque x est infini. D'où il suit que toutes les valeurs d' x , entre le zero & l'infini, donneront une valeur d' y , qui d'infini qu'elle est en A , sera d'abord décroissante jusqu'à un certain point, & ensuite croissante jusqu'à l'infini, & que la négative Pm , qui de AG qu'elle est en A , est d'abord décroissante jusqu'à un certain point, & ensuite croissante jusqu'à l'infini. Les points de ces deux branches où leurs Ordonnées sont les plus petites, se déterminent par la supposition du dy , de chacune d'elles égal à zero.

Après avoir épuisé toutes les valeurs positives de $AP(x)$ si on la suppose négative, c'est-à-dire, que le point P soit en p , de l'autre côté de son origine A , les deux Ordonnées deviennent,

$$\text{l'une } pM(y) = \frac{\frac{1}{2}e + \sqrt{ax^4 - bx^3 + cxx - fx + \frac{1}{4}ee}}{-x}, \text{ \&}$$

$$\text{l'autre } pm(y) = \frac{\frac{1}{2}e - \sqrt{ax^4 - bx^3 + cxx - fx + \frac{1}{4}ee}}{-x} =$$

$-\frac{e}{2x} - \sqrt{axx - bx + c - \frac{f}{x} + \frac{ee}{4xx}}$, lesquelles sont toutes deux négatives & inégales, & telles que $-x$ croissant, la grande pM décroît continuellement, & d'infini qu'elle étoit en A , puisque $-x = 0$, la rend infinie négative, elle vient se terminer en O , où elle touche la Courbe; & la petite pm croît continuellement, en sorte que de AG qu'elle est en A , elle devient 1, O , où elle touche la Courbe. Ces deux Ordonnées, l'une décroissant continuellement, &

l'autre croissant aussi continuellement, doivent donc devenir égales en O , mais cela ne peut arriver que lorsque le terme

$$\frac{2\sqrt{ax^4 - bx^3 + cxx - fx + \frac{1}{4}ee}}{-x}, \text{ dont ces deux Ordonnées}$$

diffèrent, est égal à zéro : or ce terme ne peut être zéro que lorsque les grandeurs $-bx^3 - fx$, affectées du signe négatif, sont égales aux grandeurs $ax^4 + cxx + \frac{1}{4}ee$ affectées du signe positif. Si donc on fait une égalité par cette supposition, l'une des valeurs d' x qui en résulteront, déterminera le point O où les deux Ordonnées sont égales. Mais comme cette Equation est $ax^4 + cxx + \frac{1}{4}ee - bx^3 - fx = 0$, qui est du quatrième degré, sa résolution donnera quatre valeurs d' x négatives. Soit ces quatre racines A_1, A_2, A_3, A_4 , dans chacun de ces points, les deux Ordonnées qui y répondent, seront donc égales, puisque la quantité

$$2\sqrt{ax^4 - bx^3 + cxx - fx + \frac{1}{4}ee}, \text{ dont les deux Ordonnées diffèrent par tout ailleurs, est nulle dans ces quatre cas.}$$

D'où il suit, 1.^o Que toute valeur d' x renfermée entre la première racine A_1 , & la seconde A_2 , doit rendre imaginaire la quantité dont les deux Ordonnées diffèrent, car alors les termes négatifs $-bx^3 - fx$, sont plus grands que les positifs $ax^4 + cxx + \frac{1}{4}ee$, ce qui fait voir que dans l'intervalle 1, 2, pris sur l'Axe, il ne répond aucun point de la Courbe.

2.^o Que toutes valeurs d' x renfermée entre la seconde racine A_2 , & la 3.^{me} A_3 , doit rendre réelle la quantité dont les deux Ordonnées diffèrent, car alors les termes positifs $ax^4 + cxx + \frac{1}{4}ee$, sont plus grands que les négatifs $-bx^3 - fx$, ce qui montre que dans l'intervalle 2, 3, pris sur l'Axe, on a toujours deux Ordonnées 5, 7, & 5, 6, qui deviennent égales en 3 1.

3.^o Que toutes valeurs d' x renfermée entre la 3.^{me} racine A_3 , & la 4.^{me} A_4 , rend une seconde fois imaginaire la quantité dont les deux Ordonnées diffèrent, les termes négatifs devenant encore plus grands que les termes positifs, ce qui

fait voir que dans cet intervalle il ne répond aucun point de la Courbe.

4.^o Que dans tous ces cas, les deux valeurs réelles d'y, qui répondent à chaque valeur d'x, sont chacune négatives, le dénominateur —x les rendant telles. —

5.^o Que toutes les valeurs négatives d'x, plus grande que la 4^{me} racine A4, & cela jusqu'à l'infini, fait redevenir réelle la quantité dont les Ordonnées diffèrent, ce qui montre que depuis le point 4 jusqu'à l'infini, on a toujours deux valeurs d'y, qui sont égales en H, toutes deux d'abord négatives, dont l'une croît toujours jusqu'à l'infini, & l'autre décroît toujours jusqu'à devenir nulle en 8, devient ensuite positive 11, 12, & augmente jusqu'à l'infini.

On détermine le point 8, où la Courbe rencontre l'Axe, en supposant $\frac{1}{2}e + \sqrt{ax^4 - bx^3 + cxx - fx + \frac{1}{4}ee} = 0$, il vient $ex^3 - bx^2 + cx - f = 0$, dont une des racines est A8.

COROLLAIRE.

XXII. Il est donc évident que cette Courbe est composée de quatre parties, sçavoir ZBMK, SOGmV, 14, 8, H, 13, qui ont chacune deux branches infinies, & de l'Ovale L617L, & que des six branches infinies, les deux BZ & OMS sont hyperboliques opposées, puisqu'elles ont pour Asymptotes, la même droite AQ, A15, prolongée à l'infini des deux côtés.

XXIII. Pour découvrir de quelle nature sont les quatre autres branches infinies, c'est-à-dire, paraboliques ou hyperboliques, soit supposé la Tangente MT, on aura $PT = \frac{2dx}{dy}$ pour la formule générale des Soutangentes, dans laquelle il faut mettre pour y & dy, leurs valeurs en x & dx, tirées de l'Equation de la Courbe. Ces valeurs sont

$$y = \frac{\frac{1}{2}e + \sqrt{ax^4 + bx^3 + cxx + fx + \frac{1}{4}ee}}{x}, \text{ \& } dy =$$

$$\frac{2ax^4dx + bx^3dx - fxdx - \frac{1}{2}eedx - edx\sqrt{ax^4 + bx^3 + cxx + fx + \frac{1}{4}ee}}{2xx\sqrt{ax^4 + bx^3 + cxx + fx + \frac{1}{4}ee}}$$

Cette substitution étant faite, on aura $PT =$

$$\frac{2ax^5 + 2bx^4 + 2cx^3 + 2fxx + \frac{1}{2}eex + ex\sqrt{ax^4 + bx^3 + cxx + fx + \frac{1}{4}ee}}{2ax^4 + bx^3 - fx - \frac{1}{2}ee - e\sqrt{ax^4 + bx^3 + cxx + fx + \frac{1}{4}ee}}$$

& AT ou $AP - PT$

$$= \frac{-bx^4 - 2cx^3 - 3fxx - eex - 2ex\sqrt{ax^4 + bx^3 + cxx + fx + \frac{1}{4}ee}}{2ax^4 + bx^3 - fx - \frac{1}{2}ee - e\sqrt{ax^4 + bx^3 + cxx + fx + \frac{1}{4}ee}}$$

qui est l'expression générale de AT , pour tous les points de la Courbe : or lorsque le point M est à l'infini, $AP(x)$ est infini, & AT devient $-\frac{bx^4}{2ax^4} = -\frac{b}{2a}$, car tous les autres termes s'évanouissent. Si donc de l'autre côté du point A par rapport à P , on prend $AD = \frac{b}{2a}$, du point D il partira deux Asymptotes, l'une à la branche BMK , & l'autre à la branche GmV ; car on auroit trouvé pour la branche GmV , la même valeur de AT , lorsque $AP(x)$ est infini.

Pour avoir les directions de ces deux Asymptotes, c'est-à-dire, les points d & d , par lesquelles elles doivent être tirées, il faut prendre le rapport de dx à dy , lorsque x est infini. Or le rapport général de ces quantités dans tous les points de la Courbe est

$$\frac{2xx\sqrt{ax^4 + bx^3 + cxx + fx + \frac{1}{4}ee}}{2ax^4 + bx^3 - fx - \frac{1}{2}ee - e\sqrt{ax^4 + bx^3 + cxx + fx + \frac{1}{4}ee}}$$

qui lorsque x est infini, devient $\frac{2x^4\sqrt{a}}{2ax^4} = \frac{\sqrt{a}}{a}$. Si donc on fait cette proportion $\sqrt{a} . a :: AD \left(\frac{b}{2a} \right) . Ad$ ou Ad , on aura Ad & $Ad = \frac{b}{2\sqrt{a}}$. Ainsi les lignes Dd & Dd déterminées de cette façon, & prolongées à l'infini, sont asymptotes aux branches BMK & GmV , & ces branches sont hyperboliques.

D d iij

Si ces Asymptotes sont prolongées à l'infini de l'autre côté de D , elles seront encore asymptotes aux branches H , 10, 13, & H , 8, 14; car le même raisonnement aura lieu pour ces branches, & la supposition de $-x$ infini donnera les mêmes résultats que celle de $+x$. Ces deux dernières sont donc encore hyperboliques.

COROLLAIRE.

XXIV. Les six branches infinies sont donc hyperboliques, & opposées deux à deux; & les trois côtés du Triangle Ddd , prolongés à l'infini des deux côtés, forment les six Asymptotes de ces six branches.

XXV. Les Triangles DAd , DP 16, en quelque endroit que soit le point P , sont toujours semblables, & l'on aura toujours cette proportion $DA \left(\frac{b}{2a} \right) . Ad \left(\frac{b}{2\sqrt{a}} \right) :: DP \left(\frac{b}{2a} + x \right) . P$ 16 ou P 17 $= \frac{b + 2ax}{2\sqrt{a}}$. Si l'on compare cette grandeur, qui est l'Ordonnée à l'Asymptote, à l'Ordonnée positive de la Courbe qui est

$\frac{\frac{1}{2}e + \sqrt{ax^4 + bx^3 + cxx + fx + \frac{1}{4}ee}}{x}$, on verra, 1.° Qu'elle est toujours plus petite que PM , tant que x est positif. 2.° Qu'elle est aussi plus petite que pM , tant que x est négatif, & plus petit que la plus petite racine A_1 des quatre renfermées dans $ax^4 - bx^3 + cxx - fx + \frac{1}{4}ee$. 3.° Que l'Ordonnée de la Courbe par-delà ce point, devenant imaginaire jusqu'en A_2 qu'elle devient $2L$, est alors plus petite que l'Ordonnée correspondante de l'Asymptote, & continuera d'être toujours plus petite dans toute la portion L_7 , 1, de l'Ovale, après quoi l'Ordonnée de la Courbe redevient imaginaire jusqu'en A_4 , où elle est $4H$, plus grande alors que l'Ordonnée de l'Asymptote, & continuera d'être toujours plus grande qu'elle, $-x$ continuant de croître à l'infini.

Si l'on compare la même grandeur $\frac{b + 2ax}{2\sqrt{a}} = P$ 17

à l'Ordonnée négative de la Courbe

$\frac{\frac{1}{2}e + \sqrt{ax^4 + bx^3 + cx^2 + fx + \frac{1}{4}ee}}{x}$, on verra, 1.^o Pour les

x positifs, que d'abord l'Ordonnée de l'Asymptote est plus petite que l'Ordonnée de la Courbe, qui en A est AG , & que x croissant, l'Ordonnée de la Courbe diminue, & l'Ordonnée de l'Asymptote croît, en sorte qu'elles deviennent égales en 18, 19, où la Courbe coupe l'Asymptote; qu'ensuite x continuant de croître, l'Ordonnée de la Courbe diminue d'abord jusqu'à un certain point, après lequel elle augmente jusqu'à l'infini, tandis que l'Ordonnée de l'Asymptote augmente aussi toujours à l'infini, mais dans un plus grand rapport que l'Ordonnée de la Courbe. 2.^o Pour les x négatifs, on verra que l'Ordonnée de la Courbe, tant qu'elle est réelle, est toujours plus grande que l'Ordonnée correspondante de l'Asymptote, qu'ensuite elle est imaginaire, & que lorsqu'elle redevient réelle en 2 L , elle est alors plus petite que l'Ordonnée correspondante de l'Asymptote, & toujours plus petite dans toute la portion $L 6, I$, de l'Ovale, après quoi elle cesse d'être réelle, & redevient une seconde fois imaginaire jusqu'en 4 H , où elle est alors plus grande que l'Ordonnée de l'Asymptote; qu'après cela l'Ordonnée de la Courbe diminue, & celle de l'Asymptote augmente, en sorte qu'elles deviennent égales en 9, 20, où la Courbe coupe l'Asymptote: qu'enfin l'Ordonnée de la Courbe continuant de diminuer, devient 0 en 8, & de négative qu'elle a toujours été, devient positive croissante jusqu'à l'infini, mais toujours plus petite que l'Ordonnée correspondante de l'Asymptote.

Pour déterminer les deux points 19 & 20, où la Courbe coupe une Asymptote, on aura l'Equation $\frac{b + 2ax}{2\sqrt{a}}$

$= \frac{-\frac{1}{2}e + \sqrt{ax^4 + bx^3 + cx^2 + fx + \frac{1}{4}ee}}{x}$, pour le point 19;

& $\frac{-b - 2ax}{2\sqrt{a}} = \frac{-\frac{1}{2}e + \sqrt{ax^4 + bx^3 + cx^2 + fx + \frac{1}{4}ee}}{x}$, pour

le point 20. La première de ces Equations donne x

$$= \frac{4af - 2be\sqrt{a}}{bb - 4ac + 4ae\sqrt{a}} = A\ 18, \text{ \& la seconde donne } x$$

$$= \frac{4af + 2be\sqrt{a}}{bb - 4ac - 4ae\sqrt{a}} = A\ 9.$$

Ces deux valeurs de x sont donc telles, qu'elles déterminent sur l'Axe, deux points 18, & 9, par lesquels, si l'on mène les deux Ordonnées 18, 19, & 9, 20, ces deux Ordonnées de la Courbe sont égales aux deux Ordonnées correspondantes des Asymptotes.

COROLLAIRE I.

XXVI. Il suit de tout ce qui vient d'être dit, que la Courbe entière est composée de quatre parties. 1.^o De la partie ZBK qui a deux branches hyperboliques, inscrites au dedans des Asymptotes dQ , dK . 2.^o De la partie $SMOGmV$, qui a aussi deux branches hyperboliques circonscrites aux Asymptotes d , 15, & d , 21. 3.^o De la partie, 13, H , 8, 14, composée encore de deux branches hyperboliques, dont l'une est circonscrite à l'Asymptote DX , & l'autre est inscrite à l'Asymptote DY . 4.^o De l'Ovale $I7L6$, inscrite dans le Triangle des trois Asymptotes & au-dessous de l'Axe AD .

COROLLAIRE II.

XXVII. Il suit aussi que la Courbe entière coupe chacune des trois Asymptotes en un point, sçavoir dd en G , dD en 19, & dD en 20.

COROLLAIRE III.

XXVIII. Il suit de ce que $AD = \frac{b}{2a}$, 1.^o Que lorsque $b = 0$, le Triangle des trois Asymptotes s'anéantit, & par conséquent aussi l'Ovale qu'il renferme, & qu'alors les trois Asymptotes se coupent dans le point A , puisque $Ad = Ad = \frac{b}{2\sqrt{a}} = 0$. 2.^o Que si dans ce cas on prend sur l'Axe AF , en partant du point A , une partie $= \sqrt{a}$, & sur les deux Ordonnées

Ordonnées qui y répondent, une partie $= a$ sur chacune; que du point A , on mene les deux Hypothénuses des deux Triangles formées par ces lignes, elles seront les deux Asymptotes obliques à l'Axe, ce qui est évident, puisque dans ce cas, lorsque x est infini, on a $dx . dy :: Va . a$.

COROLLAIRE I V.

XXIX. De ce que les quatre racines de l'Equation $ax^4 + bx^3 + cx^2 + fx + \frac{1}{4}ee$, que l'on a supposées être A_1, A_2, A_3, A_4 , & qui déterminent les Ordonnées $1O, 2L, 3I, 4H$, qui touchent la Courbe dans ces points, & servent de bornes à chaque portion qui la composent, puisque toutes les valeurs de $-x$ plus grande que A_1 , & plus petite que A_2 , rend l'Ordonnée imaginaire aussi bien que toutes les valeurs de $-x$ plus grande que A_3 , & plus petite que A_4 .

Il suit, 1.^o Que la grande Ordonnée pM , après avoir formé par ses décroissements & accroissements successifs, la portion infinie SMO fait un saut de $1O$ en $2L$; forme ensuite la portion $L7I$ de l'Ovale, fait un second saut de $3I$ en $4H$, & forme ensuite la portion infinie $H, 10, 13$.

2.^o Que la petite Ordonnée pm , après avoir formé par ses accroissements successifs, la portion GmO , fait un saut de $1O$ en $2L$; forme ensuite la portion $L6I$ de l'Ovale, fait un second saut de $3I$ en $4H$, & forme après cela la portion infinie $H, 8, 12, 14$.

COROLLAIRE V.

XXX. Il suit encore que lorsque les deux petites racines A_1 & A_2 sont égales, les points O & L se joignent, & qu'alors l'Ovale tient à l'Hyperbole circonscrite.

COROLLAIRE VI.

XXXI. Que lorsque les deux grandes racines A_3 & A_4 sont égales, les points H & I se joignent, & qu'alors l'Ovale tient à l'Hyperbole ambigène.

Mem. 1729.

. Ec

COROLLAIRE VII.

XXXII. Que lorsque les deux racines moyennes A_2 & A_3 sont égales, l'Ovale se réduit en un point qui est isolé, & appartient à la Courbe.

COROLLAIRE VIII.

XXXIII. Il suit aussi de ce que $y =$

$\frac{z}{2}e \pm \sqrt{ax^4 + bx^3 + cx^2 + fx + \frac{1}{4}ee}$, que lorsque $e = 0$, on a

$y = \pm \sqrt{\frac{ax^3 + bx^2 + cx + f}{x}}$; c'est-à-dire, que dans ce cas,

quelque soit la valeur d' x positive ou négative, les deux valeurs d' y , l'une positive & l'autre négative, seront toujours égales. D'où l'on voit qu'alors toutes les branches qui sont au dessus de l'Axe, sont égales & semblables à toutes celles qui sont au dessous, & que par conséquent l'Axe coupe alors les lignes Mm en deux également, & est un diamètre.

COROLLAIRE IX.

XXXIV. Donc dans la supposition de $e = 0$. 1.^o Les deux Hyperboles inscrites & circonscrites, seront parfaitement égales & semblablement posées par rapport à l'Axe DAF , c'est-à-dire, que si l'une est inscrite dans ses Asymptotes, la seconde le sera aussi dans les siennes; & de même si la première est circonscrite autour de ses Asymptotes, la seconde le sera aussi autour des siennes.

2.^o L'Hyperbole ambigène sera telle, que si une de ses branches est inscrite ou circonscrite à son Asymptote, la seconde le sera aussi.

3.^o L'Ovale se trouvera alors sur l'Axe HD , de manière qu'une moitié sera au-dessus de l'Axe, & l'autre moitié au-dessous, & quand dans cette supposition l'Ovale se réduira à un point, ce qui arrive lorsque $A_2 = A_3$, alors ce point isolé qui appartient à la Courbe, sera sur l'Axe.

REMARQUE.

XXXV. Puisque l'Axe $DAPF$, qui coupe en deux également en A le côté dd du Triangle des trois Asymptotes, & qui a pour Ordonnées les lignes PM parallèles à l'Asymptote dd , devient un diamètre lorsque $e=0$: il est évident que si l'on prend pour Axe la ligne dEQ , qui coupe en deux également en E le second côté Dd du Triangle des trois Asymptotes, & que l'on conçoive les Ordonnées QM à cet Axe, parallèles à la seconde Asymptote Dd , il est évident, dis-je, qu'il y a aussi des cas où cet Axe doit devenir un diamètre : il en est de même de la ligne $d\epsilon q$, considérée comme Axe, qui coupe en deux également en E le 3^{me} côté Dd du Triangle des trois Asymptotes, & dont les Ordonnées qm sont parallèles à la 3^{me} Asymptote : il y aura aussi des cas où ce 3^{me} Axe sera un diamètre.

SECONDE PROPOSITION.

PROBLÈME.

XXXVI. *Trouver les cas dans lesquels ces Courbes ont d'autres diamètres que DAPF.*

SOLUTION.

Soit nommée EQ, z , & QM, u . Il faut chercher la relation de EQ à QM , résultante de celle de $AP(x)$ à $PM(y)$

qui est exprimée par cette Equation $xyy - ey = ax^3 + bxx + cx + f$. On a $AD = \frac{b}{2a}$, $Ad = Ad = \frac{b}{2\sqrt{a}}$, donc

$Dd = Dd = \frac{b}{2a} \sqrt{a+1}$. Et si du point E , on mene EO ,

parallèle à DA , on aura $EO = \frac{b}{4a}$, $dO = \frac{b}{4\sqrt{a}}$, & Od

$= \frac{3b}{4\sqrt{a}}$, donc $dE = \frac{b}{4a} \sqrt{9a+1}$. Et à cause des Triangles semblables dEd , dQT , on aura les proportions suivantes:

E e ij

$$dE\left(\frac{b}{4a}\sqrt{9a+1}\right).Ed\left(\frac{b}{4a}\sqrt{a+1}\right)::dQ\left(z+\frac{b}{4a}\sqrt{9a+1}\right).QT=\frac{z\sqrt{a+1}}{\sqrt{9a+1}}+\frac{b\sqrt{a+1}}{4a}$$

$$dE\left(\frac{b}{4a}\sqrt{9a+1}\right).dd\left(\frac{b}{\sqrt{a}}\right)::dQ\left(z+\frac{b}{4a}\sqrt{9a+1}\right).dT=\frac{4z\sqrt{a}}{\sqrt{9a+1}}+\frac{b}{\sqrt{a}}.$$

Donc $AT=\frac{4z\sqrt{a}}{\sqrt{9a+1}}+\frac{b}{2\sqrt{a}}$. Maintenant si l'on mène TR

parallèle à AP , les Triangles semblables dAD , MRT , donneront cette analogie $dA\left(\frac{b}{2\sqrt{a}}\right).AD\left(\frac{b}{2a}\right)::MR\left(y-\frac{4z\sqrt{a}}{\sqrt{9a+1}}-\frac{b}{2\sqrt{a}}\right).RT$ ou $AP(x)$. D'où l'on tire

l'Équation $x\sqrt{a}=\frac{B}{y-\frac{4z\sqrt{a}}{\sqrt{9a+1}}-\frac{b}{2\sqrt{a}}}$. L'on a aussi

$AD\left(\frac{b}{2a}\right).Dd\left(\frac{b}{4a}\sqrt{a+1}\right)::AP(x).TM=x\sqrt{a+1}$.

Donc $QT+TM=\frac{z\sqrt{a+1}}{\sqrt{9a+1}}+\frac{b\sqrt{a+1}}{4a}+x\sqrt{a+1}=\frac{C}{u}$,

qui donne $x=\frac{D}{\frac{u}{\sqrt{a+1}}-\frac{z}{\sqrt{9a+1}}-\frac{b}{4a}}$. L'Équation B donne aussi $x=\frac{y}{\sqrt{a}}-\frac{4z}{\sqrt{9a+1}}-\frac{b}{2a}$.

Si donc l'on compare ces deux valeurs d' x , on en tirera $y=\frac{E}{\frac{u}{\sqrt{a+1}}+\frac{3z\sqrt{a}}{\sqrt{9a+1}}+\frac{b}{4\sqrt{a}}}$. Il ne reste plus qu'à substituer dans l'Équation $xy-ey=ax^3+bx^2+cx+f$, en la place de x & de y , leurs valeurs marquées en D & E . L'Équation qui résultera de cette substitution, ne sera composée que des quantités u & z avec des constantes, & exprimera la relation de tous les points des différentes branches de la Courbe à tous les points du nouvel Axe d' EQ .

Cette Équation sera

$$uu^2+\frac{bb-4ac-4ae\sqrt{a}}{32aa}xu\sqrt{9a+1}\times a+1=\frac{a+1}{9a+1}$$

$$\times z^3 + \frac{b \times a + 1}{2a\sqrt{9a+1}} \times z^2 + \frac{4bb - ac - 3ae\sqrt{a}}{8aa} \times a + 1 \times z$$

$$+ \frac{b^3 + 4abc - 16abe\sqrt{a} + 16aaf}{128a^3} \times a + 1 \times \sqrt{9a+1}.$$

$$\text{D'où l'on tire } u = \frac{F}{64aa^2} \times \sqrt{a+1 \times 9a+1}$$

$$+ \frac{1}{z} \sqrt{\frac{a+1}{9a+1}} \times z^4 + \frac{ab+b}{2a\sqrt{9a+1}} \times z^3 + \frac{4bb - ac - 3ae\sqrt{a}}{8aa} \times a + 1 \times z^2 +$$

$$\frac{b^3 + 4abc + 16abe\sqrt{a} + 16aaf}{128a^3} \times a + 1 \times \sqrt{9a+1} \times z + \frac{4ac - 4ae\sqrt{a} - bb^2}{4096a^4} \times a + 1 \times 9a + 1.$$

COROLLAIRE.

XXXVII. Si l'on examine cette Équation, on verra que lorsque le terme $\frac{4ac + 4ae\sqrt{a} - bb}{64aa^2} \times \sqrt{a+1 \times 9a+1}$ est égal à zero, les deux valeurs de u , l'une positive, & l'autre négative, seront égales, c'est-à-dire, qu'alors l'Axe d' EQ coupera en deux également toutes les lignes MN , & sera par conséquent un diamètre : or ce terme étant supposé égal à zero, il vient $4ac + 4ae\sqrt{a} = bb$, qui exprime la relation des coefficients de la première Équation générale pour que cette Courbe ait l'Axe d' EQ pour diamètre.

REMARQUE I.

XXXVIII. Si au lieu de l'Équation $xyy - ey = ax^3 + bxx + cx + f$, on s'étoit servi de celle-ci, $y = \frac{\frac{1}{2}e + \sqrt{ax^4 + bx^3 + cx^2 + fx + \frac{1}{4}ee}}{x}$ qui se tire de la première,

& que l'on eût substitué dans cette seconde, pour y & x & ses puissances, leurs valeurs en u & z , on auroit trouvé la même Équation F qui exprime la relation de l'Abcisse EQ aux Ordonnées QM & QN .

REMARQUE I. I.

XXXIX. Si du point d , on tire la ligne $d\epsilon Q$, qui coupe en deux également le 3^{me} côté Dd du Triangle des trois Asymptotes, & que l'on mene la ligne nqm parallele à ce 3.^e côté, on trouvera par un semblable calcul la relation de l'Abscisse ϵq (z) aux Ordonnées qm & qn (u), & l'Equation qui exprimera cette relation ne différera de l'Equation F , qu'en ce que la grandeur e , qui entre dans cette Equation, sera négative, de positive qu'elle étoit auparavant. Ce qui est évident, car les valeurs x & y en z & u , que l'on a trouvées dans le premier cas, seront les mêmes, & il faudra alors les substituer dans l'Equation $y =$

$$\frac{\sqrt{ax^4 + bx^3 + cxx + fx + \frac{1}{4}ee} - \frac{1}{2}e}{x},$$
 qui exprime les branches au-dessous de l'Axe DAP .

COROLLAIRE.

XL. Il suit donc que quand $4ac - 4aeVa = bb$, la ligne $d\epsilon q$ sera encore un diametre, & coupera en deux également toutes les lignes mqn , qui joignent les deux branches de Courbe Xm & Yn , & sont paralleles à Dd .

REMARQUE.

XLI. Les deux Articles XXXVII & XL fournissent donc $4ac \pm 4aeVa = bb$ pour l'Equation qui exprime la relation des coefficients de l'Equation générale nécessaire pour que cette Courbe ait un diametre dEQ , ou $d\epsilon q$, & ceci est conforme à l'Article XXV, où l'on a trouvé $x = \frac{4af \pm 2beVa}{bb - 4ac \pm 4aeVa}$, qui détermine les valeurs d' x répondant aux points où la Courbe coupe les deux Asymptotes obliques à l'Axe APF , cette valeur d' x devient infinie, lorsque le dénominateur $bb - 4ac \pm 4aeVa$ est égal à zero, qui est le cas où cette Courbe a un diametre dEQ ou $d\epsilon q$, & c'est aussi ce qui doit arriver; car lorsque dEQ est un dia-

metre, l'Hyperbole $KnYN$, pour être semblable à l'Hyperbole inscrite ZM , doit aussi être inscrite au dedans de l'Angle de ses deux Asymptotes, & par conséquent ne les couper qu'à l'infini, & lorsque $d\epsilon q$ est un diamètre, la branche XV de l'Hyperbole circonscrite, pour être semblable à la branche inscrite NY de l'Hyperbole ambigène, doit aussi être au dedans de l'Angle de ses Asymptotes, & ne peut couper son Asymptote qu'à l'infini.

C O R O L L A I R E I.

XLII. Il est donc évident que lorsque l'une de ces trois choses arrive, $e = 0$, $e = \frac{4ac - bb}{4a\sqrt{a}}$, $e = \frac{bb - 4ac}{4a\sqrt{a}}$, la Courbe a un diamètre; dans le premier cas, c'est l'Axe DAF ; dans le second, l'Axe dEQ ; & dans le troisième, l'Axe $d\epsilon q$. Il est encore évident que si deux de ces trois choses arrivent, la troisième arrive aussi nécessairement, c'est-à-dire, qu'alors la Courbe a trois diamètres qui sont les Axes DAF , dEQ & $d\epsilon q$.

C O R O L L A I R E II.

XLIII. La Courbe peut donc n'avoir aucun diamètre; en avoir un, ou en avoir trois, elle ne peut point n'en avoir que deux. Dans le premier cas, elle coupe chaque Asymptote en un point; dans le second, elle en coupe deux chacune en un point; & dans le troisième, elle n'en coupe aucune.

C O R O L L A I R E III.

XLIV. Toutes les Courbes renfermées dans l'Equation $y = \frac{\frac{1}{2}e \pm \sqrt{ax^4 + bx^3 + cxx + fx + \frac{1}{2}ee}}{x}$, n'ont donc aucun diamètre. Toutes celles renfermées dans l'Equation $y = \frac{\pm \sqrt{ax^4 + bx^3 + cxx + fx}}{x}$, ont pour diamètre l'Axe DAF . Toutes celles renfermées dans l'Equation $y = \frac{4ac - bb}{8ax\sqrt{a}}$

$$\pm \frac{\sqrt{ax^4 + bx^3 + cxx + fx + \frac{4ac - bb^2}{64a^3}}}{x}, \text{ ont pour diametre}$$

l'Axe dEQ. Toutes celles qui ont pour Equation $y =$

$$\frac{bb - 4ac}{8ax\sqrt{a}} \pm \frac{\sqrt{ax^4 + bx^3 + cxx + fx + \frac{bb - 4ac^2}{64a^3}}}{x}, \text{ ont pour}$$

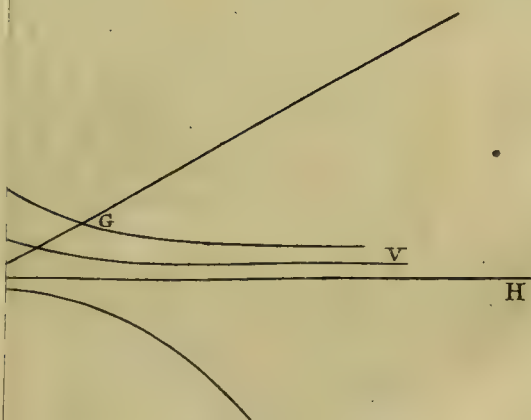
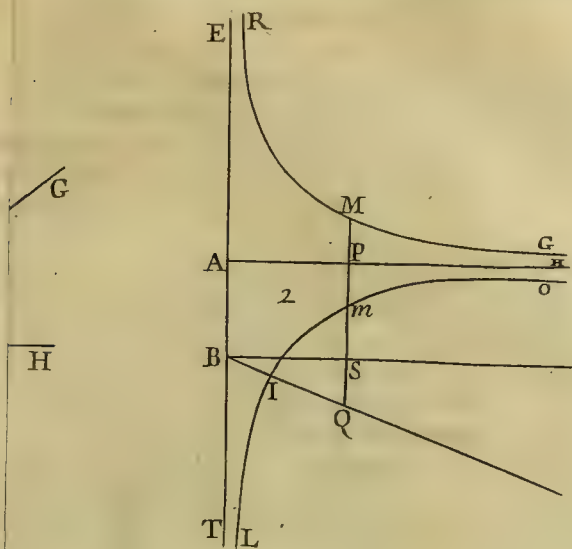
diametre l'Axe dEQ. Et enfin toutes celles qui ont pour

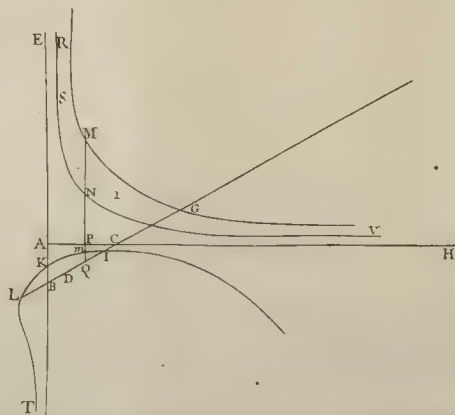
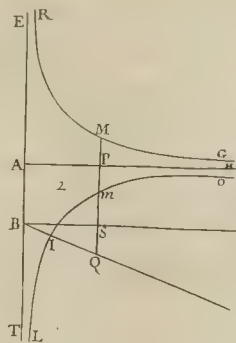
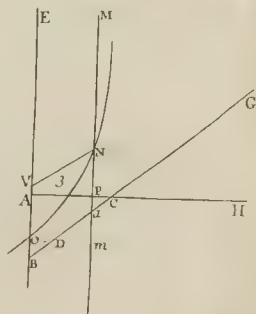
$$\text{Equation } y = \frac{\pm \sqrt{ax^4 + bx^3 + \frac{bbxx}{4a} + fx}}{x}, \text{ ont trois diametres,}$$

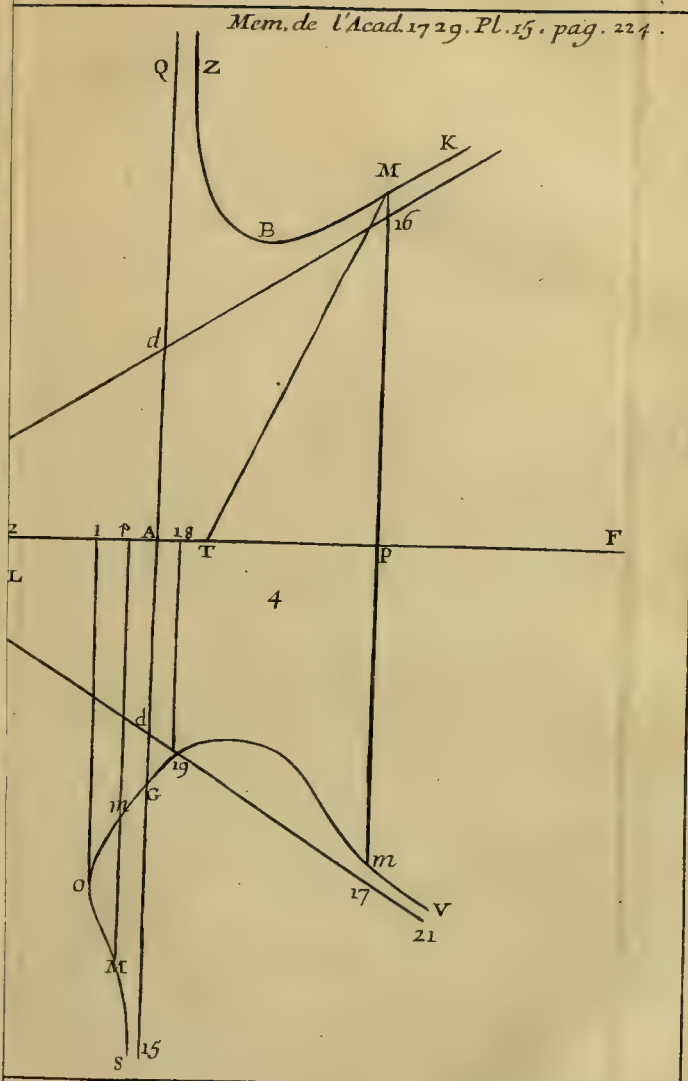
qui sont les Axes DAF, dEQ, dEQ.

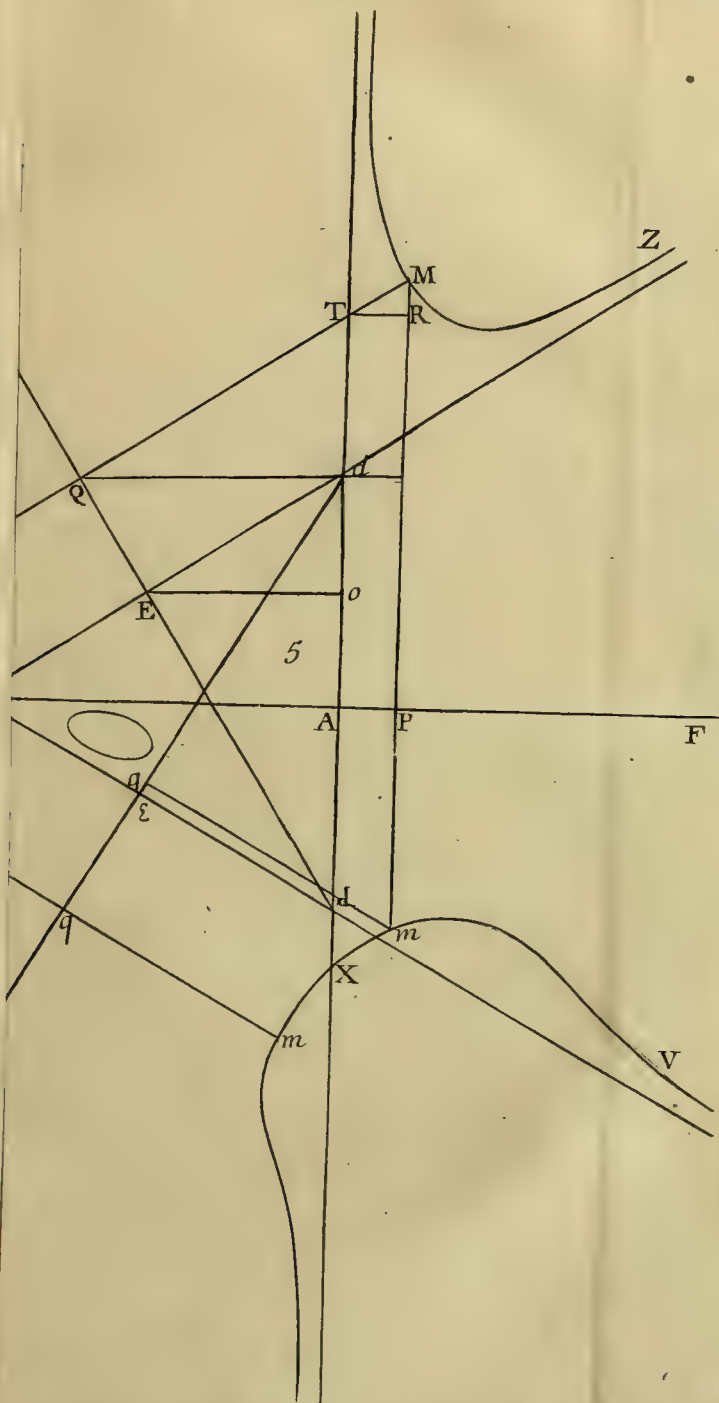
On donnera la suite de ce Traité dans un autre Mémoire.











DE LA PRÉCIPITATION
DU SEL MARIN
DANS LA FABRIQUE DU SALPÊTRE.

Par M. PETIT le Médecin.

QUELQUE attention que les Chymistes ayent eu à re- 3 Août
chercher les propriétés du Sel marin, il leur en est 1729.
néanmoins échappé une, qui étant connue, me donnera lieu
d'expliquer la précipitation du Sel marin dans la fabrique du
Salpêtre.

Cette propriété est, que le Sel marin ne peut se dissoudre
dans l'eau de Seine très-chaude en plus grande quantité que
cette même eau refroidie n'en peut tenir en dissolution.

C'est ce qui fait aussi qu'il se dissout dans l'eau, & qu'il
s'y tient en dissolution en aussi grande quantité en Hiver
qu'en Été.

Le Sel marin ne peut se dissoudre dans l'eau très-chaude
en plus grande quantité que cette même eau n'en peut tenir
en dissolution, lorsqu'elle est tout-à-fait froide. Si l'on met
10 dragmes de ce Sel dans une Fiole avec 24 dragmes d'eau,
tout le Sel ne s'y dissoudra pas, quoiqu'on mette la Fiole
dans l'eau très-chaude. Si l'on filtre cette dissolution toute
chaude, il restera sur le filtre une dragme & demie de Sel
& de terre, & quelquefois 2 dragmes. La liqueur étant re-
froïdie, il ne s'y forme point de cristaux. Cette dissolution
étant conservée pendant l'Hyver, il ne s'y fait ni cristallisa-
tion ni précipitation, à quelque forte gelée qu'on l'expose :
c'est ce donc je me suis assuré par l'observation de plusieurs
Hyvers, & principalement au mois de Janvier dernier.

Cette dissolution varie quelquefois d'une demi-dragme par
les différents états où se trouve l'eau de la Seine, c'est-à-dire,
suivant qu'elle contient plus ou moins de terre fine ou bo-

Mém. 1729. F f

laire, elle dissout plus ou moins de Sel. J'ai une fois fait dissoudre deux onces de Sel marin dans 5 onces d'eau de Seine, c'est 2 dragmes 48 grains de plus qu'elle n'en dissout pour l'ordinaire.

Si l'on fait dissoudre dans les grandes chaleurs d'Été 10 dragmes de Salpêtre raffiné dans 24 dragmes d'eau, elles s'y tiendront en dissolution : je n'en avois pas trouvé une si grande quantité en 1722*.

* Voyez
les Mem.
p. 97.

Cette dissolution varie aussi quelquefois d'une dragme ou environ, selon que l'eau contient plus ou moins de terre boilaire; & d'ailleurs l'eau dissout moins de Salpêtre, lorsqu'il est bien purifié ou raffiné.

Si l'on conserve cette dissolution toute l'année, on remarque que le Salpêtre se cristallise au fond de la liqueur à proportion que les chaleurs diminuent, & que le froid augmente pendant l'Hyver, en sorte que dans les grands froids du mois de Janvier dernier, 24 dragmes d'eau n'ont pû tenir en dissolution que 3 dragmes de Salpêtre, qui est un peu plus du quart de ce qu'elles en tiennent en dissolution dans les grandes chaleurs de l'Été.

Dans une saison tempérée, 24 dragmes d'eau tiennent 8 dragmes de Salpêtre en dissolution : mais si l'on ajoute à cette dissolution 16 dragmes de Salpêtre, tout ce Salpêtre s'y dissoudra à une médiocre chaleur. Si l'on laisse refroidir la dissolution, les 16 dragmes de Salpêtre se cristalliseront au fond de la dissolution, quelquefois un peu plus, & il n'en restera que 7 dragmes ou 7 dragmes & demie dissous dans l'eau : ce qui arrive, parce que dans le même temps que les particules du Salpêtre se précipitent pour se cristalliser, elles entraînent avec elles d'autres particules qui se rencontrent dans leur passage.

Le moyen le plus facile & le plus sûr pour reconnoître qu'il y a plus que les 16 dragmes de Salpêtre cristallisé, c'est que si l'on pèse cette dissolution avec l'Aréometre, on la trouvera plus légère que celle dans laquelle il y a 8 dragmes de Salpêtre dissous dans 24 dragmes d'eau, & d'autant plus légère, qu'il y aura de Salpêtre cristallisé.

Puisque l'eau chaude ne peut dissoudre une plus grande quantité du Sel marin que l'eau froide, il s'ensuit que si on fait évaporer une dissolution soulée de ce Sel, le Sel doit se former sur la liqueur aussi-tôt qu'elle commencera à s'évaporer, & continuer à se coaguler en raison de la quantité de la liqueur évaporée : ainsi lorsqu'il y aura 6 dragmes d'eau évaporée, il doit y avoir 2 dragmes de Sel coagulé ou environ, & la liqueur étant froide, il ne s'en formera pas davantage. C'est ce qui est confirmé par l'expérience.

Cela ne se passe pas de même avec la dissolution de Salpêtre ; car quoique dans une saison tempérée, 24 dragmes d'eau froide ne puissent tenir en dissolution que 8 dragmes de Salpêtre, néanmoins cette eau étant chauffée, en peut dissoudre encore 16 dragmes, qui, comme je l'ai dit, se cristallisent au fond de la liqueur à mesure que l'eau se refroidit. Il s'ensuit que si on met en évaporation 32 dragmes de cette dissolution où il y a 8 dragmes de Salpêtre, il doit s'évaporer 16 dragmes d'eau avant qu'il paroisse aucune concrétion dans la liqueur. Si après cette évaporation de 16 dragmes d'eau, on laisse refroidir la liqueur, il se cristallisera environ 6 dragmes de Salpêtre, ou 5 dragmes & demie.

Je ne m'en suis pas tenu à ces expériences, que j'ai faites avec une exactitude scrupuleuse, j'ai voulu voir ce qui arrive par l'eau bouillante.

J'ai mis dans une Cafetière d'argent 40 dragmes de dissolution, qui contenoit environ 10 dragmes de Sel marin, j'y ai ajouté 2 dragmes seulement du même Sel. J'ai mis la Cafetière au milieu d'un grand brasier, j'ai fait bouillir la liqueur. Je l'ai versée toute bouillante dans un filtre de Papier gris, il est resté du Sel sur le filtre. J'ai laissé reposer la liqueur pendant vingt-quatre heures. Je l'ai pesé, il y en avoit 31 dragmes 37 grains, y compris du Sel cristallisé qui étoit au fond, & qui étant bien séché, a pesé 82 grains, c'est près de la huitième partie de tout le Sel qui a passé par le filtre avec l'eau, car il y avoit 22 dragmes 56 grains d'eau, qui contenoit 7 dragmes 42 grains de Sel, qui font 546

grains. Si on ajoute les 82 grains de Sel cristallisé, & qu'on divise le tout par 82, on a pour quotient $7\frac{54}{82}$, qui est la septième partie & deux tiers d'une partie du Sel qui a passé par le filtre, & qui s'est cristallisé, ce qui est sujet à varier ; car dans d'autres expériences, j'ai trouvé jusqu'à la sixième partie de Sel cristallisé. Cela dépend du plus ou moins de vitesse avec laquelle la liqueur traverse le Papier gris, & du plus ou moins de chaleur de la liqueur. J'ai ajouté 2 dragmes de Sel à la dissolution pour rendre l'expérience plus sensible par rapport à celles qui suivent, car il ne se dissout point du tout de ce Sel, il reste sur le filtre, & si l'on n'en ajoute point, il ne laissera pas de se cristalliser du Sel, parce qu'il s'évapore beaucoup de flegme par l'ébullition, qui dans cette expérience alloit à 8 dragmes, qui contenoient 2 dragmes de Sel en dissolution.

J'ai mis dans la même Cafetière 32 dragmes de dissolution de Salpêtre raffiné, dans laquelle il y avoit 8 dragmes de ce Salpêtre ; j'y ai ajouté 40 dragmes du même Salpêtre. J'ai mis la Cafetière au milieu d'un grand brasier, & à la moindre ébullition tout le Salpêtre s'est dissout. J'ai versé cette dissolution toute bouillante dans un filtre de Papier gris, il est resté sur le filtre du Salpêtre coagulé. J'ai laissé reposer la liqueur pendant vingt-quatre heures, il y en avoit 45 dragmes 18 grains, tant liqueur que Salpêtre cristallisé. Il a passé par le filtre 33 dragmes 54 grains de Salpêtre avec 11 dragmes 36 grains d'eau ; car après avoir ôté ce qu'il y avoit de dissolution, il est resté 38 dragmes 27 grains de Salpêtre humecté, qui étant séché, s'est réduit à 32 dragmes 2 grains. Il y avoit 6 dragmes 63 grains de dissolution, qui contenoient 1 dragme 52 grains de Salpêtre. Il a donc passé par le filtre trois fois autant de Salpêtre que d'eau, peu s'en faut.

Nous venons de voir que 24 dragmes d'eau tiennent 8 dragmes de Sel marin en dissolution, & quelque chose de plus. Mais si dans une saison tempérée on met dans cette dissolution 8 dragmes $\frac{1}{2}$ de Salpêtre, il s'y dissoudra entièrement. Si l'on ajoute à cette dissolution une demi-dragme de

Sel marin, cette demi-dragme s'y dissoudra entièrement, en-
forte que pour l'ordinaire, dans une saison tempérée, 24
dragmes d'eau tiennent en dissolution 8 dragmes $\frac{1}{2}$ de Sel
marin & 8 dragmes $\frac{1}{2}$ de Salpêtre; dans les grandes chaleurs
de l'Été, cela va jusqu'à 10 dragmes $\frac{1}{2}$ de Salpêtre.

*Voyez les
Mem. de
1716.
p. 165.*

Pour peu qu'on fasse de réflexion sur les expériences que
je viens de rapporter, il ne sera pas difficile de se persuader
que si on fait évaporer cette dissolution de Sel marin & de
Salpêtre, le Sel marin doit être le premier à se coaguler sur
la liqueur, & même aussi-tôt qu'elle commencera à s'éva-
porer, ce qui va être démontré par les expériences suivantes.

J'ai pris cette dissolution de Sel marin & de Salpêtre, je
l'ai mise en évaporation au Bain de Sable. Après un peu d'éva-
poration, le Sel marin a paru sur la liqueur en forme de py-
ramides quarrées, creuses & renversées la pointe en bas. Si
on a le soin d'enlever ce Sel à mesure qu'il se forme, on
remarque que c'est toujours du Sel marin pur jusqu'à ce qu'il
se soit évaporé la moitié de la liqueur : mais si on retire la
liqueur avant qu'il s'en soit évaporé plus de la moitié, &
qu'on la laisse refroidir, il se cristallise environ 4 dragmes $\frac{1}{2}$
de Salpêtre, & quelquefois davantage, & il en reste environ
4 dragmes dissout dans la liqueur, & un peu plus de 4 dragmes
de Sel marin.

Puisque le Sel marin se coagule sur la liqueur dans laquelle
il est dissout, à mesure qu'on la fait évaporer, il s'ensuit que
si on fait bouillir cette dissolution, la coagulation du Sel
marin doit se faire plus promptement & en plus grande quan-
tité, avec cette différence, c'est que lorsque l'on fait évaporer
cette dissolution à une chaleur modérée, il se forme sur la
liqueur une croûte de Sel marin qui devient d'autant plus
épaisse à proportion de ce qu'on la fait évaporer ; mais si
l'on fait bouillir la dissolution, le mouvement dont elle est
agitée doit empêcher qu'il ne se fasse une croûte, car aussi-tôt
qu'elle commence à se former, elle se brise en une infinité
de petites parcelles qui sont continuellement agitées par le
bouillonnement du liquide, comme l'expérience le fait voir.

J'ai fait bouillir dans un Coquemar trois pintes d'eau, dans lesquelles j'avois dissout une livre de Salpêtre, & autant de Sel marin ; après l'évaporation de la moitié de la liqueur, le Sel marin s'est formé pur jusqu'à la diminution des $\frac{2}{5}$ de la dissolution, ce que j'ai reconnu par l'examen exacte que j'en ai fait ; car j'ai dans ce moment versé ce qu'il y avoit de liquide, le Sel coagulé est resté au fond du Coquemar dont je l'ai retiré. Le grain étoit petit & anguleux, salé comme le Sel ordinaire. Je l'ai dissout dans l'eau, je l'ai fait évaporer à une douce chaleur, il a donné des cristaux de Sel marin qui ont bien décrépité ; enfin je l'ai trouvé Sel marin pur, hors peut-être 50 grains de Salpêtre que la dissolution, dont ce Sel s'est trouvé humecté, y a laissés.

Nous voilà enfin, d'expériences en expériences, arrivé au point d'expliquer de quelle manière se fait la précipitation du Sel marin dans la fabrique du Salpêtre ; mais il faut premièrement sçavoir ce que c'est que la liqueur qui fournit le Salpêtre. C'est une Lessive faite avec de l'eau passée plusieurs fois sur des Cendres & des Plâtras brisés presque en poussière. Les Cendres fournissent un Sel fixe. Les Plâtras sont empreints pour l'ordinaire de deux especes de Sel armoniac, l'un nitreux, & l'autre salin. Ce qui sera prouvé dans un Mémoire que je donnerai sur cette matière. Ces Sels étant dissous dans l'eau qu'ils trouvent chargée de Sel fixe, ce Sel fixe se saisit de la partie acide volatile nitreuse & de la partie acide volatile saline, & de cette manière forment deux Sels concrets ou moyens, sçavoir le Nitre & le Sel marin, la partie volatile urineuse alkaline qui étoit jointe aux acides ayant été, pour ainsi dire, chassée par le Sel fixe, s'échappe & s'évapore.

Cette Lessive, qui est jaunâtre & transparente, est donc composée de Salpêtre, de Sel marin, de Terre, d'Huile bitumineuse qui se trouve dans les Plâtras, d'une petite quantité de Sel fixe qui n'a pû être employé, lorsqu'il s'en est trouvé de surabondant, le tout dissout dans une très-grande quantité d'eau, & dans cet état elle est appelée *Cuite* par les

Salpêtriers. Cette Cuite est versée dans une Chaudière plus ou moins grande, suivant la quantité que l'on en fait. Plusieurs de nos Salpêtriers en font passer successivement douze demi-Queux dans une Chaudière qui contient trois demi-Queux, & la font bouillir trois fois vingt-quatre heures, plus ou moins, par rapport à l'ébullition plus ou moins forte, & que la Lessive est plus ou moins chargée de Sels.

Pendant l'ébullition, il se précipite beaucoup de terre au fond de la Cuite; cette précipitation commence le plus souvent deux heures après que la Cuite a commencé à bouillir, & continue jusqu'à ce que le grain se forme, qui, selon les Salpêtriers, est environ dix ou douze heures avant que la Cuite soit en état d'être tirée de la Chaudière, c'est-à-dire, après cinquante-cinq ou soixante heures de cuisson.

Pour m'en assurer, j'ai fait tirer de la Chaudière, vingt-quatre heures avant que la Cuite en fut tirée, environ une pinte de la Cuite que l'on a mise dans une Terrine de grès. J'ai examiné cette liqueur vingt-quatre heures après, j'y ai aperçu des cristaux de Salpêtre; j'ai ôté la liqueur surnageante, & j'ai trouvé au fond de la Terrine du Salpêtre cristallisé en fort petits cristaux, & une très-grande quantité de petits grains, la plupart poliédres, & semblables à ceux qui se trouvent au fond de la Chaudière. La plus grande partie de ces grains occupoient le fond de la Terrine sur une terre rouille qui touchoit immédiatement la Terrine. Le Salpêtre s'étoit formé sur ces grains, & l'on voyoit quantité de ces grains qui s'étoient formés sur les pointes des cristaux du Salpêtre, mais ceux-ci étoient quarrés comme tous ceux qui se forment tranquillement sur la liqueur par évaporation, ils se sont produit dans le temps que la liqueur s'est refroidie.

Voilà dans cette Cuite la formation du grain commencée vingt-quatre heures avant que la Cuite soit achevée, ce qui n'arrive pas de même dans toutes les Cuites. On a retiré de cette Cuite 300 livres de Salpêtre & 50 livres de grain ou Sel marin: le Salpêtrier me l'a dit ainsi. Ces gens-là cachent avec un soin extrême la quantité qu'ils tirent de ce grain

par rapport au profit que ce Sel leur produit. On ne peut donc s'affûrer sur leur parole ; mais, selon le calcul que j'en ai fait, & qui est fondé sur le temps que le grain a commencé à se former, & principalement sur la quantité de liqueur qu'il y avoit pour lors dans la Chaudière, il doit en avoir retiré près de 100 livres. Je suppose qu'il y avoit dans la Chaudière 420 livres d'eau ou de flegme, qui fussent, pendant qu'elle est bouillante, pour tenir 150 livres de Sel marin en dissolution ; cette quantité d'eau venant à diminuer par l'ébullition, ce Sel a dû se coaguler à proportion de l'évaporation. Lorsqu'il y a eu 270 livres d'eau ou de flegme évaporé, il doit s'être formé environ 100 livres de grain ou de Sel marin, il n'est resté dans la Chaudière que 150 livres d'eau, plus que capable de tenir en dissolution, pendant l'ébullition, 350 livres de Salpêtre, & 50 livres de Sel marin ; & comme dans ce temps-là ils ont retiré leur Cuite de la Chaudière, & l'ont mis * dans des Bassins de cuivre, il s'y est formé 300 livres de Salpêtre. Il est resté pour l'Eau-mère 150 livres de flegme, qui ont tenu en dissolution à froid 50 livres de Salpêtre, 50 livres de Sel marin, une certaine quantité de Sel fixe lorsqu'il est surabondant, & une matière grasse & bitumineuse, comme il sera prouvé dans un Mémoire que je donnerai sur l'Eau-mère.

L'on m'a objecté que l'Eau-mère ne contenoit peut-être ni Salpêtre ni Sel marin, & que nous n'avions aucune expérience pour le prouver.

J'ai répondu que j'avois beaucoup d'expériences qui le prouvoient, mais que la principale étoit, qu'ayant fait évaporer de l'Eau-mère jusqu'à ce qu'elle eût acquis de la consistance, je l'avois mis dans un Matras avec de l'Esprit de Vin, & que par la digestion mon Esprit de Vin s'étant chargé de la partie grasse & bitumineuse, je l'avois retiré de la matière saline qui restoit au fond du Matras, & que j'ai dissout avec de l'eau, & après l'avoir filtré & évaporé, j'en ai retiré par cristallisation presque autant de Salpêtre que de Sel marin. Tout ce que je viens de dire, est assés bien prouvé par les expériences

expériences que j'ai rapportées ci-dessus du Salpêtre & du Sel marin dissout dans l'eau froide, dans l'eau chaude & dans l'eau bouillante.

Voilà donc notre Sel précipité par cette seule propriété, qu'il ne peut être tenu en dissolution dans l'eau bouillante qu'à un peu plus du tiers du poids de l'eau, c'est-à-dire, que 24 dragmes d'eau bouillante ne peuvent tenir en dissolution que 9 dragmes de Sel marin, & quelquefois 9 dragmes $\frac{1}{2}$, & que 24 dragmes d'eau bouillante peuvent tenir en dissolution plus de 72 dragmes de Salpêtre & plus.

Tous les grains de ce Sel qui se forme dans la Chaudière, sont des polyèdres quelconques à cinq ou six facettes, ayant quelquefois une ligne de diamètre, de couleur rousse ou jaunâtre, & quelquefois très-brune, mais plus menus dans des Cuites que dans d'autres, ce qui peut venir de la manière dont les Salpêtriers font bouillir leur Cuite. Ils disent qu'il faut la faire bouillir le plus tranquillement qu'il est possible, parce que le grain se forme mieux, & pour parler en terme de l'art, il est mieux nourri. J'ai effectivement remarqué que le grain se trouve plus gros dans les Cuites où ils ont bien ménagé cette ébullition ; car lorsque le Sel se coagule sur la liqueur, & que par l'ébullition la croûte se divise en une infinité de pièces, ces pièces ne se brisent pas si fort, lorsqu'elles viennent à se choquer les unes contre les autres & contre les parois de la Chaudière ; car dans une ébullition tranquille, les parties les plus anguleuses se cassent & s'usent doucement, & prennent de cette manière une figure polyèdre plus régulière qui les obligent de se tenir au fond de la liqueur, plus ils approchent de la figure sphérique, moins ils ont de surface, ils sont par conséquent moins capables d'être agités par la liqueur qui en diminue moins leur grosseur ; au contraire lorsque les ébullitions n'ont point été ménagées, le grain en est plus petit & plus anguleux. J'ai vu des Cuites où ces grains étoient comme de la poussière. Le grain qu'on retire de la Chaudière, est ordinairement plus gros que celui qui reste au fond après que la Cuite est achevée.

Voilà la raison pourquoi le grain que j'ai retiré par l'ébullition de la dissolution de Salpêtre & de Sel marin étoit petit & anguleux, parce qu'il y a trop peu d'étendue dans les petits Vaisseaux dans lesquels je l'ai fait boüillir, où le grain rencontre plus souvent les parois du vaisseau contre lesquels il se brise.

J'ai fait boüillir chés moi, dans un Chaudron, quarante pintes de Lessive ou Cuite prête à mettre dans la Chaudière, j'en ai eu du Sel qui n'étoit pas si bien formé ni si gros que celui que le Salpêtrier a eu de la même Cuite.

Il n'y a point de doute que ce ne soit l'ébullition qui lui donne cette figure poliédre de la manière dont je l'ai dit ; car si l'on retire de la Chaudière plein une Ecuelle de Cuite dans le temps qu'elle produit le grain, on remarque que lorsque la liqueur commence à se refroidir, il se forme à sa superficie des pyramides renversées, toutes semblables à celle que forme ordinairement le Sel marin, & ensuite ces pyramides deviennent des cubes. Ce Sel décrépite sur les charbons ardents, lorsqu'il est en poliédre ; les poliédres les mieux formés, décrépitent avec plus de force, mais cela n'approche pas de celle avec laquelle il décrépite, lorsqu'il est formé en cube ; c'est un vrai Sel marin, qui m'a paru aussi agréable au goût que le Sel de Gabelle.



PROBLEME

PHYSICO-MATHEMATIQUE,

*Dont la solution tend à servir de Réponse à une des
Objections de M. Newton contre la possibilité
des Tourbillons calessés.*

Par M. l'Abbé de MOLIERES.

*A*BCDF est le plan de l'Orbe d'un Tourbillon elliptique rempli de Globules. Il s'agit de déterminer le moyen qu'il peut y avoir, que les centres des Globules que cet Orbe contient, circulent tous autour de son foyer *F* avec des vîteses qui soient entr'elles réciproquement comme les racines de leurs distances au centre *F* de leurs mouvements.

25 Mai
1729.
Fig. 1.

I.

Je réponds d'abord, que si ces Globules sont durs, comme Descartes le supposoit, le Probleme est impossible, ainsi que Newton l'a démontré. Car dans la supposition que tous ces Globules circulent autour du point *F* avec des vîteses qui sont entr'elles réciproquement comme les racines de leurs distances au foyer *F*, si du foyer *F* & de l'intervalle du petit diametre *FA* on décrit une circonférence circulaire *AHKL*, tous les Globules qu'elle contiendra étant à une égale distance du point *F*, leurs vîteses seront égales; il en sera de même de tous les Globules compris dans quelle on voudra des circonférences *ahkl* concentriques à la précédente. D'où il suit que dans le même temps que quelqu'un des Globules compris dans la circonférence *AHKL* occupera le lieu *K* du rayon *FK*, un autre Globule compris dans la même circonférence occupera le point *A*; & dans le même temps que quelqu'un des Globules compris dans la circonférence *ahkl* occupera le lieu *k* du même rayon *FK*, un autre Globule compris dans

G g ij

la même circonférence occupera le point a , & ainsi des autres points compris dans toutes les circonférences concentriques.

Il n'y aura donc entre A & F qu'autant d'espace qu'il en faut, pour que tous les Globules compris dans le plan du Cercle $AHKL$ circulent dans le rapport supposé des vitesses. Et partant les Globules compris entre K & C , & dans tout le reste M, M , de l'Ellipse, ne pourront circuler en même temps autour du foyer F , à moins qu'ils n'augmentent à chaque instant qu'ils passeront par l'espace FA , la vitesse des points précédents qui passent en même temps par le même espace.

II.

Mais si maintenant on suppose, comme a fait le P. Malebranche, que les Globules de Descartes ne sont que de petits Tourbillons, je dis que le Probleme est possible, & que les centres de tous ces Tourbillons pourront circuler autour du foyer F , & décrire des Ellipses, sans que leurs vitesses cessent d'être entr'elles réciproquement comme les racines de leurs distances au foyer F .

Nous avons démontré dans le Mémoire de 1728, que tous les points d'un Tourbillon compris dans une même superficie sphérique tendoient avec une égale force à s'éloigner du centre de leur mouvement, tant ceux qui étoient vers l'E'quateur, que ceux qui étoient vers les Poles, & qu'ils continuoient chacun à circuler toujours avec la même vitesse. D'où il suit que le Tourbillon résiste également de toutes parts à sa destruction, & qu'il peut par conséquent se conserver parmi d'autres Tourbillons de quelque façon qu'ils soient situés à son égard; ce qui rend le système des petits Tourbillons très possible.

Fig. 2.

Soient donc A, b, c, d, e, f, g , &c. plusieurs Tourbillons qui se touchent immédiatement, & dont les parties qui sont à leurs superficies, ayent une égale force centrifuge, il est clair qu'ils continuëront à circuler, chacun dans le même espace qu'il occupe; mais si les parties qui sont à la superficie

de l'un de ces Tourbillons *A* ont plus de force centrifuge, que les parties qui sont à la superficie de ceux qui l'environnent, il est bien visible que le Tourbillon *A* s'aggrandira aux dépens des autres, ou qu'il entraînera, en circulant, une partie de la matière des Tourbillons voisins.

Mais comme plus la superficie du Tourbillon *A* s'étendra, moins les points qu'elle contiendra auront de force centrifuge, & que plus les superficies des Tourbillons environnans diminuëront, plus la force centrifuge des points de leurs superficies augmentera, on voit bien qu'il y aura bientôt équilibre entre la force centrifuge du Tourbillon *A* & la force centrifuge de ceux qui l'environnent. On voit bien encore que la force centrifuge des Tourbillons *b, c, d, e, f, g*, augmentant à mesure que celle du Tourbillon *A* diminüe, ces Tourbillons s'aggrandiront à leur tour aux dépens des Tourbillons 1, 2, 3, 4, &c. qui les environnent, & ainsi de suite.

III.

Revenons maintenant à nôtre Ellipse, & supposant d'abord par impossible, qu'un des petits Tourbillons qu'elle contient partie d'un des points *N* compris entre *A* & *F*, pour circuler autour du foyer *F* dans l'Ellipse *ABCD*, la vitesse de tous les centres des petits Tourbillons compris dans le plan de l'Ellipse *ABCD*, étant par la supposition réciproquement entr'elles comme les racines de leurs distances, au centre *F* de leurs mouvements, les points du grand Tourbillon qui seront vers *P*, auront moins de vitesse que ceux qui seront vers *N*; ceux qui seront vers *Q*, moins que ceux qui seront vers *P*; au contraire ceux qui seront vers *R*, en auront plus que ceux qui seront vers *Q*; & ceux qui seront vers *N*, plus que ceux qui seront vers *P*.

D'où il suit qu'à mesure que le petit Tourbillon *T* parcourra l'espace *NPQ* passant d'un milieu où il y a plus de vitesse, & où les points qui le composent, rencontrent par conséquent plus de résistance à leurs circulations particulières autour de son centre propre, dans un autre milieu où il y en a moins, le petit Tourbillon *T* s'aggrandira nécessairement aux dépens

de ceux qui l'entoureront à mesure qu'il avancera de N en P jusqu'à ce qu'il soit parvenu en Q . Et qu'à mesure que le même Tourbillon T parvenu en Q parcourera l'espace QR ; passant d'un milieu où il y a moins de vitesse, & où les points qui le composent, rencontrent par conséquent moins de résistance à leur circulation particulière autour de leur centre propre, dans un autre milieu où il y en a plus, les petits Tourbillons qui l'entoureront ayant plus de force centrifuge autour de leurs propres centres, que le Tourbillon T en a, s'aggrandiront à ses dépens, & son volume diminuera à mesure qu'il parcourera l'espace QRN ; de sorte qu'il sera réduit enfin en arrivant au point N , au même volume qu'il avoit lorsqu'il en est parti.

Soit $n, 1, 2, 3, 4, 5$, &c. $q, 1, 2, 3, 4, 5$, &c. une des rangées des petits Tourbillons compris dans l'Ellipse $ABCD$ qui circulent autour du foyer F à mesure que le petit Tourbillon n parcourera l'espace $n, 1$, on comprend qu'il s'aggrandira aux dépens du Tourbillon 1 , & de ceux qui le touchent tant en dessus qu'en dessous, & qu'à côté du même Tourbillon 1 ; & que le Tourbillon n deviendra aussi grand que le Tourbillon 1 . Qu'en même temps le Tourbillon 1 parcourera l'espace $1, 2$, & qu'en le parcourant il s'aggrandira aux dépens du Tourbillon 2 , & de ceux que le Tourbillon 1 touche immédiatement, & qu'il deviendra aussi grand que le Tourbillon 2 , & ainsi de suite jusqu'en q ; qu'en même temps le Tourbillon q parcourera l'espace $q, 1$, & sera réduit par les Tourbillons environnants qu'il rencontre à la grandeur du Tourbillon 1 , qu'en même temps le Tourbillon 1 parcourera l'espace $1, 2$, & sera réduit toujours par les Tourbillons qu'il rencontre, & qui s'aggrandiront à ses dépens à la grandeur du Tourbillon 2 , & ainsi de suite jusqu'en n , où il se trouvera réduit à la même grandeur qu'il avoit lorsqu'il en est parti.

Or ce que je viens de dire du Tourbillon n & de la rangée $npqrn$, peut s'entendre généralement de tous les petits Tourbillons compris entre F & A , & des rangées qui leur

répondent; d'où il suit que tous les petits Tourbillons qui étant en FA n'occupent que l'espace FA , étant en FC occuperont l'espace FC . Ainsi dans cette hypothèse qui est très intelligible & mécanique, toute la matière du grand Tourbillon qui est entre F & C , & qui compose tous les petits Tourbillons qu'il contient, ne circulera pas à la vérité toute entière autour du foyer F , une grande partie demeurera par les chemins, & il n'en passera à chaque instant entre F & A , que ce qu'il en faut pour remplir les conditions du Probleme. Mais tous les centres des petits Tourbillons, & par conséquent tous ces Tourbillons, pourront réellement circuler autour du foyer F avec des vitesses qui soient entr'elles réciproquement comme les racines de leurs distances.

Et l'observation que feu M. Cassini a faite, & qui est rapportée quelque part dans les Mémoires de l'Académie; Que la Planete de Mars dans son Aphélie, employe une minute de temps de plus à circuler autour de son centre, que lorsqu'elle est dans son Périhélie, prouve assés sensiblement que ce que je viens de dire de l'aggrandissement de nos petits Tourbillons, est confirmé par l'expérience; car la raison de ce retardement peut fort bien venir de ce que le Tourbillon de cette Planete s'aggrandissant, lorsqu'elle est dans son plus grand éloignement du Soleil, la force centrifuge de ce Tourbillon diminue nécessairement, en se distribuant à plus de matière que lorsqu'elle est plus voisine de cet Astre.

COROL. On peut recueillir de ce que nous venons de dire, que dans toutes les moindres parties sensibles de l'étendue d'un grand Tourbillon, il se fera un fassément & refassément continuel des moindres parties de la matière qui le compose, lesquelles passeront & repasseront sans cesse par un mouvement subit & rebrouffé d'un des petits Tourbillons dans l'autre, & que ce mouvement pourra déterminer certaines parties de la matière engagées dans les moindres coins & recoins qui sont parmi tous ces petits Tourbillons, à se dégager des endroits où elles auront pû se former, & à se précipiter en foule de tous les points du grand Tourbillon au

centre commun *F*. Effet qui peut servir de principe pour rendre raison de plusieurs phénomènes généraux de la Nature, tels que sont l'entretien de la chaleur & de la lumière du Soleil, de la fécondité de la Terre, &c.

Réponse à une difficulté.

Selon les loix du choc des corps reçues maintenant de tout le monde, & confirmées par l'expérience, *les mouvements contraires se détruisent*, d'où l'on conclut que s'il faut qu'à chaque instant la matière qui passe le plus souvent en sens contraire d'un de nos petits Tourbillons dans l'autre, perde de sa vitesse, il y a tout lieu de craindre que toute la force du grand Tourbillon ne soit bientôt dissipée.

Fig. 4. *T* est le centre d'un Tourbillon qui se meut selon l'ordre des lettres *ABC*. *V* est le centre d'un autre Tourbillon qui se meut en sens contraire selon l'ordre des lettres *MNO*. On suppose que ce dernier s'aggrandisse aux dépens du premier, pour cet effet il est nécessaire que la matière du Tourbillon *T* qui est vers *B*, & qui tend vers *C*, entrant dans le Tourbillon *V*, tende vers *O*. Or il semble que cela ne peut arriver selon le principe de la destruction des mouvements contraires, à moins 1.^o que la matière *N* qui vient de *M*, & qui entraîne vers *O* la matière *B* qui tend vers *C*, ne perde autant de force que la matière *B* en a vers *C* : 2.^o que la force de la matière *B* vers *C* ne soit détruite : 3.^o que la matière *N* ne communique, outre cela, du mouvement qui peut lui rester, à la matière *B* pour la faire mouvoir vers *O*, ce qui tend à diminuer prodigieusement à chaque instant la force du Tourbillon *V*, en dépouillant le Tourbillon *T* d'une partie de sa force, &c.

Fig. 5. Mais cette apprehension cessera bientôt, si l'on fait réflexion que, quoiqu'un corps qui se meut d'abord en ligne droite de *A* vers *B*, ne puisse changer de détermination, & se mouvoir de *B* vers *A*, tant sur la même ligne *BA*, qu'en décrivant une autre ligne droite *BO* qui forme un Angle rectiligne aigu avec la précédente, que par la perte entière

do

de son premier mouvement BA , & par une acquisition d'un autre mouvement de B vers A ou vers O ; il peut cependant se faire que ce même corps change de détermination, & se meuve d'abord de a vers b , & ensuite de b vers a , sans perdre aucune partie finie de sa vitesse, pourvu qu'à l'endroit b , ce corps décrive une Courbe quelconque, ainsi que M. Varignon l'a démontré. Fig. 6.

Or lorsqu'un Tourbillon MNO sollicite la matière B d'un autre Tourbillon ABC , qui se meut en sens contraire, d'entrer chés lui, il ne peut le faire que par sa force centrifuge, dont la direction est du centre V , à la circonference, & nullement par la direction de la vitesse de ses parties, qui est selon la tangente NO , & qui est directement opposée à la direction BC de la vitesse des parties de l'autre Tourbillon T qu'elle rencontre, tellement que la force des parties de la matière du Tourbillon V qui s'aggrandit, n'agissant que selon des perpendiculaires sur la direction de la vitesse des parties du Tourbillon T qui diminue, elles ne peuvent les détourner que peu à peu, en lui faisant décrire des lignes courbes $MBNC$, semblables au *folium* de Descartes; de la même façon que la pesanteur fait décrire une Courbe à une Bombe qui s'élance dans l'air, & qui retombe sur la surface de la Terre; ainsi ni la matière du Tourbillon qui s'aggrandit, ni celle du Tourbillon qui l'entraîne en s'aggrandissant, ne perdent aucune partie finie de leurs vitesses, ce qui mérite bien d'être observé. Fig. 4.

REMARQUE.

Comme le Tourbillon composé est un principe fécond pour résoudre les Problemes mécaniques que l'on peut former sur l'inspection des phénomènes de la Nature, & dont la résolution peut aider ensuite à l'explication de ces mêmes phénomènes, j'ai pensé qu'il ne seroit pas hors de propos d'en donner ici une idée générale.

Selon la supposition de Descartes, l'Univers sensible est composé de vastes Tourbillons, dont le Soleil, les Étoiles fixes & les Planetes sont les centres. Cet Auteur remplissoit

tous ces Tourbillons de très-petites boules dures, qui s'entre-touchant toutes, transmettoient, à son avis, la lumière ou l'action des Astres jusqu'aux extrémités de l'Univers, & il plaçoit dans les espaces angulaires que ces Globules devoient laisser nécessairement entr'eux, une matière qu'il concevoit incomparablement plus subtile & plus déliée, dont il déduisoit les phénomènes du feu.

Mais le P. Malebranche ayant considéré que le ressort ne pouvoit être une qualité absolue de la matière, mais un phénomène qui procédoit d'une certaine disposition de ses parties, & que la matière subtile de Descartes, comprise entre des Globules qui devoient tous s'entretoucher sans aucune interruption pour satisfaire aux phénomènes de la lumière, cette matière subtile ne pouvoit jamais se rencontrer à point nommé en une assez grande quantité pour produire le feu dans tous les endroits où l'on pourroit exciter en un instant un grand incendie, le P. Malebranche a pensé qu'il étoit absolument nécessaire de transformer les Globules de Descartes en autant de petits Tourbillons, qui formant tous ensemble un milieu élastique qui rempliroit tout l'Univers, seroit bien plus propre à transmettre l'action des Corps lumineux que les Globules durs de Descartes; Et que ces petits Tourbillons étant nécessairement composés d'une matière incomparablement plus subtile, plus agitée & plus abondante que ne pouvoit jamais être la matière subtile de Descartes comprise dans les espaces angulaires, puisque non seulement elle occupoit tous ces mêmes espaces angulaires, mais qu'elle remplissoit encore toute la capacité des Globules ou petits Tourbillons qu'elle formoit, pourroit bien mieux satisfaire aux phénomènes du feu.

On sçait tous les avantages que cet Auteur célèbre a prétendu retirer de son hypothèse; mais je pense que pour donner à ses conclusions toute la solidité qu'elles méritent, il est nécessaire de pousser plus loin son idée, & d'admettre dans la division actuelle de la matière une progression à peu-près semblable à celle que nos nouveaux Géomètres ont re-

connu dans sa divisibilité ; car il est à présumer que l'Auteur de la Nature s'est procuré dans la construction de son ouvrage, s'il est possible de le faire, les mêmes avantages que l'hypothese des Infiniment petits de tous les genres procure aux Géomètres de notre temps.

Fig. 4.

Je ne ferai donc ici aucune difficulté de supposer, non-seulement comme a fait cet Auteur, d'autres Tourbillons dans les espaces angulaires des précédents, encore plus petits que les premiers, & d'autres Tourbillons encore plus petits dans les nouveaux espaces angulaires que laissent les seconds, & ainsi de suite, ce qui ne formeroit jamais dans l'Univers qu'un seul milieu élastique hétérogène ; mais je supposerai que les petits Tourbillons que le P. Malebranche a substitués aux Globules de Descartes, & que j'appellerai *Tourbillons du premier genre*, sont eux-mêmes composés d'autres Tourbillons incomparablement plus petits, que j'appellerai *Tourbillons du second genre*, & qui remplissent non seulement toute la capacité des premiers, mais encore tous les espaces angulaires qu'ils laissent entr'eux ; & que ces Tourbillons du second genre forment tous ensemble un second milieu élastique qui occupe tout l'Univers, & dont les forces centrifuges & les vibrations sont autant différentes & indépendantes des forces centrifuges & des vibrations du milieu que forment les Tourbillons du premier genre, que les forces centrifuges & les vibrations de celui-ci le sont de celles des grands Tourbillons de Descartes.

Fig. 5.

Fig. 6.

Fig. 4.

Que ces Tourbillons du second genre sont encore composés de Tourbillons d'un troisième genre, qui forment tous ensemble un troisième milieu élastique, qui a le même rapport au second, que le second au troisième, & ainsi de suite tant qu'il sera nécessaire de pousser la division & subdivision de la matière pour rendre raison de quelque phénomène ; de telle sorte que ce ne sera que lorsqu'un Probleme mécanique que je me serai formé sur l'inspection de quelque phénomène de la Nature, ne pourra être résolu par le moyen des Tourbillons du premier genre & du milieu qu'ils composent, que

j'aurai recours aux Tourbillons du second genre, & au milieu qu'ils forment, & ainsi de suite; suivant en cela la Methode de Descartes, qui consiste à ne pas chercher à résoudre un Probleme géométrique par les Sections coniques, ou par d'autres lignes encore plus composées, lorsqu'il est de nature à pouvoir être résolu par le cercle & la ligne droite.

O B S E R V A T I O N S
SUR LA STRUCTURE ET L'ACTION
DE
QUELQUES MUSCLES DES DOIGTS.

Par M. HUNAUD.

ON ne sçait guères autre chose sur les Muscles sublime, profond & extenseur des doigts, si ce n'est que chacun de ces Muscles fournit quatre tendons, que les tendons du profond s'attachent à la troisième phalange de l'index, du grand doigt, de l'annulaire & de l'auriculaire, ceux du sublime à la seconde phalange des mêmes doigts pour leur faire faire la flexion, & que l'extenseur commun leur fait faire l'extension. On n'a point entré plus avant dans l'examen de ces Muscles : on n'a point fouillé dans leur intérieur, pour reconnoître la disposition des fibres charnûes à l'égard des tendons qui en partent.

On peut remuer facilement (sur-tout avec un peu d'habitude) une partie d'un doigt, la seconde phalange de l'index, par exemple, sans remuer la seconde phalange des autres doigts. Les fibres charnûes du Muscle sublime qui font mouvoir cette seconde phalange de l'index, ont donc une action distincte & séparée des autres fibres du même Muscle.

Je puis de même remuer séparément chaque seconde phalange des autres doigts; il faut par conséquent qu'il y ait dans le Muscle sublime des fibres charnûes particulières à chacun

fig. 2.

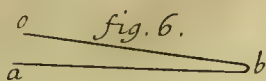
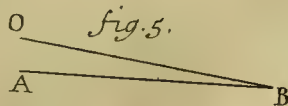
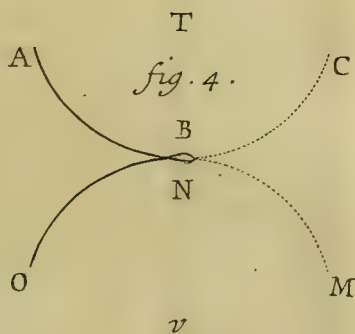
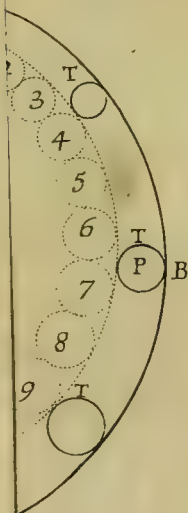
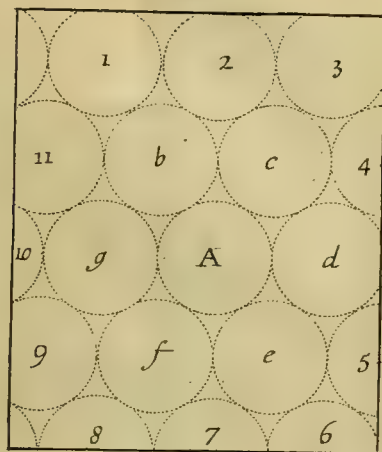
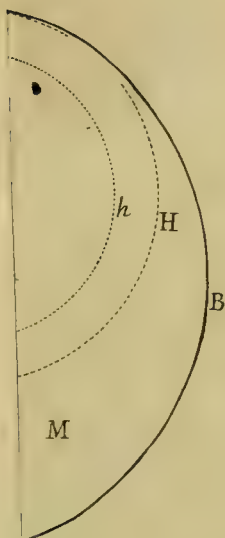
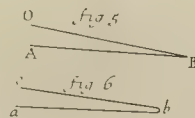
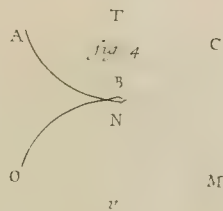
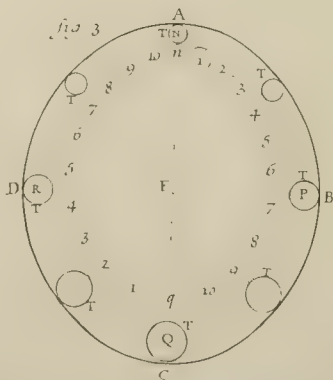
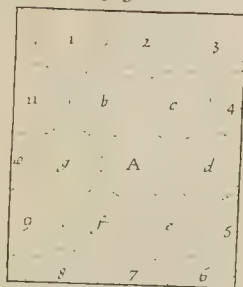
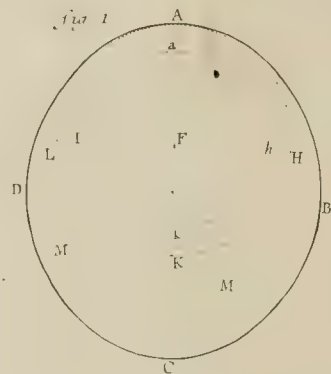


fig. 2.



des tendons qui vont à la seconde phalange de chaque doigt; ou, pour mieux dire, il faut que ce qu'on nomme le Muscle sublime ne soit point un seul Muscle, mais quatre Muscles au moins, qui étant distingués les uns des autres par leurs fonctions, doivent l'être par la disposition & l'arrangement de leurs fibres.

On en peut dire autant des Muscles profond & extenseur des doigts.

Si l'exactitude des Anatomistes va, & avec raison, jusqu'à faire une distinction entre des Muscles qui servent à la même partie, & qui lui font faire un même mouvement, on ne doit pas confondre des Muscles dont les usages sont différents.

Quand on ne regarderoit point les Muscles que je viens de nommer comme composés de différents Muscles, leur intérieur mériteroit toujours d'être examiné; il n'est pas même de Muscle dans tout le corps, dont il ne seroit curieux, & peut-être même utile de sçavoir la construction. Pourquoi borner nôtre science du côté des Muscles, à connoître assés en gros leurs attaches, & dans quel sens ils font mouvoir les parties où ils aboutissent? L'inclinaison des filets tendineux à l'égard des fibres charnières, lesquelles sont les causes premières du mouvement des Muscles: la longueur, la multitude de ces mêmes fibres: les différents plans qu'elles composent, d'où naît le plus ou le moins de force dans les Muscles, & l'étendue plus ou moins grande dans leurs mouvements, sont des objets dignes des recherches des Anatomistes.

Je trouvai avec plaisir, en développant le Muscle sublime; ce que j'y avois imaginé avant que de le dissequer, c'est-à-dire, un Muscle ou un paquet de fibres charnières particulier à chacun des tendons qui en partent; j'y trouvai encore des choses que je n'y avois nullement soupçonnées.

Les Muscles *B* & *C*, qui sont ici éloignés l'un de l'autre, sont dans le sujet unis en haut l'un à l'autre par leurs côtés qui se regardent, & ne paroissent faire qu'un tout qui est presque entièrement tendineux, & qui cache le Muscle *A*. Le côté opposé de *B* est collé au tendon du cubital interne; Fig. 1.
& 2.

& s'attache au condyle interne de l'humerus. Le Muscle *C* est collé à la partie supérieure du palmaire, au radial interne, au tendon commun du radial interne, & du pronateur rond, & s'attache enfin à l'apophyse coronoïde du cubitus, & au condyle interne de l'humerus.

Les fibres du Muscle *A* qui regardent dans ces Figures le Muscle *C*, sont attachées à la partie postérieure du condyle interne de l'humerus & au cubitus jusqu'à un pouce au-dessous de l'apophyse coronoïde; l'autre partie du Muscle *A* est attachée aux Muscles *B* & *C* dans l'endroit où ces deux derniers Muscles se réunissent, & paroissent n'en faire qu'un.

Du tendon *D* qui descend du milieu du Muscle *A*, partent trois Muscles ou trois paquets de fibres charnûes *E*, *F*, *G*, (*Fig. 1.^{re}*) Le Muscle *E*, qui est le plus foible & le plus mince, concourt avec les fibres *B* pour former ensemble un seul tendon 3. Du même côté du tendon *D*, d'où part le Muscle *E*, part aussi le Muscle *G*, & du côté opposé le Muscle *F*.

Il se joint aux fibres *C* d'autres fibres *L* qui viennent du ligament entosséux & du rayon. Outre ces fibres j'ai trouvé dans quelques Sujets un paquet de fibres charnûes, qui partoît de *D*, & qui s'unissoit au tendon de *CL*, de même que le paquet *E* se joint au Muscle *B* : ou-bien à sa place j'ai vû d'autres fois deux ou trois filets charnus *H* écartés les uns des autres, ainsi que le représente la 2^e Figure; assés souvent ni l'un ni l'autre ne se rencontre, comme dans la Figure 1^{re}.

On connoît les doigts auxquels sont destinés les Muscles représentés dans ces Figures, par les chiffres qui sont au bas de leurs tendons. Le tendon 1 s'attache à l'index, le tendon 2 au grand doigt, le tendon 3 à l'annulaire, & le tendon 4 au petit doigt : tous ces tendons prennent, sous le ligament annulaire, la situation qui leur convient par rapport aux doigts où ils vont; & ils ne sont ainsi disposés dans ces Figures, qu'afin que toutes les parties pussent paroître.

S'il est vrai, comme il y a tout lieu de le croire, & comme le veut Stenon, qu'il n'y ait point de fibre charnûe qui n'ait ses

deux extrémités tendineuses, on ne regardera pas le tendon *D* Fig. 1.
comme servant seulement d'attache aux Muscles *E, F, G*;
on doit le regarder aussi bien comme un assemblage des ten-
dons de ces trois Muscles, que comme le tendon du Muscle *A*;
ou, pour parler encore plus clairement, les fibres tendineu-
ses *D* sont continües aux fibres charniües de ces trois Muscles
& au Muscle *A*; ainsi chacun de ces Muscles *E, F, G*, res-
pectivement avec le Muscle *A*, ou avec des portions du
Muscle *A*, peut être regardé comme un Muscle digastrique.

Je n'eus pas plutôt découvert dans le Muscle sublime tous
ces différents Muscles, ou, si l'on veut, toutes ces différentes
parties, que je pensai à développer leurs usages. Je ne trouvai
aucune difficulté à l'égard des Muscles *F* & *G*; le premier est
pour fléchir la seconde phalange de l'index, & l'autre pour
celle du petit doigt. Le Muscle *A* me parut le Muscle auxi-
liaire des deux précédents, lorsqu'il arrive que la seconde
phalange de l'index & celle du petit doigt sont chargées en
même temps d'un fardeau trop considérable pour les Mus-
cles *F* & *G*.

Je fis le même arrangement à l'égard du Muscle biceps *BE*;
je jugeai que la portion *E*, à cause de sa ressemblance avec
les Muscles *F* & *G*, étoit destinée pour fléchir la seconde
phalange de l'annulaire, lorsqu'elle n'est point chargée, ou
lorsqu'elle ne l'est que peu, & que les deux portions *B* & *E*
agissoient ensemble, lorsqu'il est besoin de force. *E* me parut
encore à portée d'être secouru par le Muscle *A*.

Comme le Muscle, ou les filets charnus, qui dans la Fi-
gure 2.^e vont du tendon *D* au Muscle *CL*, ne se trouvent
pas toujours, je ne les fais entrer pour rien dans l'explication
de l'action du Muscle *A*; quand ce Muscle, ou ces filets se
rencontrent, on peut leur appliquer ce que je dis du Muscle *E*.

Quoique les parties *B* & *C* soient unies entr'elles, & avec
le Muscle *A*, cependant comme cette union n'est presque
leur extrémité, & que dans cet endroit *B* & *C* sont presque
entiérement tendineux, j'ai cru que l'action de ces trois
Muscles étoit indépendante.

Je regardai donc le Muscle *A* comme un Muscle (*Fig. 1.*) auxiliaire des trois Muscles *E, F, G*, parce qu'il est clair que *A* ne peut se contracter, que ces trois Muscles ne soient tirés en même temps vers l'humerus, & par conséquent que la seconde phalange des doigts index, annulaire & petit doigt ne soit en même temps fléchie. De-là je conclus que lorsque les secondes phalanges de ces trois doigts se fléchissent dans le même temps, elles sont en état de soutenir un poids de beaucoup supérieur à la somme des trois poids, que les secondes phalanges de ces trois doigts agissant séparément peuvent soutenir.

Je ne fus pas long-temps dans ce sentiment; je compris bientôt que le Muscle *A* ne pouvoit rien ajouter à la force des trois Muscles *E, F, G*, quelque résistance que ces trois Muscles ayent à vaincre, en agissant soit ensemble, soit séparément; c'est ce que je crois pouvoir facilement démontrer. Je vais auparavant faire trois remarques, qui ne sont nécessaires que pour une plus grande clarté.

1.^o Je regarde les trois Muscles *E, F, G*, comme tirant suivant une même direction; l'angle qu'ils font entr'eux est si aigu qu'on peut n'y pas faire attention. Des lignes menées du milieu des doigts suivant leur longueur, & qui se rencontrent vers le milieu de l'avant-bras, ne font pas un angle bien grand.

2.^o Les Muscles *E, F, G*, peuvent être regardés comme tirant dans la direction, suivant laquelle le Muscle *A* tire, parce que l'angle que font ces trois petits Muscles avec le Muscle *A* est si obtus, qu'on peut regarder le Muscle *A* comme étant suivant une ligne droite avec chacun des trois autres.

3.^o Je considère la puissance absolue des Muscles *E, F, G*, & non pas leurs effets par rapport aux doigts où ils se terminent, parce que ces Muscles les tirent suivant une direction fort oblique: cela est indifférent, puisque les tendons du Muscle sublime qu'il s'agit de comparer les uns avec les autres, ont tous une direction semblable à l'égard des doigts où ils vont.

Cela posé, la force réunie des trois Muscles *E, F, G*, lorsqu'ils se contractent ensemble, est ou inférieure ou égale ou supérieure à la force qu'a le Muscle *A* en se contractant.

Si celle des trois Muscles est supérieure, *A* bien-loin de les pouvoir aider, ne pourra pas même alors se contracter, puisqu'il sera tiré par une force capable d'empêcher le raccourcissement de ses fibres. Supposons, par exemple, que chacun de ces trois petits Muscles puisse soutenir 20 livres en se contractant, & que le Muscle *A*, en se contractant aussi, n'en puisse soutenir que 40 : il est clair que les trois Muscles *E, F, G*, étant en action pour porter 60 livres, le tendon *D* se trouvera tiré par 60 livres (car ces Muscles tireront autant par leur extrémité supérieure, qu'ils seront tirés sur leur inférieure) Or par la supposition le Muscle *A* ne peut soutenir que 40 livres, ainsi il ne pourra agir.

Si le Muscle *A* est égal en force aux trois petits Muscles *E, F, G*, il ne fera que résister autant qu'il sera tiré; & en ce cas il ne fera pas plus que ce que pourroit faire le tendon *D* tout seul prolongé jusqu'au condyle interne de l'humerus. Dix Muscles également forts, placés à la suite les uns des autres, ne pourroient pas faire tous ensemble plus d'effet qu'un seul de ces Muscles. Ces reflexions, & les applications qu'on en peut faire, détruisent bien des idées assés reçues.

Si le Muscle *A* se contractoit avec une force capable d'enlever 80 livres; en appliquant ces 80 livres aux extrémités des trois Muscles *E, F, G*, il est certain qu'ils ne pourroient pas alors se contracter, puisqu'ils seroient tirés par une force supérieure à celle qu'ils peuvent soutenir.

De-là il suit que le Muscle *A* n'est nullement en état d'augmenter l'action des Muscles *E, F, G*, & qu'ainsi les secondes phalanges de l'index, de l'annulaire & du petit doigt, ne sont pas en état de soutenir un plus grand poids agissant ensemble, qu'en agissant tous trois séparément; c'est aussi ce que l'expérience confirme.

Quel sera donc l'usage du Muscle *A*? Il peut en avoir plusieurs; mais je ne lui en découvre qu'un. Lorsque j'étends

le poignet le plus que je puis, de-sorte que le dos de ma main fait un angle avec mon avant-bras, & qu'en même temps aussi les doigts sont étendus, il y a plus loin alors du condyle interne de l'humerus à la seconde phalange par le dedans de la main, que quand mon poignet ne fait point angle en dehors avec l'avant-bras, ou qu'il en fait en dedans, & qu'en même temps la première phalange est droite ou fléchie. Comme les fibres charnues des trois Muscles *E, F, G*, sont courtes, elles ne peuvent pas beaucoup s'étendre : les fibres de *A*, en s'allongeant dans le premier cas, permettent, si l'on peut ainsi parler, à l'origine des trois petits Muscles de s'approcher de leur insertion ; de cette façon, les secondes phalanges peuvent être étendues dans le temps que le poignet & la première phalange le sont aussi. Comme au contraire il arrive lorsque le poignet & la première phalange des doigts sont fléchis, qu'il y a moins loin du condyle interne de l'humerus aux secondes phalanges, que dans la situation précédente, le Muscle *A* retire l'origine des trois petits Muscles *E, F, G* ; ainsi ces trois petits Muscles sont en état d'agir à peu-près également dans ces deux situations différentes.

Il n'arrive pas, dira-t-on, un égal changement aux Muscles *B & C* ; on peut répondre à cela, que les fibres de ces deux Muscles sont plus longues que celles des Muscles *E, F, G*, & qu'ainsi elles sont en état de s'allonger & de se raccourcir plus que les autres ne le peuvent faire.

La structure du Muscle sublime, telle que je viens de la faire voir dans le sujet, & que je l'ai décrite, m'a toujours paru dans tous les Cadavres que j'ai disséqués, la même, par rapport aux circonstances dont j'ai parlé jusqu'ici. D'ailleurs j'y ai trouvé quelquefois quelques variétés. La plus considérable, & que je n'ai remarqué que dans un seul sujet, étoit un paquet de fibres charnues qui descendoit du haut de l'avant-bras, & qui concouroit avec le Muscle *F* à la formation du tendon *I* destiné à l'Index, de la même manière que le Muscle *B* se joint avec le Muscle *E*. J'ai encore vu quelquefois un très-petit faisceau de fibres charnues se détacher du Muscle *A*, pour aller, après

être devenu tendineux, se perdre dans le fléchisseur de la seconde phalange du poulce ou dans le Muscle profond.

Ces especes de confusion, aussi-bien que la division des tendons auprès des doigts en différentes parties qui vont s'unir avec les tendons destinés aux autres doigts (ce qui est plus ordinaire aux tendons du profond , & plus encore à ceux de l'extenseur commun qu'aux tendons du sublime) sont peut-être une des causes du peu d'adresse de certaines personnes ; & du peu de facilité qu'elles ont à joier des instruments ; car alors une phalange d'un doigt ne peut se fléchir ou s'étendre ; qu'une autre phalange ou la même phalange d'un autre doigt ne se fléchisse en même temps ou ne s'étende , suivant que la confusion se trouve dans les tendons des fléchisseurs ou de l'extenseur. Au reste, les différentes portions charnuës du Muscle sublime sont plus faciles à développer dans les personnes qui ont eû de l'adresse , & qui ont travaillé à des choses qui demandent en même temps différents mouvements des doigts , que dans les sujets dont les doigts ne se sont presque jamais mûs séparément. Il n'en faut pas chercher bien-loin la raison.

Les tendons des Muscles sublime & profond, en passant sous le ligament annulaire, sont attachés assés lâchement les uns aux autres par des membranes assés fortes qui tapissent tout le dedans de l'anneau. Quelques prolongements de ces membranes accompagnent les tendons de ces deux Muscles jusqu'auprès du commencement des doigts ; & là s'unissant, ce que personne , je crois, n'a remarqué, intimément avec les tendons, disparoissent entièrement.

Un peu auparavant le commencement des doigts , ces tendons prennent une nouvelle gaine. Au-dessus, au-dessous & vis-à-vis de l'articulation de la premiere phalange, elle est composée de petits ligaments durs & solides en forme de demiranneaux, qui laissent entr'eux de petits espaces remplis seulement de parties membraneuses. Par cet artifice les tendons sont retenus dans leurs places , & la flexion de la première phalange n'est point empêchée, comme elle le seroit, si ces

anneaux n'étoient point séparés les uns des autres. A cette gaine en succede une autre, qui est d'une substance presque cartilagineuse & toute d'une pièce ; elle commence où finit la précédente, & elle cesse avant la seconde articulation des doigts. Là une membrane prend sa place, & se continuë jusqu'à l'attache du tendon du perforans. Cette membrane est renforcée d'espaces en espaces par des demi-cerceaux ligamenteux qui sont attachés aussi-bien que les autres pièces de la gaine aux parties latérales des os. Ces demi-cerceaux passent quelquefois obliquement sur les tendons, & quelquefois les coupent à angles droits. Ils touchent immédiatement les tendons, & la membrane les recouvre.

Tous ceux qui ont parlé des Muscles lombricaux des doigts de la main, leur donnent pour attache à chacun le tendon du Muscle profond qui est destiné au doigt où va le lombrical. Je ne me souviens pas d'avoir entendu ou lû rien de contraire ; j'ai cependant toujours trouvé que le lombrical destiné à l'annulaire a deux attaches, l'une au tendon du profond de l'annulaire, & l'autre à celui du grand doigt. Si on a trouvé quelquefois, ce que je ne sçais pas, le lombrical de l'annulaire attaché au seul tendon du profond de l'annulaire, & qu'on ait regardé cette dernière disposition comme la naturelle, on auroit dû au moins faire mention d'une exception qui est si fréquente que je l'ai toujours rencontrée. Mais l'exception, s'il y en a, ne regarderoit-elle point plutôt le cas de l'attache simple ?

J'ai encore trouvé fort souvent le lombrical du petit doigt attaché aux tendons du profond, qui vont à l'annulaire & au petit doigt. J'ai vû dans un seul sujet que le petit doigt n'avoit point de lombrical, celui qu'il devoit naturellement avoir, alloit à la première phalange de l'annulaire du côté du petit doigt ; le grand doigt en avoit deux, un de chaque côté ; celui de l'Index étoit à l'ordinaire.

D'autres observations que j'ai faites sur les Muscles des doigts, avec celles que me pourra fournir un nouvel examen de ces parties, seront le sujet d'un second Mémoire.



Fig. 1.^{re}

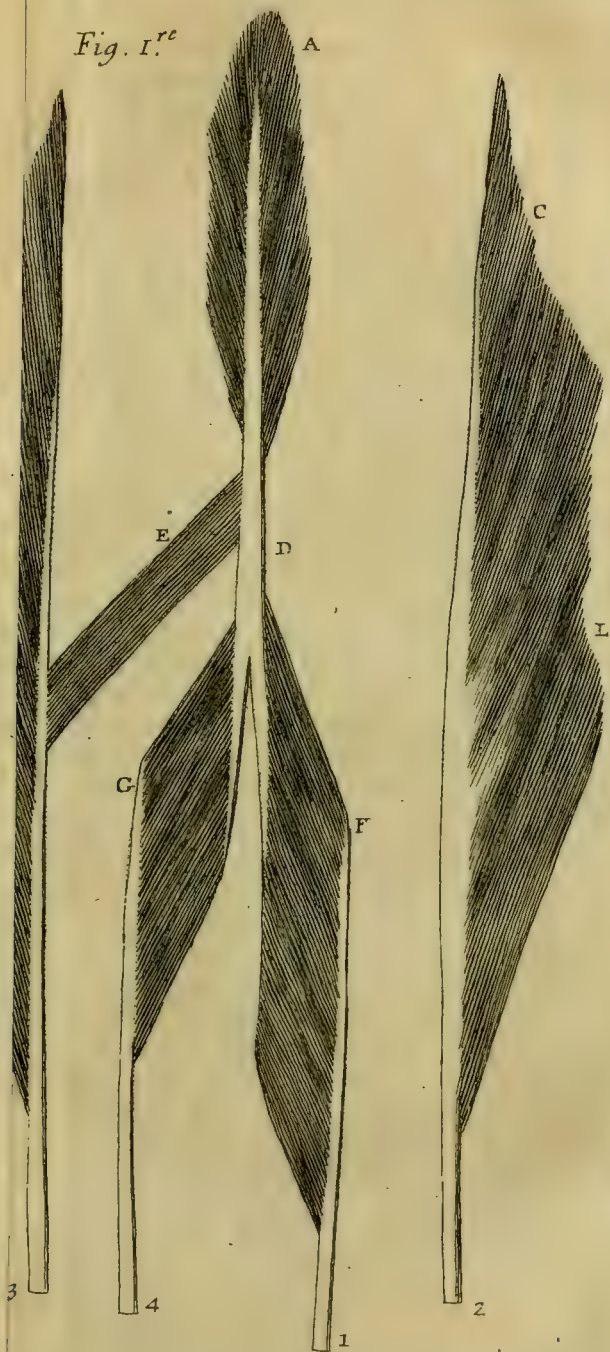
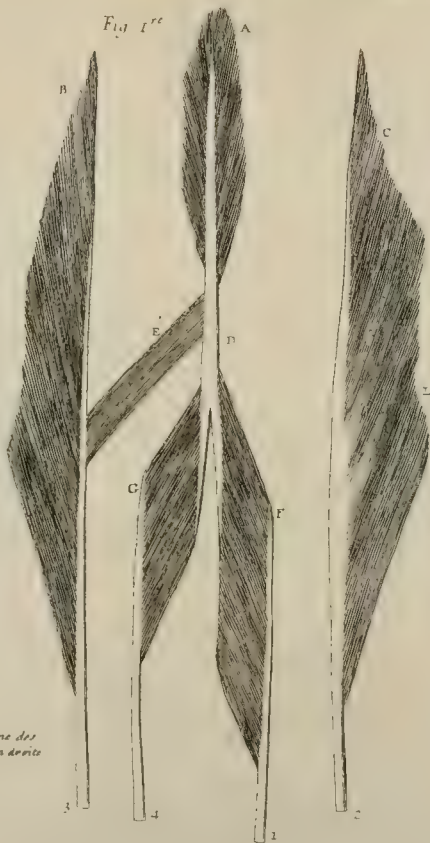


Fig. 1^{re}



Muscle sublime des
doigts de la main droite
développé

Fig. 2^e.

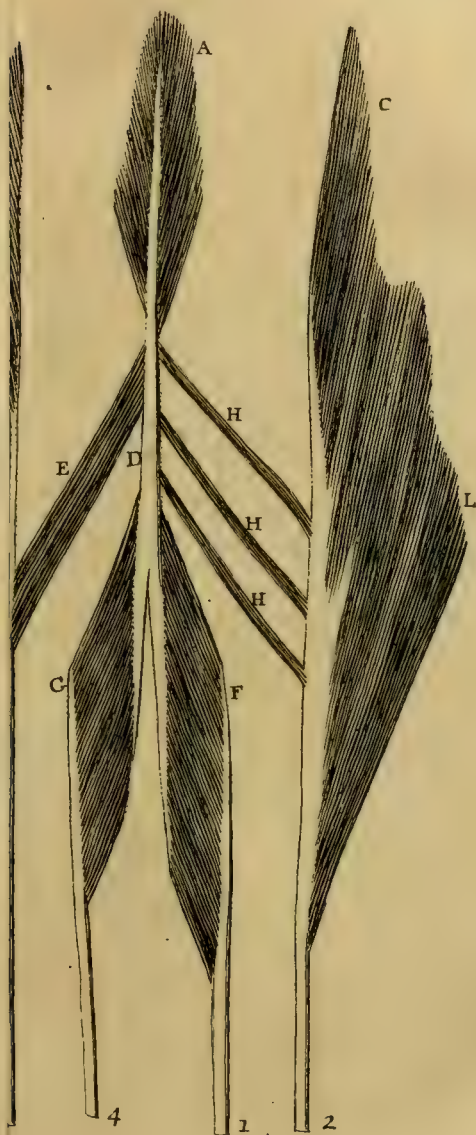
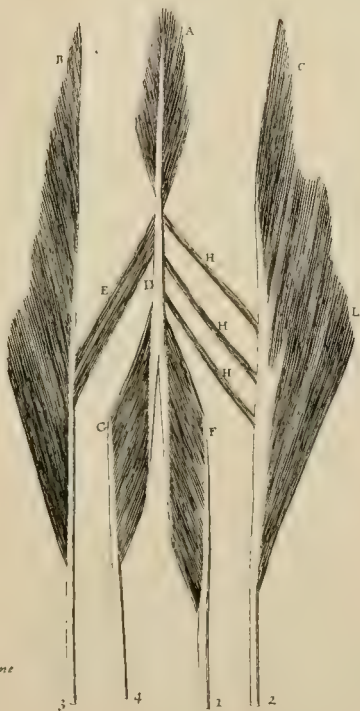


Fig. 2^e



autre muscle subclavius
du même côté

REMARQUES

Sur les Aubes ou Pallettes des Moulins, & autres Machines mues par le courant des Rivières.

Par M. PITOT.

TOUTES les Machines mues par le courant des Rivières, 2. Juillet
recevant leurs forces motrices de l'impulsion de l'Eau 1729.
sur leurs Aubes, Vannes ou Pallettes, les Inventeurs de ces
Machines auroient dû s'attacher à la recherche du nombre &
de la disposition la plus avantageuse des mêmes Aubes, cette
recherche étant un article très-essentiel pour porter ces sortes
de Machines à leur plus haut point de perfection. Voici quel-
ques Remarques que j'ai faites là-dessus, en examinant les avan-
tages ou désavantages qu'il résulteroit d'une disposition par-
ticulière qu'on se proposoit de donner aux Aubes d'une des
Machines qu'on propose pour remonter les Batteaux.

REMARQUE I.

Si AB représente la superficie du niveau de pente du Fig. 1.
courant CD , CE , CF , les largeurs de plusieurs surfaces
de même longueur, qui reçoivent l'impulsion de l'Eau sous
des angles d'incidences différents; je dis que les forces des im-
pulsions sur ces différentes surfaces, seront en raisons récipro-
ques de leurs largeurs, c'est-à-dire, que la force de l'impulsion
sur CD sera à l'impulsion sur CF , comme CF est à CD .
Soit $CD = a$, $CE = b$, $CF = c$, & le sinus total $= f$.
Ces surfaces étant de même longueur, elles pourront être ex-
primées par leurs largeurs a , b , & c . Si l'on fait CD perpen-
diculaire au courant AB , on aura dans le triangle rectangle
 CDE , $CE(b)$ est à $CD(a)$ comme le sinus total f est au sinus
de l'angle d'incidence $CED = \frac{af}{b}$. On aura de même dans

le triangle rectangle CFD , CFc , CDa :: f , $\frac{af}{c}$ = au sinus d'incidence de la surface CF ; ainsi les sinus d'incidence des surfaces a , b & c , seront f , $\frac{af}{b}$ & $\frac{af}{c}$. Mais les impulsions sur des surfaces inégales & différemment inclinées à la direction des fluides, sont entr'elles en raison composées de la raison simple des surfaces & de la raison doublée des sinus d'incidence: ainsi l'impulsion sur la surface (a) étant exprimée par $aff = \frac{aaff}{a}$, celle de la surface (b) sera $\frac{aaff}{b} \times b = \frac{aaff}{b}$, & celle de la surface (c) sera $\frac{aaff}{c} \times c = \frac{aaff}{c}$. Ainsi les forces des impulsions sur les trois surfaces (a) b , & c , seront entr'elles comme $\frac{aaff}{a}$, $\frac{aaff}{b}$, $\frac{aaff}{c}$:: $\frac{1}{a}$, $\frac{1}{b}$, $\frac{1}{c}$:: c , b , a . Donc, &c.

REMARQUE I I.

- Presque toutes les Aubes des rouës de Moulins, mûs par les courants de l'eau, sont établies sur des rayons prolongés qui partent du centre de l'arbre. On divise la circonférence de cet
- Fig. 2. Arbre en autant de parties égales BC , CD , &c. qu'on veut donner d'Ailes ou Aubes à la rouë de Moulin; & du centre A on tire des rayons ABE , ACF , &c. sur lesquels on établit les Aubes EH , FI , égales en longueur & largeur. Mais si au lieu de tirer des rayons par les points B , C
- Fig. 3. & D , on tire des tangentes BE , CF , & qu'on prenne sur les tangentes les largeurs des Aubes EH , FI , &c. on formera une autre disposition des Aubes, & c'est cette disposition de laquelle quelque Machiniste espéroit de grands avantages, & que je me suis proposé d'examiner. Pour faire cet examen, il faut qu'il y ait dans l'une & l'autre disposition un même nombre d'Aubes égales, & également éloignées du centre de l'Arbre, comme dans la troisième Figure, où nous avons ponctué les Aubes de la première disposition ou en rayon. Soit NP la ligne du niveau de pente du cours de la rivière, qu'on peut regarder comme une ligne de niveau parfait, laquelle rencontre les Aubes en rayons aux points K , L ; & les Aubes en tangentes aux points M , O , ayant mené du

centre *A* de l'Arbre la perpendiculaire *AQ* prolongée jusqu'au point *R* de la circonférence décrite par l'extrémité des Aubes. Observons d'abord l'impulsion sur une seule Aube *Eh* en rayon, & sur la correspondante *EH* en tangente: Il est clair 1.^o que l'extrémité *E* de ces deux Aubes décrira dans l'eau l'arc *SRT* divisé en deux également au point *R*. 2.^o Que par la remarque précédente l'impulsion sur *EM* fera à l'impulsion sur *EK*, comme *EK* est à *EM*; ainsi l'Aube en rayon aura l'avantage sur l'Aube en tangente, jusqu'à ce que *EK* soit égale à *EM*. 3.^o Le point *E* étant parvenu en *F*, en sorte que *EK* = *EM* ou *FL* = *EO*, l'angle *FAR* sera égal à la moitié de l'angle *AFC*; car la perpendiculaire *FV* sur *LO* divise cet angle en deux également, puisque le triangle *LFO* est isocelle, mais *FV* est parallèle à *AR*, donc l'arc *SF* est plus grand que l'arc *FT* d'une quantité égale à l'angle *LFO*. Or l'Aube en rayon a l'avantage sur l'Aube en tangente pendant tout le temps que le point *E* décrit ou parcourt l'arc *SF*, & ensuite le désavantage pendant que le même point *E* décrit l'arc *FT*; ainsi par cette seule considération l'Aube en rayon est plus avantageuse que l'Aube en tangente. A cette première considération il s'en présente une seconde, qui est, que la plus grande force de l'eau sur une Aube se faisant dans le temps qu'elle est perpendiculaire au courant de l'eau, l'Aube en rayon est perpendiculaire au courant lorsque le point *E* est en *R* de la plus grande profondeur, présentant alors le plus de surface qu'il est possible au courant de l'eau, pendant que l'Aube en tangente ne devient perpendiculaire au même courant que lorsque le point *E* a passé le point *R* de la quantité de l'angle *AFC*, où il est clair que *FO* est moindre que *RQ*. Il y a encore une troisième considération au désavantage de l'Aube en tangente; c'est que le courant de l'eau vis-à-vis la partie *OX* de l'Aube *FI* est presque entièrement interrompu par la partie *EM* de l'Aube qui suit & qui couvre la partie *OX*, l'action de l'eau sur cette partie peut n'être comptée pour rien, ce que nous expliquerons plus au long dans la Remarque suivante. Or l'Aube

FI se trouve entièrement couverte par l'Aube *EH*, dès que le point *F* est parvenu en *Y*, en sorte que l'arc *RY* soit égal à la moitié de l'arc *EF*, ainsi l'Aube en tangente n'aura à cet égard l'avantage sur l'Aube en rayon, que pendant que son extrémité décrit l'arc *FY* au lieu de l'arc *FT*, auquel nous nous étions arrêtés d'abord pour rendre notre raisonnement plus simple.

REMARQUE III.

Fig. 2. & 3. Lorsqu'une Aube ou Vanne *EH* reçoit obliquement l'impulsion de l'eau, il se fait deux efforts qui tendent à soulever l'eau au-dessus de son niveau; le premier par la violence du courant de l'eau qui soutient & même souleve en quelque sorte les premières parties de l'eau appliquée sur la surface inclinée; & le second par la réaction du choc de l'eau sur la même surface: ainsi l'eau monte au-dessus de son niveau *NK* jusqu'à une certaine hauteur *ST*, beaucoup plus haute que le niveau de l'eau *VX* derrière la surface *EK*; mais l'effort que l'eau fait continuellement pour se mettre en équilibre, la fait monter en *VX* en forme de gros boiillon, & la fait mouvoir en tout sens entre les parties *EV*, *XY*, des Aubes *EH*, *FI*; ainsi l'action que l'eau peut avoir sur la partie *XY* pour la faire tourner, est détruite ou compensée par celle qui se fait en même temps sur *EV* en sens contraire; il n'y a donc que l'impulsion de l'eau sur *EK* & *FY* qui donne la force à la rouë de Moulin, & qui la fait tourner.

REMARQUE IV.

Fig. 2. Pour déterminer le nombre des Aubes qu'on doit donner à la rouë de Moulin pour faire le plus d'effet, le rayon *AR* ou *AE* étant donné avec la largeur des Aubes *EH*, &c. ou réciproquement le nombre des Aubes étant donné pour trouver leur largeur, ou encore le nombre des Aubes étant donné avec leur largeur, trouver la longueur du rayon de la rouë, il est aisé de voir, après les remarques précédentes, que l'espace ou l'arc *EF* & *LR*, entre deux Aubes, doit être tel que pendant qu'une

qu'une Aube RQ sera verticale ou perpendiculaire au courant, l'Aube LP qui la suit doit seulement commencer à entrer dans l'eau ; car supposé qu'entre les deux Aubes RQ ; LP , il y en ait une troisième EH , il est clair par la première remarque, que l'impulsion sur EK est à l'impulsion sur MQ comme MQ est à EK . On peut faire le même raisonnement, en supposant que l'Aube RQ est hors de la perpendiculaire ; & on trouvera toujours qu'en supposant un plus grand nombre d'Aubes que celui que nous venons de marquer, on substituera une surface plus oblique à une autre qui le seroit moins ; d'où l'on voit enfin que l'Angle LAR fait par deux Aubes, où l'arc LR doit être tel que la largeur des Aubes RQ ou LP soit toujours son sinus versé ; par-là il est très-facile de construire des Tables du nombre & de la largeur des Aubes, le diamètre ou rayon de la rouë de Moulin étant donné. Nous avons calculé la petite Table suivante, en supposant le rayon AR de 1000 parties.

T A B L E.

Nombre des Aubes.

4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13. 14. 15. 16. 17. 18. 19. 20.

Largeur des Aubes.

1000. 691. 500. 377. 293. 234. 191. 159. 134. 114. 99. 86. 76. 67. 60. 54. 49.

Usage de la Table.

Si le rayon d'une rouë de Moulin est de 8 pieds, & la largeur des Aubes de 3 pieds, suivant les dimensions de la Machine du Sieur Caron; pour trouver le nombre des Aubes; on dira si 8 donnent 3, combien 1000. On trouve 375 qui répondent à 7 Aubes qu'il auroit dû mettre à sa rouë, au lieu de 9 qu'il a mis; je trouve, en faisant le calcul des impulsions, qu'il perd en mettant 9 Aubes, $\frac{1}{10}$ de la force qu'il auroit eu en ne mettant que 7 Aubes.

Mais si le rayon est de 90 pouces, & la largeur des Aubes de 50 pouces, suivant les dimensions de la rouë de derrière de la Machine du Sieur Bpologne, on dira si 90 donnent 50;

Mem. 1729.

. K k

258 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
 1000 donneront 555. Ce nombre répond dans la Table entre 5 & 6 Aubes, ainsi le Sieur Boulogne qui a mis 6 Aubes à ces roües de Moulin, leur a un peu trop donné de largeur : on peut trouver la juste largeur qu'il auroit dû leur donner par cette regle, si 1000 donnent 500, 90 pouces donneront 45 pouces, ainsi le Sieur Boulogne devoit donner 45 pouces ou 3 pieds 9 pouces à ces Aubes, au lieu de 4 pieds 2 pouces.

Je ne m'arrête point à examiner la roüe de devant de la même Machine du Sieur Boulogne.

E S S A I D' A N A L Y S E
 E N G E N E R A L
 D E S E A U X M I N E R A L E S C H A U D E S
 D E B O U R B O N - L' A R C H A M B A U D.

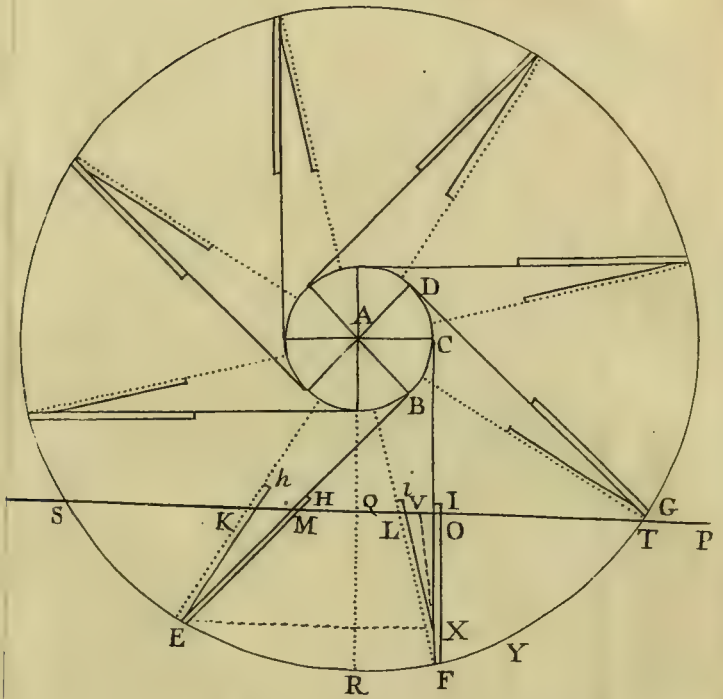
Par M. B O U L D U C.

12 Nov. 1729. **C**OMME ces Eaux sont non seulement du nombre des plus anciennes du Royaume, mais aussi de celles qui se sont acquis beaucoup de réputation par la guérison de plusieurs maladies fâcheuses & opiniâtres, elles ont mérité en différents temps la recherche & l'attention des Médecins & des Physiciens.

Dès les premières années du Siècle passé, sans remonter plus haut, Jean Ban, de Moulins, en fait mention dans son Livre *Des Vertus des Eaux naturelles de France renommées*, & croit qu'elles contiennent du Souffre minéral, du Bitume & du Nitre, par lequel il entend celui des Anciens.

Long-temps après lui, M. Duclos de cette Académie alors encore naissante, fort attentif à recueillir & à faire lui-même des observations sur la plus grande partie des Eaux Minérales, reconnut dans celles de Bourbon le même Nitre, mais point d'autre sulphurité que la Nitreuse, c'est, comme s'il disoit,

Fig. 3.^e



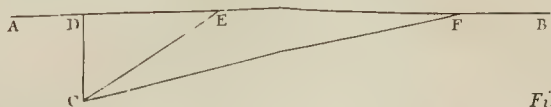
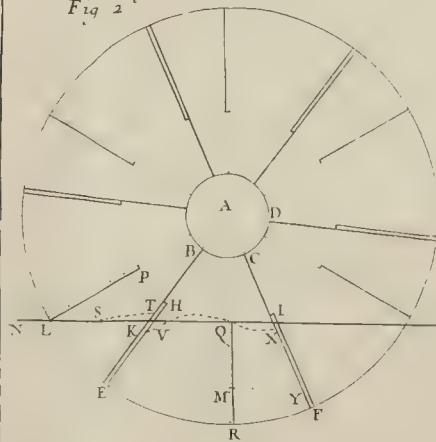
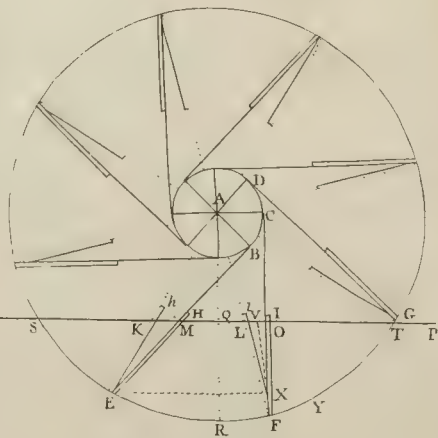


Fig 2^c

Fig. 3.^c

le Souffre de ce Sel, apparemment parce qu'étant dissous il paroît gras & onctueux au toucher.

Depuis cet Auteur, d'autres Académiciens ayant eu par intervalles occasion d'examiner ces Eaux, ont observé & conclu, comme leur prédécesseur, qu'elles ne renferment presque autre chose, que ce Nitre ou *Natron* des Anciens, que l'on regarde comme un *Sel alkali minéral* comparable par ses effets aux Sels fixes, acres & lixiviels, qu'on tire des Plantes après les avoir réduites en cendres, & parmi lesquels celui du Tartre, provenant originairement de la Vigne, passe pour le plus pur, & est plus souvent employé que d'autres dans nos recherches.

Il sembloit après cela certainement, qu'on ne pouvoit point disputer à nos Eaux la qualité alkaline, qu'elles doivent tenir de ce Sel lixivial que le sein de la terre leur fournit : & en effet ce sentiment étoit généralement reçu, quand à la fin du dernier Siècle, quelqu'un sous le nom de Pascal publia un Livre fait exprès sur ces Eaux, & qui fut bien reçu ; dans lequel l'Auteur s'oppose entièrement à ce que le premier Académicien en avoit établi : il rend le secours du feu, que nous employons, suspect d'infidélité & d'altération ; il ne veut que l'air ou le Soleil, & réforme ce Nitre ancien, ce Sel simple en un Sel mixte ou moyen, composé d'un Acide volatil & d'un Sel alkali fixe, qu'il appelle un *Nitre fort volatil & fort épuré* : il prétend de plus, sans pourtant l'avoir fait lui-même, que d'un certain Sédiment, que ces Eaux à leur source déposent naturellement en manière de croûtes, on pourroit tirer par la distillation des vapeurs rouges qui seroient un véritable *Esprit de Nitre* ; & enfin il soutient, que le Nitre de nos Eaux se décompose dans l'évaporation, & laisse en arrière son alkali, qui étoit peu auparavant lié par l'Acide.

Le raisonnement de cet Auteur a paru tellement plausible à nombre de personnes, qu'elles ont adopté son opinion sans difficulté. Cependant, si on fait attention un moment à ce qu'il avance touchant la qualité de l'acide & de l'alkali, qui doivent entrer dans la composition de son Sel, on conçoit aisément, qu'un véritable Esprit de Nitre uni avec un Sel alkali

fixe doit aussi former nécessairement *un véritable Nitre des Modernes*, c'est-à-dire, *un bon Salpêtre*, lequel ne se décompose pas si aisément qu'on le dit, sur-tout par une simple & unique évaporation; autrement nos Salpêtriers n'en amasseroient peut-être jamais.

Si outre cela on entroit dans le détail des *Vertus médicales*, on trouveroit une différence considérable d'un Sel alkali fixe à un Sel nitreux, dont pourtant le Livre allégué dérive la plûpart des effets, que nos Eaux produisent sur le corps humain, au lieu que les premiers Auteurs les dérhoient de l'Alkali salin.

Cette diversité de sentiments, qui ne sçauroit manquer d'embarrasser ceux qui ordonnent ce remède, & encore plus quelques Malades qui se plaisent à lire ce qui les touche de si près, m'a excité à chercher les moyens de m'éclaircir de ce qui en pourroit être en examinant ces Eaux de nouveau. Dans ce dessein j'ai eû deux avantages à la fois; c'est premièrement, que j'en ai reçu près de cent bouteilles très-fidèlement & très-promptement à l'occasion du retour de S. A. S. MONSIEUR LE DUC, qui les prit avec succès à Bourbon, il y a deux ans passés; en second lieu, c'est qu'un ami, bon Artiste, voulut bien en évaporer à la source un grand nombre de livres, & m'en remettre la Résidence, pour la comparer avec ce que j'en tirerois à Paris.

De mon côté, les Eaux reçues, j'y ai aussi-tôt donné toute l'application qu'il m'a été possible, & tout le travail nécessaire, qu'elles m'ont paru mériter de plus en plus; & c'est de quoi je communique aujourd'hui le résultat. Si j'y ai trouvé quelque chose qui confirme les idées des uns, & éloigne celles que d'autres s'en sont formés, & outre cela des matières, qui ne s'étoient pas encore données à connoître, je sçais par avance me payer d'une raison bien certaine, c'est que les mystères de la Nature ne se développent pas à la fois, & que les derniers venus sont toujours les mieux partagés, parce qu'ils profitent de ceux qui les ont précédés, quelquefois même d'un petit vestige qu'ils ont laissé, & jouissent outre cela des

découvertes qu'ils peuvent faire par eux-mêmes.

Je n'avancerai toutefois rien sur le contenu de nos Eaux ; que je ne puisse exposer aux yeux ; ou , si dans quelque occasion je suis obligé de me servir du raisonnement , je l'appuierai sur des règles établies par l'art , & soutenues jusqu'ici par des expériences journalières.

L'Eau de Bourbon prise à la source est claire & limpide comme un eau de roche , presque sans odeur , & d'un goût partagé entre le vrai salé & le lixiviel , qu'elle conserve étant froide. Comme elle sort de la terre très-sensiblement bouillante , elle fume continuellement dans ses puits & réservoir , & à mesure qu'il s'en exhale , il paroît à la surface une fleur ou poussière blanche très-fine sous l'apparence d'une toile ou pellicule grasse , qui est sans liaison , & devient plus visible quand il y a long-temps que l'eau n'a été agitée , mais qu'on ne sçauroit ramasser de quelque façon qu'on s'y prenne. Cette Eau dépose un *Sédiment* en manière de *croûtes pierreuses* , assés dures , formées de plusieurs couches blanches , bien distinctes & mêlées en quelques endroits , particulièrement en dessous , d'une couche de terre d'un brun foncé. Ces croûtes , qui n'ont ni goût ni odeur , se collent au bord & à la surface intérieure des puits , du conduit & du réservoir , dont on est obligé de les détacher de temps à autre.

Quand on garde de cette Eau dans des bouteilles bien transparentes , il paroît aussi au bout de quelque temps à la surface de petits corps blancs fort déliés qui augmentent insensiblement , & se serrant les uns contre les autres se condensent en une pellicule toute semblable à celle qui se forme sur l'eau de chaux , & qui ensuite grossissant au point que l'eau ne peut plus la soutenir se brise en beaucoup de morceaux , qui en tombant s'attachent au fond & aux parois du vaisseau , & affectent une configuration régulière comme quelque chose de salin. Quand il ne se forme plus de pellicule , l'Eau est plus picquante qu'elle n'étoit auparavant.

Le degré de chaleur de cette Eau , sa communication d'une même source à trois puits , les différentes manières de

l'employer & d'autres circonstances, ce sont des sujets, sur lesquels plusieurs Auteurs ont satisfait, & qui n'ont rien d'important pour mon analyse.

Pour examiner des Eaux minérales nous pouvons employer différents moyens; nous pouvons les mêler avec différentes matières, sèches ou liquides, simples ou composées, qui ayent quelque action sur celles qui sont dans les Eaux, ou qui en puissent recevoir réciproquement; c'est des *Epreuves* qui déclarent assez bien d'avance ce que les Eaux contiennent, mais elles ne sçauroient déclarer généralement tout. Nous avons outre cela l'*Evaporation* & la *Distillation*, par lesquelles les matières réduites à sec forment la *Résidence*; mais cette Résidence étant le plus souvent mêlée de différentes choses confonduës entre elles, nous avons encore besoin de plusieurs autres *moyens comme subsidiaires* pour la bien démêler, & pour faire connoître chaque Mixte séparément & dans son état naturel.

D'entre les *Epreuves* que j'ai faites sur l'Eau de Bourbon avant de la mettre en œuvre, les plus significatives se réduisent à un petit nombre.

Elle précipite promptement l'Argent dissous en un caillé blanc, qui fond aisément au feu, & devient volatil, si on n'employe que peu de cette solution: si au contraire on en passe les bornes, l'Eau en fait un deuxième précipité qui refuse la fonte.

Elle verdit la teinture de Violettes quoique lentement; elle fermente avec tous les acides assés sensiblement, & précipite l'Alum & les Vitriols ordinaires, quand ils sont dissous dans de l'eau commune.

Avec l'Huile de Tartre par défaillance elle se trouble, & dépose bientôt après une terre blanche.

Plus nôtre *Eau est concentrée*, de quelque façon qu'elle la soit, par le feu, par l'air, ou par le grand froid, plus ces effets sont prompts & sensibles: il y en a même qu'elle ne pouvoit pas produire auparavant, comme de précipiter l'eau & l'huile de chaux, de précipiter aussi généralement tout ce qui est

dissous par les acides , la plupart avec effervescence ; & de réduire particulièrement le Sublimé corrosif en une poudre de couleur d'écorce d'orange. Il semble , que ces différentes matières réciproques ne pouvoient pas s'atteindre facilement dans la grande étendue du liquide.

L'Évaporation & la Distillation ne font presque rien appercevoir de différent entre elles. A peine l'Eau ressent-elle la chaleur , qu'elle jette à la surface une poussière blanche très-fine , laquelle en augmentant se noye en partie & tombe , & en partie elle forme par l'union d'un nombre de petits filets fins & transparents , des feuillets comme il s'en voit dans l'eau de chaux , qui après avoir resté quelque temps à la surface , se brisent enfin , & voltigent long-temps en tout sens avant que d'aller au fond. L'eau qui est élevée dans la Distillation , n'a point de goût , ni d'odeur , ni ne fait impression sur aucune matière : la cucurbite sent seulement un peu l'empyreume ; & toute la *Résidence* affaîssée est une terre blanche mêlée d'une matière qui ressemble à une gelée ou mucilage transparent , et couverte d'une masse de sels bien blancs.

Cette *Résidence* est sensible au feu & à l'air : quand on en met sur une pelle de fer ou sur une lame d'argent bien chauffée , elle jette une petite flamme ; & quand on en expose à l'air , elle s'humecte. Si son poids varie d'une évaporation à l'autre de quelques grains au-dessus ou au-dessous de soixante pour chaque deux livres d'eau , c'est d'avoir été plus ou moins desséchée.

En démêlant cette *Résidence* je l'ai toujours comparée avec celle qu'on m'avoit apportée de Bourbon ; l'une & l'autre m'a précisément fourni les mêmes matières par différentes opérations , dont je supprime ici le détail d'autant plus volontiers , qu'après bien du travail assés prolix , & qu'on ne peut guères éviter dans un commencement de pareille recherche , je me suis apperçu , que l'*Évaporation bien modérée* pouvoit presque toute seule suffire pour développer tout : je l'ai donc suivie jusqu'où elle m'a pû conduire , & elle m'a conduit assés loin pour que je la propose comme le moyen le plus simple & le plus aisé à exécuter.

Sans répéter ce que j'ai dit de ce qu'on voit au commencement de cette opération, je continuë à faire exhale nôtre Eau le plus doucement qu'il est possible, & toutes les fois qu'il se présente une certaine quantité de *sédiment*, en partie comme une terre informe & opaque, en partie comme des filets clairs & transparents, je le sépare en survuidant l'eau claire dans un autre vaisseau: plus elle se concentre de cette manière, plus elle jaunit; & il se forme alors successivement au fond & aux parois du vaisseau des *Crystaux en cubes parfaits*, pendant que la surface se bouche & se couvre d'une *croûte saline* assés épaisse, qui en dessus est inégale & raboteuse, & en dessous mêlée de deux sortes de *Crystaux*, dont les uns sont encore des cubes glissés les uns sur les autres, & par là comme tronqués ou à demi faits, & les deuxièmes ressembtent assés à des parallélogrammes. J'ôte ces croûtes aussi souvent qu'il en paroît, pour les examiner après, & pour donner à l'Eau la liberté de s'exhaler; je garde aussi tout le sédiment, dont je viens de parler, pour le reprendre en son lieu.

Les *Crystaux cubiques* sont un véritable *Sel commun*, qui se distingue par cette configuration, par son goût particulièrement salé, & par différentes propriétés trop connues pour être alléguées.

Ce Sel se déclare d'avance par le goût qu'il imprime à nôtre Eau; & encore davantage dans les épreuves par la volatilité qu'il donne à l'Argent en le précipitant, effet qui lui est propre & particulier par rapport à son acide; & enfin il se trouve réduit par l'évaporation en sa consistance concrete.

Du reste, ce Sel fait la plus grande quantité d'entre les matières de la résidence comparé avec chacune séparément.

Les *croûtes salines* font d'abord connoître par la différence & l'inégalité de leurs crystaux, qu'elles renferment plus d'une espece de Sel. En effet, quand on les dissout de nouveau dans de l'eau commune, elles donnent par l'évaporation encore du Sel commun, qui graine alors à la surface, comme à l'ordinaire, en cubes parfaits avant que de se noyer; au lieu que la plûpart de ces grains étoient auparavant glissés les uns sur les

les autres, & paroissent imparfaits, parce que leur dissolvant naturel commençoit à leur manquer & étoit devenu trop épais pour leur permettre de tomber. Le reste de cette Eau exposée à l'air fait ensuite naître des Crystaux d'un quarré long, taillés à facettes aux extrémités, amers d'abord, & peu après frais sur la langue, qui sont des propriétés, qui avec d'autres font un caractère, auquel on ne sçauroit méconnoître le *Sel de Glauber* : Et c'est là ce que Pascal a regardé comme un *Sel nitreux*, que Lister avoit déjà nommé ci-devant *Nitrum calcarium* ; qui effectivement paroît tout seul, quand nôtre Eau est évaporée à l'air ou au Soleil, tout le reste se trouvant mêlé & couvert de la terre ; mais il n'a rien de commun avec le Nitre ou Salpêtre ; & s'il impose par quelque ressemblance, elle est très-superficielle & imparfaite, & ne roule que sur quelque longueur des Crystaux : l'acide nitreux, qui fait précisément l'essence des Sels de ce nom, n'entre nullement dans sa composition ; c'est celui du vitriol : & sans m'arrêter à la chaux, qui avec le premier acide ne prend jamais une forme de crystal, on peut dire, qu'outre que M. Lemery a prouvé clairement dans un de ses Mémoires, que la source de nôtre Nitre ou Salpêtre n'est point dans les entrailles de la terre, mais qu'il naît, pour ainsi dire, à sa surface ou à une très-petite profondeur, il est encore bien certain, qu'il ne s'en est point jusqu'ici trouvé de bien reconnu pour tel dans aucune Eau minérale ; car celles, qu'on appelle communément *Nitreuses*, contiennent un sel alkali à toute épreuve, que l'on a comparé au *Nitre des Anciens*, qui leur a fait donner ce nom.

Pour ce qui est du *Sel de Glauber*, on ne sçauroit le distinguer dans nôtre Eau par le goût, étant trop dominé par d'autres, dont nous ressentons plus d'impression ; on ne sçauroit non plus le prévoir par une simple épreuve, n'y en ayant point qui le puisse déclarer parfaitement. Il faut le soupçonner, & en partie seulement se convaincre de sa présence avant que de le chercher.

On peut avec quelque fondement le soupçonner par tout où il y a du Sel marin ; ils ne sont guères l'un sans l'autre :

c'est ainsi qu'il y en a dans quelques Acidules ou Eaux ferrugineuses froides, comme il y en a dans nôtre Eau naturellement chaude; j'en ai trouvé aussi dans des Eaux de Salines, que l'on regardoit comme purement salées; & l'eau de la Mer n'en est pas exempte, d'autant moins que toute Source, & presque toute Eau s'y rend finalement, & qu'elle mouille en différents endroits des Côtes chargées de Mines ou Matières vitrioliques.

Pour s'assurer de la présence de ce Sel par quelque épreuve, j'ai dit, que cela ne se pouvoit faire d'abord qu'en partie seulement, & c'est par rapport à l'acide vitriolique, lequel sous quelque forme qu'il se trouve, après qu'on y a mêlé de l'huile de chaux, quitte sa base quelconque, & se transporte sur la chaux, avec laquelle il fait une espèce de cristallisation, que ni l'eau commune ni les acides ne sçauroient dissoudre. Cette huile m'a servi jusqu'ici comme de pierre de touche pour cet acide; lequel étant une fois dévoilé, on peut ensuite reconnoître par des moyens subsidiaires, s'il est lié avec du fer, comme il l'est dans le vitriol, ou avec une terre cretacée, comme il l'est dans l'alum, &c. que si ces preuves manquent, on est assés certain, qu'il y a du Sel de Glauber. Et c'est de cette manière, que j'en ai pressenti dans les croûtes salines avant que de l'en séparer, & le faire paroître par la cristallisation.

Du reste, ce sel contribué beaucoup à faire varier le poids de la résidence, parce que, si l'on veut, on le dessèche aisément au point qu'il pèse plus de la moitié moins que dans son état naturel.

Je reprends l'Eau minérale où je l'ai laissée après en avoir retiré tout le sel marin & les croûtes salines, & je continue à l'évaporer. Plus elle s'avance vers la fin, plus elle devient rousse & grasse, d'un goût picquant, comme une lexive, & répand une odeur bitumineuse, sans déposer davantage de cristaux.

Par ces circonstances il est aisé de juger, que cette dernière portion d'eau contient encore plus d'une matière. En effet, il y a là un Sel, qui se distingue par son goût, & une substance

en général appelée *sulphureuse*, qu'on apperçoit par l'odeur, qu'il faut démêler l'une d'avec l'autre.

Ce qui y produit le goût picquant & lixiviel, est un *Sel alkali fixe*, dont les propriétés égalent en beaucoup de circonstances les effets d'un bon Sel de Tartre, dont j'ai toujours fait comparaison avec le Sel de nôtre Eau, dans le dessein de voir, si celui-ci, comme *minéral*, seroit en tout parfaitement le même que le *végétal*; & outre que j'ai trouvé, que le premier ne s'humecte que très-lentement à l'air, & n'est à beaucoup près si âcre que celui du Tartre, j'y ai encore reconnu une différence, qui me paroît assez considérable pour être rapportée. On sçait, que le Sel de Tartre mêlé avec le vitriol où son acide séparé fait un Sel mixte, qu'on appelle *Tartre vitriolé*: & le Sel de l'Eau avec ce même vitriol où son acide produit, non pas un Tartre vitriolé, pas même un vestige, mais un véritable Sel de Glauber. Ce fait, qui m'a paru jusque-là être l'unique, m'a engagé pour plus de certitude à réitérer cette opération plusieurs fois, & le succès a été constamment & sans la moindre variation le même. Après être assuré de la vérité, je souhaitois d'avoir encore un exemple de pareil Sel, non pas dans le regne végétal, où je l'eusse trouvé, mais pour une plus grande conformité, dans le regne minéral; & m'étant souvenu de la *Terre* appelée *nitreuse*, qui se trouve autour de Smyrne & d'Ephese, dont le Sel est employé dans ce Pays-là à la Fabrique du Savon, & qui par cet usage seul fait présumer de sa qualité alcaline, dont je me suis assuré par plusieurs épreuves; j'ai fait de cette Terre une forte lexive, à la pureté de laquelle j'ai pourvû avant de la mêler avec du vitriol ou son acide; & j'en ai toujours eû pareillement un Sel de Glauber, & point d'autre. Cette différence prouve évidemment, que ces deux alkalis tirent leur origine du Sel commun.

A cette occasion je remarque, pour l'Histoire Naturelle, que, quoique plusieurs Auteurs nient encore l'existence d'un sel alkali minéral ou naturel, les deux exemples, que je viens d'en rapporter, pourroient seuls suffire pour la prouver:

De plus, faisant réflexion sur l'uniformité que la Nature garde assés généralement dans ses ouvrages, je conjecture, que les Sels de toutes ces *Eaux* minérales, que M. Duclos & d'autres ont appelé *Nitreuses*, sont encore de cette espece distinguée; ce que le temps & plus de recherches nous apprendront.

Cet alkali salin se déclare d'avance dans nôtre Eau par le goût lixiviel, qu'il lui donne, & qui avec celui du Sel commun domine sur le reste; il se fait encore connoître davantage dans les épreuves par ses différents effets, d'effervescence avec les acides, de précipitation de tout ce qu'ils ont dissous, de changement de couleurs, dans la teinture de violettes en verd, & dans la solution du Sublimé en Orangé; & enfin on peut le réunir & le rendre sec & palpable de la manière que je vais le dire en examinant ce qu'il y a de *sulphureux* dans nôtre Eau.

Le Nitre ou ce Sel alkali a paru gras à quelques-uns; mais il n'a rien de lui-même d'huileux ou de gras; la matière inflammable, qui l'accompagne dans nôtre Eau, lui est étrangere; car étant seul & pur il fond aisément au feu & se vitrifie sans donner la moindre marque d'une flamme; & quand on l'a comparé aux sels fixes ou sulphurés des Plantes; ce n'est que par rapport à plusieurs effets, qu'il a de communs avec eux.

D'autres, suivant l'ancienne Tradition, y veulent reconnoître du souffre minéral, ce qui peut présentement paroître d'autant plus vrai-semblable, qu'on sçait que la résidence peut s'enflammer; mais outre que différentes solutions métalliques le manifesteroient promptement, on peut tirer de l'Eau minérale même des preuves contre ce sentiment; c'est que l'alkali salin se lieroit étroitement avec le souffre, & imprimeroit comme un *hepar* une mauvaise odeur & un mauvais goût à nôtre Eau, dont on ne peut l'accuser qu'avec injustice; & ce qui est encore plus convainquant, c'est que les Acides saisissant cet alkali en détacheroient le souffre, & le rendroient visible & palpable en le précipitant, au lieu que l'effervescence, que ces Acides excitent dans les épreuves, n'est suivie d'aucune précipitation.

Il y a donc plutôt lieu de penser, que le Sel commun, bien avéré dans nôtre Eau, & qui par tout ailleurs est plus ou moins bitumineux, y a amené du *Bitume*, que le sel alkali tient dissous, & l'empêche par là de paroître à la surface. Quoiqu'il en soit de son origine, le Bitume y est, & on le peut séparer d'avec l'alkali, en versant de l'esprit de vin sur la dernière portion d'Eau bien concentrée : par ce moyen, comme le plus aisé d'entre les autres, le Bitume privé de l'humidité abondante monte en partie à la surface en gouttelettes, & d'autres bien tenaces se collent aux parois du vaisseau, pendant que le sel alkali reste au fond, d'où on le retire facilement pour le dessécher, si l'on veut, & pour l'avoir pur & blanc. L'esprit de vin seul, en quantité proportionnée, le réduit à sec avec le temps.

Le Bitume ne sçauroit donc paroître dans nôtre Eau par la raison alléguée ; & le peu d'odeur qu'elle a, est une trop foible & incertaine marque de sa présence ; d'ailleurs, les épreuves nous manquent pour en connoître quelque chose d'avance : ainsi on ne peut que le soupçonner avec quelque vrai-semblance par l'empyreume, que l'eau imprime aux vaisseaux dans la distillation, & par la forte odeur, comme résineuse, qu'elle exhale sur la fin de l'évaporation, jusqu'à ce qu'on le sépare de tout mélange par le moyen, que je viens de dire.

Du reste, c'est le Bitume qui, répandu dans toute la résidence, fait qu'elle s'enflamme & brûle, quand on en met sur une pelle rougie, étant inflammable lui-même.

Je passe à examiner ce qui paroît d'abord comme simplement *terreux* dans la Résidence, ou, ce qui revient au même, le *Sédiment*, que j'ai gardé de mes différentes évaporations ; à quoi je joins les *croûtes pierreuses*, que l'eau dépose à sa source, comme un *sédiment naturel*.

Quand on regarde attentivement l'eau qui évapore actuellement, on apperçoit de petits filets clairs & transparents, qui voltigent parmi d'autres corps blancs & opaques, & qui s'affaissant tous les deux se confondent ensemble dans une évaporation continuée jusqu'à siccité ; & dans les croûtes pier-

270 MEMOIRÉS DE L'ACADEMIE ROYALE
reuses on distingue de petits brillants parmi une matière ternë
& sans éclat.

Cette différence fait bien connoître, que nos sédiments ne sont pas uniformes, ou faits d'une matière simple & homogène; il faut encore ici démêler l'une d'avec l'autre.

Quant à la *première*, qui est claire & transparente, c'est un *Sel*, qu'on peut appeller *Selenite*, parce qu'il prend la même configuration en se cristallisant; & je ne crois pas devoir répéter ici ce que j'ai dit de sa qualité saline à l'occasion des nouvelles Eaux Minerales de Passy. C'est un Sel mixte, où l'acide vitriolique est chargé de beaucoup de terre, & dont on peut transporter l'acide sur le Sel de Tartre, ou le convertir en Souffre minéral par quelque matière inflammable.

Ce Sel sort ici du sein de la Terre tout préparé, puisque l'Eau qui le charrie, ne souffre aucune altération ou changement par la chaleur, si ce n'est par rapport à ce Sel même, qui par ce moyen s'en sépare facilement, du moins pour la plus grande partie; & après sa séparation nôtre Eau est plus piquante qu'elle n'étoit auparavant, parce qu'il n'embarasse plus les autres Sels, qu'elle contient.

La Selenite paroît dans cette Eau dès le commencement de l'évaporation comme une fleur ou poussière fine; mais pour la prévoir parfaitement nous n'avons point d'épreuve suffisante, car si l'huile de Tartre trouble & blanchit l'Eau, on ne peut pas d'abord conclure pour sa présence, puisqu'elle en fait autant sur les Eaux Alumineuses; & à la rigueur on peut se passer d'épreuves pour le prévoir & pour le chercher ensuite, car comme un Sel de difficile dissolution, ou qui a besoin de beaucoup d'Eau pour se tenir dissous, il commence à se former aussi-tôt qu'un peu de cette Eau lui est soustraite; & si on arrête alors l'évaporation pour quelque temps, il passe en réunissant ses petits filets à différents degrés de consistance & de volume, & se déposant enfin il grossit encore & s'attache fortement aux vaisseaux par le grand poli de ses surfaces. Les plus gros cristaux que j'en ai eûs sont d'une ligne & demie de long sur environ une ligne de large, qui s'étoient

formés dans des bouteilles, que j'avois exprès laissé un peu transpirer en les gardant.

Du reste ce sel ne se trouve pas seulement dans quelques Acidules & nôtre Eau minérale chaude ; les Eaux salées, dont on tire le Sel commun, en fournissent également, & même beaucoup, comme celles de Salins, de Durban, de Fourtou, de Roquefort, que j'ai eû occasion d'examiner. J'en ai aussi entrevû dans une Plante, & encore dans une Liqueur animale, dans cette dernière sur-tout, sans le secours de la calcination.

Pour ce qui regarde la *deuxième* matière de nos sédiments, ces corps blancs & opaques ou ternes, c'est une *Terre*, qui fermentent vivement avec tous les acides ; & les uns en dissolvent plus, les autres un peu moins : Par là, elle est à la vérité du nombre de celles, qu'on a coûtume d'appeller *Absorbantes*, parce qu'elles retiennent & domptent ce qui est aigre ; mais d'autres essais m'ont fait connoître, qu'elle a une propriété de plus, qui peut l'en distinguer un peu, ou rehausser sa qualité absorbante, c'est que la Nature l'a calcinée dans son laboratoire souterrain : Et sans m'arrêter au ciment assés solide, que la terre de la résidence bien lavée, où les croûtes, comme elles sortent de l'Eau, forment avec du sable ou du gravier, je ne rapporterai que ce que l'on en peut voir par une opération d'ailleurs fort usitée ; c'est, quand je les ai mêlées avec du Sel ammoniac, elles ont détaché dans la distillation l'esprit urineux en saisissant & retenant l'acide du Sel marin : Cet esprit est vis & pénétrant & de ses effets ordinaires, précipitant le Sublimé en blanc, verdissant le Syrop violat, tournant au bleu celeste toute solution de Cuivre ; & le *Résidu*, comme un *Sel ammoniac fixe*, fond fort aisément au feu, ce que les terres refusoient auparavant ; ce même Résidu résous par l'humidité de l'air, ou détrempé par de l'Eau, fait cette liqueur ou solution, qu'on appelle vulgairement *Huile de chaux*, laquelle passant par le filtre laisse en arrière une *masse brune*, qui après avoir été rougie au feu, & pas plutôt, permet à l'Aimant d'en attirer des parcelles de *fer*.

Je remarque en passant pour l'Histoire Naturelle, que; quoique dans le temps de M. Duclos, au rapport de M. Duhamel dans son Histoire Latine de cette Académie, on ne fût pas encore persuadé, qu'il y eût de ces sortes de Terres *naturelles* & faites sans l'industrie des hommes; les endroits, qui jettent du feu, lequel est l'instrument ordinaire des calcinations, nous en fournissent des exemples, & nôtre Eau pareillement.

Pour ce qui est des *Croûtes pierreuses* en particulier, on avoit fait espérer, qu'on en tireroit un *esprit de Nitre*: mais outre que l'opération avec le Sel ammoniac, que je viens de rapporter, & qui se passe tranquillement & sans détonation; pourroit seule suffire pour éluder cette espérance; j'en ai distillé, pour ne rien obmettre, aussi-bien *seules*, où elles ont fourni un peu de Bitume, qu'avec du *Vitriol*, où elles ont donné un phlegme gras, d'une odeur bitumineuse, & rien au delà.

Ces mêmes Croûtes, quoiqu'elles ne sentent d'abord rien; peuvent encore réveiller l'idée du *Souffre minéral*, parce que; étant calcinées, elles en répandent l'odeur, qui augmente de beaucoup, comme celle d'un *hepar*, quand on verse de l'huile de Vitriol par-dessus: De même la Résidence, prise dans son entier, & qui n'en donne d'abord aucune marque, exhale la même odeur aussi-tôt qu'elle est fondue ou vitrifiée; ce qui peut encore faire soutenir davantage la présence du souffre. Cependant quelque tentative que j'aye faite pour en découvrir dans nôtre Eau, le souhaitant même, je n'y ai pas pu réussir: Et enfin s'il y en avoit effectivement, l'opération du Sel ammoniac, à laquelle je reviens, & que j'ai faite aussi-bien avec les Croûtes, qu'avec la Résidence, n'auroit pas manqué de le manifester, parce qu'après que l'acide du Sel marin auroit saisi l'Alkali, soit salin ou terreux, chés lesquels le Souffre se seroit réfugié; le volatil urineux, mis en liberté, l'auroit emporté avec lui, & auroit produit cet esprit volatil de la description de Beguin dans son *Tirocinium Chymicum*, qu'il compose de Sel ammoniac & d'un *hepar* fait avec la Chaux; où en effet l'urineux élève en même-temps le Souffre,

& fournit une liqueur très-volatile, mais aussi très-fétide; au lieu que mon esprit sent plutôt le Bitume. Je ne sçauois donc dériver le minéral en question que de l'acide vitriolique, contenu dans le Sel de Glauber & dans la Selenite; lequel se mêlant, à l'aide du feu, avec ce qu'il y a d'inflammable dans le Bitume produit du Souffre; mais il n'en existoit point auparavant dans l'Eau formellement.

L'*Alkali terreux* ne pouvant pas se soutenir long-temps dans l'Eau se fait bien-tôt voir dans l'évaporation, comme une *Terre en général*; mais dans les Épreuves il semble, que l'huile de Tartre par défaillance déclare sa *qualité particulière*; parce qu'elle la précipite, comme elle en précipite de l'Eau de Chaux; cependant avant d'en décider il est bon de l'avoir séparée de toutes autres Matières pour l'examiner de plus près, & pour connoître ce qu'elle est réellement. Comme un bon absorbant elle a part à différentes précipitations; mais ce qu'elle y fait en son particulier n'est pas bien aisé à démêler, parce qu'il s'y trouve en même-temps un Alkali salin, qui précipite aussi-bien que cette Terre l'Argent, par exemple; en une Chaux fixe.

Du reste, comme cette Terre avec la Selenite se présente continuellement à la surface de l'Eau à la Source, dont il se fait sans cesse une évaporation & diminution naturelle & assez forte, ces deux matières s'amoncellent la nuit ou dans d'autres temps que l'Eau n'est point agitée, & parvenant au point de surmonter sa résistance, ou aidées par de nouvelles agitations volontaires de la part de ceux qui en puisent; elles se noyent & se déposent successivement, ce qui forme peu à peu les différentes couches des croûtes appelées *pierreuses*, qui se mêlent & se cimentent avec les feuillets bruns, qui dérivent en partie de la boue, que l'eau amène de son fond.

Je viens au *Fer*, dont j'ai déjà touché un mot. Comme la Nature l'emploie avec beaucoup d'épargne dans notre Eau, il ne sçauroit paroître à la vûe par sa couleur ordinaire entre les matières de la Résidence, dont il fait la plus petite partie: Il n'y a que l'Eau gardée quelque temps, qui

dépote un peu de rouille fort fine ; encore faut-il , pour la voir , venir à temps , c'est-à-dire , avant que le fond se couvre de terre : les couches rouges-brunes des croûtes pierreuses le peuvent faire soupçonner par leur couleur , mais l'épreuve ; que l'on fait ordinairement pour le Fer avec la Noix de Galle , ne sçauroit le déclarer ici d'avance , parce qu'il n'y est pas dissous ou en forme de Vitriol , dans laquelle il ne pourroit pas même rester long-temps en présence de deux substances alkales : il n'y est pas non plus comme Fer parfait ou débarrassé de toute matière hétérogène , parce qu'il n'obéit pas d'abord à l'Aimant , il faut qu'il ait auparavant passé par le feu. Il y a donc apparence , qu'il sort d'une Marcaassite ferrugineuse , dont les environs de Bourbon sont remplis , & que ses pores sont encore enveloppés ou bouchés de terre , qui , après en être délivrés par le feu , sont plus ouverts & permettent à la matière magnétique d'y passer librement & d'attirer ce qui est vrai Fer. C'est ainsi que j'en ai séparé & du Résidu des croûtes pierreuses & de la partie terreuse de la Résidence , comme M. Burllet en avoit auparavant apperçû dans le *Mucilage* , toutesfois encore après la calcination.

Le *Mucilage* , ainsi appelé par ressemblance seulement , est au reste *une partie du tout* , ou un entrelacement de Sels , de Bitume & de terres avec un reste d'eau , qui lui conserve de la transparence pour quelque temps , puisqu'exposé à l'air il s'obscurcit & devient friable ou tombe à la longue en poussière ; & détrempé dans de l'eau il lui rend les Sels & dépote la terre avec sa petite portion de fer.

Ainsi le mélange de ce Mucilage , plus ou moins desséché dans l'Évaporation , peut contribuer beaucoup à faire varier le poids de la Résidence.

Après tout , comme il est permis de conjecturer sur des choses aussi enveloppées que sont les matières des Eaux minérales , il me semble , que les Marcaassites ferrugineuses en proportions différentes avec le Sel commun peuvent par leurs différentes combinaisons produire tout ou presque tout ce

qu'on trouve dans la plûpart de ces Eaux. Mais comme cela regarde un système, je n'en dirai pas davantage.

Il me reste à répondre à une Objection, qu'on ne fait que trop souvent à la Chymie sur ses productions, & particulièrement sur les Sels. *Le feu, dit-on, altère & change, compose & décompose.* Je ne discuterai pas ici, à quel point cette Proposition bien limitée peut avoir du fondement dans certaines occasions, que les connoisseurs savent pourtant bien démêler; je me bornerai à mon Sujet, où le feu est encore accusé de transformation & de changement. Pour éclaircir cette difficulté, j'ai pris le contrepied de toute chaleur choisissant le temps de la plus forte gelée de l'hyver dernier, par laquelle quatre livres, entre autres, de nôtre Eau exposée à l'air furent bien-tôt réduites en un glaçon, lequel retiré & ouvert avoit encore conservé au dedans environ demi-once d'eau non-gelée, qui en s'écoulant entraînoit des crystaux tous formés, menus à la vérité, mais pourtant connoissables par leur configuration & leur goût; & le petit reste d'Eau, d'un goût fort lixiviel, n'avoit été épargné que parce que les Sels alkalis fixes résous ne gélent qu'à la dernière rigueur du froid.

Cette crySTALLISATION prompte n'est arrivée que parce que d'une part le Dissolvant ordinaire des Sels leur a été en peu de temps soustrait par la gelée, & de l'autre principalement; parce que le Sel alkali resserré & gagnant, pour ainsi dire, le dessus, a obligé les Sels moyens de se précipiter, conformément à l'expérience de M. Lemery, qu'il a faite avec le Sel de tartre & différents Sels moyens, sur lesquels le premier n'a point d'action: on peut voir l'explication ingénieuse, qu'il en donne, dans son Mémoire.

Quelques personnes, témoins de ce fait, m'ont répliqué depuis, que pour faire pareille Analyse il faudroit quelquefois attendre plusieurs années, tout hiver n'étant pas également froid: à quoi je réponds, que, si on s'ennuye d'attendre, on peut évaporer nôtre Eau au cœur de l'Été ou en d'autres saisons à l'air ou au Soleil, comme Pascal l'a voulu, & la concentrer à tel point qu'on voudra, & la mêler après, à différentes

reprises, avec de l'esprit de vin, qu'on augmentera chaque fois qu'on survuidera le mélange : de cette manière on verra en premier lieu la terre, où la Senelite & le fer ne sont pas exclus, ensuite les cristaux des Sels moyens, & finalement le Sel alkali, qui reste au fond & distinctement séparé d'avec l'esprit de vin, comme si on y avoit versé une forte huile de tartre par défaillance.

Mettra-t-on encore après cela quelques-unes de ces matières sur le compte du feu, qu'on n'a pas employé ? ou sera-ce la gelée & l'esprit de vin, qu'on accusera ici de production ou de changement ? Quoiqu'on fasse, je pense, qu'on ne trouvera personne assés facile pour le croire.

Rassemblant enfin tout ce que j'ai dit jusqu'ici, je conclus, que les Eaux de Bourbon contiennent naturellement du *Sel marin*, du *Sel de Glauber*, un *Sel alkali*, du *Bitume*, de la *Selenite*, une terre fort absorbante & du fer, dont le mélange répandu dans une eau actuellement chaude, & chaque matière considérée selon sa qualité, connue, pour la plupart, par l'expérience & l'usage, que la Médecine en fait tous les jours, doivent faire inférer d'avance, qu'elles sont en état de *déterger*, d'*inciser* & de *résoudre*, qui sont des effets généraux, communément suivis d'une ample transpiration & excrétion d'urine ; que de plus elles peuvent *absorber*, & en partie *dessécher* & *fortifier* ; mais, ce qu'on regrette ordinairement fort, c'est qu'elles ne sçauroient *guères purger* ; & c'est aussi ce que la plupart des malades regardent comme un défaut, mesurant communément la bonté d'une Eau minérale sur de fréquentes évacuations de cette espece.

Cependant, si c'est là un défaut, d'habiles Médecins ont sçu trouver le moyen de le bien réparer, soit en faisant précéder les Eaux de Vichy du voisinage pour frayer le chemin à celles de Bourbon, soit en faisant prendre ces dernières, quand il le jugent à propos, avec quelque Sel moyen apéritif, dont il y a plusieurs especes, d'entre lesquelles M. Burllet a depuis une vingtaine d'années mis en usage l'*Arcanum duplicatum* bien conditionné, & en a vû d'heureux succès.



SUR QUELQUES AFFECTIONS DES COURBES.

Par M. DE MAUPERTUIS.

IL y a long-temps qu'on a remarqué que certaines Courbes, concaves d'abord vers un axe, deviennent ensuite convexes vers ce même axe ; & l'on appelle le point où se fait ce changement, *point d'inflexion*. L'on a remarqué aussi que certaines Courbes après s'être avancées dans un sens, rebroussent brusquement, & forment une espece de pointe qu'on appelle *point de rebroussement* ; l'on a des méthodes pour trouver ces points remarquables.

L'on sçait encore que si dans les points de rebroussement, la convexité d'un cours est tournée vers la concavité de l'autre, cette circonstance qui paroîtroit assés indifférente, établit cependant pour trouver ces points, la nécessité d'un calcul fort différent de celui qui sert à trouver les points de rebroussement ordinaires.

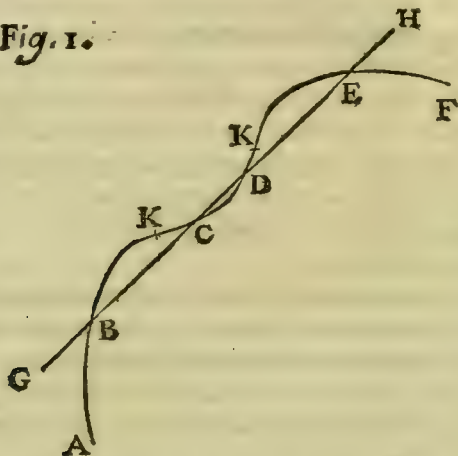
Voici quelques autres affections des Courbes que l'on n'a point encore remarquées.

Lorsqu'une Courbe change sa concavité en convexité, il n'est pas nécessaire que la convexité nouvellement acquise s'étende loin : la Courbe peut bien-tôt après reprendre sa première concavité ; elle le peut même aussi-tôt après, & pour ainsi dire dans l'instant suivant. La proximité de ces changements ne permettra pas à la vûe de les remarquer, mais ils n'en existeront pas moins dans la nature des choses, avec des propriétés qui ne conviennent à aucuns autres points de la Courbe. J'appellerai le point où se font ces changements *point de serpentement*.

De même lorsqu'une Courbe rebrousse, il n'est pas nécessaire que le nouveau tours s'étende loin ; la Courbe peut

bien-tôt après rebrousser encore; elle le peut même dans l'instant suivant. Alors quoique la continuité du cours de la Courbe paroisse rétablie aux yeux par ce second rebroussement, il est cependant vrai que le cours a été interrompu deux fois; s'il ne l'eût été qu'une, on s'en seroit apperçu. J'appellerai le point où se sont faites ces deux interruptions, *point de double pointe*.

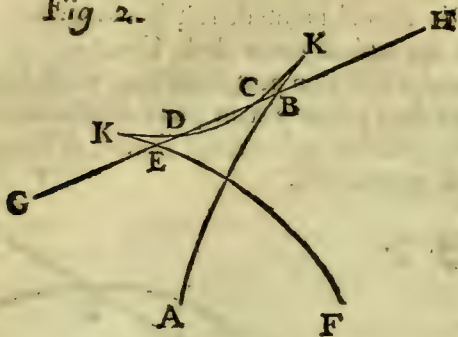
Fig. I.



Pour mieux concevoir la nature de ces sortes de points, soit une Courbe $ABKCDKEF$ qui ait deux inflexions K, K , & qu'une droite peut par conséquent couper en quatre points; soit la droite GH , qui la coupant en B & E , la touche dans l'intervalle de ces deux points, ou la coupe en deux points C, D , infiniment proches; si l'on conçoit que les parties BKC, DKE , de la Courbe diminuent sans cesse, la droite GH & la partie CD demeurant dans leur situation, les points d'intersection B, E , s'approcheront sans cesse des points C, D , & enfin les parties évanouissantes de la Courbe, supérieures à la droite, se réduiront, pour ainsi dire, à deux Éléments de la Courbe, placés comme celui d'entre-deux sur la droite. Les deux points d'inflexion K, K , se seront infiniment approchés; la droite qui coupoit d'abord la Courbe en quatre points,

la touche maintenant dans trois de ses Eléments; & ces Eléments sont placés bout-à-bout.

Fig. 2.



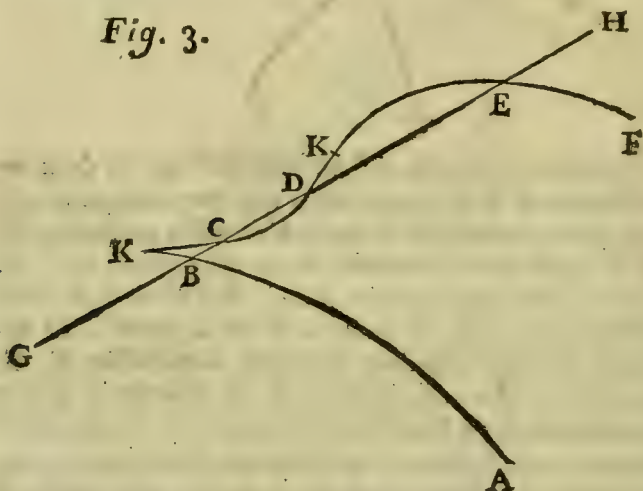
Soit une autre Courbe $ABKCDKEF$ qui ait deux rebroussements K, K , & qu'une droite peut par conséquent couper en quatre points : soit la droite GH , qui la coupant en B, E , la touche dans l'intervalle de ces deux points en C, D . Si l'on conçoit que les parties BKC, DKE , de la Courbe diminuent sans cesse, la droite GH & la partie CD demeurant dans leur situation, les points d'intersection B, E , s'approcheront sans cesse des points C, D , & enfin les parties évanouissantes de la Courbe, supérieures à la droite, se réduiront, pour ainsi dire, à deux Eléments de la Courbe, placés comme celui d'entre-deux sur la droite ; mais repliés de manière que l'intersection B tombe vers D , & l'intersection E tombe vers C ; les deux points de rebroussement K, K , se feront infiniment approchés ; la droite qui coupoit la Courbe en quatre points, la touche maintenant dans trois de ses Eléments ; mais ces Eléments sont placés l'un sur l'autre.

Ici se présente nécessairement le point de rebroussement que M. de l'Hôpital appelle *point de rebroussement de la seconde sorte*, dont il se contente de dire, que le rayon de la développée y est un plus grand ou un plus petit ; & de-là donne une formule pour trouver ces sortes de points. La nature de ce point fait partie de cette Théorie, dont il n'est qu'un cas.

Nous avons vû que dans le point de serpentement, deux points d'inflexion s'étoient unis; & que le point de double pointe étoit l'union de deux points de rebroussement: dans ces deux cas le second point détruit le changement que le premier avoit apporté au cours de la Courbe.

Mais un point d'inflexion peut s'unir à un point de rebroussement; & ces deux points n'étant point absolument opposés, l'un ne rétablit point ce qu'à changé l'autre; & le cours de la Courbe paroît rebroussant.

Fig. 3.



Pour connoître la nature de cette dernière espèce de point; on considérera, comme nous avons fait ci-dessus, qu'une Courbe $ABKCDKEF$ qui a un rebroussement & une inflexion, peut être coupée par une droite en quatre points; que les quatre intersections s'approchant sans cesse, & les points de rebroussement & d'inflexion venant à s'unir, la droite viendra comme dans les cas précédents à toucher la Courbe en trois de ces Eléments; mais placés de manière que le 2.^d soit replié sur le 1.^{er} à cause du rebroussement, & que le 3.^{me} soit à l'extrémité du 2.^d en ligne droite à cause de l'inflexion.

Il est clair que voilà toutes les manières dont deux points, soit d'inflexion, soit de rebroussement, peuvent se combiner deux à deux; & qu'ainsi il n'y a dans ce genre que ces trois sortes de points, *point de serpentement, point de double pointe; & point de rebroussement de la seconde sorte.*

Pour déterminer maintenant ces sortes de points par une propriété qui leur est commune; on remarquera que la seconde différence de l'Ordonnée d'une Courbe étant positive, elle devient négative lorsque la Courbe change de courbure: si donc la Courbe change encore une fois de courbure, la seconde différence de l'Ordonnée redeviendra positive; & les deux changements qu'elle éprouve lorsque les points K, K , sont éloignés, elle les éprouve encore dans quelque diminution que ce soit de l'arc KK , & dans l'évanouissement même de cet arc. Or une quantité positive d'abord, devenuë négative, ne sauroit redevenir positive qu'elle n'ait passé par un *Maximum* ou un *Minimum*, il faudra donc pour trouver les points de serpentement, de double pointe, ou de rebroussement de la seconde sorte, il faudra faire $ddy=0$ ou $=\infty$.

La connoissance de ces points peut quelquefois donner une idée de la figure des Courbes; par ex. dans une Courbe du quatrième ordre, la Tangente à ces points ne peut plus retoucher ni couper la Courbe.

Dans une Courbe du cinquième ordre, la Tangente à ces points ne peut plus retoucher la Courbe, & ne la peut plus couper qu'une fois: il est facile de voir ce qui doit arriver dans les Courbes plus élevées.

Ces points donnent le dénoüement d'une difficulté qui se présente sur un principe de la Théorie des Courbes. L'on sçait en général, qu'une Courbe peut être coupée par une droite en autant de points que son équation a de degrés: cependant il n'est pas toujours possible de trouver toutes ces intersections, & l'on pourroit douter de la vérité du principe.

Le mystère consiste en ce que les Courbes peuvent avoir quelque point de serpentement ou de double pointe. La Tangente à ces points touche la Courbe dans trois de ses Éléments;

282 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
& cet attouchement équivaut à quatre intersections.

Comme en général le nombre des Eléments placés en ligne droite, qu'une Courbe peut avoir, n'est point limité, & que ce nombre augmente à chaque degré qu'acquiert la Courbe, on peut expliquer de la sorte les autres cas où l'on ne trouve pas le nombre d'intersections désigné par l'ordre de la Courbe.

SECONDE MEMOIRE

SUR LE BORAX.

Par M. LÉMERY.

LEs inductions qui peuvent être tirées des expériences rapportées dans le premier Mémoire sur le Borax, imprimé dans le Tome de 1728. sont 1.^o Que le Borax s'unit aux Acides minéraux & végétaux, qu'il les absorbe, qu'il forme avec eux un nouveau Sel différent, suivant la nature particulière des Acides avec lesquels il s'est uni; que ces Acides s'y engagent & s'y incorporent, comme ils le font dans nos Sels alkalis, soit fixes, soit volatils; qu'enfin il est lui-même un véritable Sel alkali naturel, qui n'a point eû besoin de l'art & de la décomposition pour devenir tel, comme nos Sels alkalis ordinaires.

2.^o Que l'action du Borax sur les Acides diffère de l'action de nos Sels alkalis sur ces mêmes Acides, en ce qu'elle se fait paisiblement, sans exciter de trouble, d'agitation & de bouillonnement dans la liqueur; que l'union de ce Sel avec les Acides se fait, pour ainsi dire, en cachette, & à l'insçu de celui qui les a mêlés ensemble, & qui ne reconnoît cette union qu'après qu'elle a été faite, & qu'il vient à examiner ce qui résulte du mélange; au lieu que l'union de la plupart des Acides avec les Sels alkalis ordinaires est annoncée par un mouvement sensible de fermentation, plus ou moins fort;

suivant la nature des Acides & des Sels alkalis qu'on a employés, & qui ne se trouvent unis que quand ce mouvement est cessé.

3.^o Que quoique le Borax ne soit pas naturellement volatil, qu'étant seul il résiste, comme nous l'avons remarqué dans le premier Mémoire, à un feu très-fort, plus que suffisant pour enlever le Sel le moins volatil, & qui ne fait que vitrifier le Borax au fond de la cornuë; cependant, non-seulement il devient volatil quand il est mêlé & qu'il fait corps avec les Acides vitrioliques, avec ceux du Salpêtre, du Sel commun; mais encore son union avec ces Acides facilite leur élévation, & particulièrement celle des Acides de l'huile de Vitriol, de l'Alum, du Souffre commun qui, sans le Borax, tout fluides qu'ils sont alors, & séparés de leur matrice, ont une très-grande peine à s'élever par la distillation, & ont même besoin pour cela d'une force de feu plus grande & plus long-temps continuée, que quand ils sont mêlés avec le Borax; de manière que quand les Acides vitrioliques dans la classe desquels nous comprenons ceux de l'Alum & du Souffre commun, ont été unis avec le Borax; si ces Acides communiquent au Borax un degré de volatilité qu'il n'a pas quand il est seul, ce Sel sert à volatiliser de plus en plus ces Acides, & cela à la différence des Sels fixes alkalis qui étant unis, soit aux Acides du Nitre & du Sel commun, soit aux Acides vitrioliques, bien-loin d'en devenir moins fixes, & par conséquent plus propres à céder à l'action du feu, & à être enlevés par cet agent, ne servent au contraire qu'à arrêter & fixer en quelque sorte les Acides qui s'y sont joints, & qui ne peuvent être enlevés par le feu que quand ils ont été séparés de leur nouvelle matrice par le secours d'un intermede; encore faut-il alors pour remettre les Acides vitrioliques en liberté, & au point où ils étoient avant leur union avec le Sel fixe, une suite plus grande d'opérations que pour les autres Acides.

4.^o Qu'il y a dans le Borax une matière grasse qui ne se manifeste pas seulement dans ce Sel nouvellement tiré de

la terre, & non encore purifié; mais encore dans la portion du Borax ordinaire qui a resté dans la Cucurbite après l'opération du Sel volatil fait avec le Borax & les esprits du Sel commun, du Nitre, & qui ne diffère point de la Colle-forte par sa tenacité qu'elle conserve, ou reprend même quelquefois après avoir été desséchée & réduite, comme il a été dit, sous une forme saline. On verra ensuite une autre preuve de cette substance grasse & bitumineuse qui se trouve naturellement dans le Borax.

5.^o Que quoique les Acides du Vinaigre distillé s'élèvent plus aisément, & soient plus volatils que ceux du Nitre, du Sel commun, & sur-tout que ceux de l'huile de Vitriol & des esprits d'Alun & de Souffre commun; cependant ils demeurent au fond de la Cucurbite incorporés avec le Borax qu'ils n'ont pû volatiliser, & arrêtés & fixés en quelque sorte par ce Sel qui produit avec les autres Acides dont on vient de parler, des effets si différents.

Voici de quelle manière je conjecture ce fait, & les différents états de volatilité & de fixité du Borax, suivant les circonstances qui ont été rapportées.

Je conçois que le Bitume fixe qui se trouve naturellement dans ce Sel, colle & unit si bien ensemble toutes les parties vraiment salines du Borax, que quand on l'expose à l'action du feu, chaque partie saline liée à sa voisine par la colle bitumineuse, & n'en pouvant être détachée par l'action seule du feu, n'acquiert point alors par le défaut de détachement, la quantité de surfaces nécessaires pour pouvoir être frappée à la fois par le feu dans un assez grand nombre d'endroits, & pour pouvoir par-là en être enlevée.

Mais quand un Acide nitreux ou quelques-autre de ceux qui ont été rapportés, a été versé sur le Borax, il fait ce que le feu seul ne pouvoit y produire : il divise & sépare chaque petite partie de Borax sous la forme de petites écailles ou pellicules très-minces avec lesquelles il s'unit, & chacune de ces pellicules qui dans l'état naturel sont fortement unies & collées ensemble, & que la figure particulière où le dé-

faut de grossièreté des parties de feu n'est pas capable d'écarter assez fortement les unes des autres pour les désunir entièrement, se trouvant tout écartées & toutes désunies par l'Acide qui s'y joint, le nombre des surfaces qu'ont acquises chacune des pellicules par leur division ou leur séparation, les met alors en état d'être frappées à la fois par le feu dans un plus grand nombre d'endroits & d'en être par-là enlevées; ce que cet agent ne peut jamais faire tant que ces petites pellicules se trouvent réunies, & peuvent par-là se soustraire à une partie de son action: & cela de la même manière que l'Eau quand elle est seule ne peut dissoudre, enlever & tenir en suspension dans son sein une infinité de corps, mais quand elle tient en dissolution quelques Sels concrets ou quelques Acides capables de diviser ces corps en parties assez subtiles pour donner par-là une prise suffisante à l'action du liquide aqueux; alors ce liquide ne manque pas de l'enlever, ce qu'il n'auroit jamais pû faire sans le secours de l'intermede salin ou acide, qui a mis auparavant chaque partie de ces corps dans l'état de division nécessaire pour qu'elles pussent devenir susceptibles des mouvements intérieurs du liquide.

Outre la division particulière qu'excitent les Acides vitrioliques & ceux du Nitre & du Sel commun dans les parties du Borax, & qui donnent lieu à la volatilisation de ce Sel; ce qui y contribue encore beaucoup, à mon avis, c'est qu'il me paroît par mes expériences, que les Acides qui s'élèvent avec le Borax, & qui forment avec lui le Sel volatil qu'on retire par la sublimation, se sont particulièrement attachés à la partie vraiment saline de ce Sel qu'ils ont séparée en quelque sorte de la portion du Borax la plus bitumineuse qui reste au fond de la Cucurbite, & qui, si elle eût toujours resté unie à la partie saline du Borax, en auroit toujours lié assez exactement les parties malgré les Acides, pour empêcher ces parties de s'élever, comme nous le ferons voir, après avoir rapporté les expériences qui paroissent prouver que dans l'opération du Sel volatil formé de l'union du Borax & des Acides propres à la sublimation de ce Sel, la partie la plus

grasse du Borax a été séparée de la partie saline, & est restée au fond de la Cucurbite.

Nous avons déjà remarqué que quand on dissolvoit dans de l'Eau cette partie restée au fond de la Cucurbite, & qu'on faisoit ensuite évaporer la liqueur, il restoit une substance si collante que la Colle-forte ne l'étoit pas davantage ; or le Borax ordinaire fondu dans l'Eau donne bien vers la fin de l'évaporation de la liqueur quelques marques de viscosité ; & cela par rapport aux parties grasses qu'il contient toujours ; mais comme ces parties grasses sont fort étendues dans le Borax par la partie saline qui y est toute entière, & qui en corrige en quelque sorte l'effet, elles sont bien éloignées de donner à ce Sel, après l'évaporation de l'Eau, le degré de viscosité qu'on apperçoit dans la matière restée dans la Cucurbite, & qui est bien plus dépouillée de la partie saline du Borax, qu'elle ne l'est dans le Borax ordinaire, auquel on n'a encore rien ôté.

Une expérience qui par la rupture de la Cucurbite a manqué du moins à moitié, servira encore de nouvelle preuve à ce qui vient d'être avancé.

J'avois mis demi-once d'esprit de Sel sur une once de Borax dans une Cucurbite, & demi-once d'esprit de Nitre sur une once de Borax dans une autre Cucurbite, j'avois poussé les deux mélanges, comme il a été dit, pour en tirer le Sel volatil ; mais la Cucurbite où étoit l'esprit de Sel s'étant fêlée à la seconde sublimation, une partie de l'esprit de Sel s'étoit écoulé par la fêlure, ce qui avoit empêché le Borax de rendre par cette opération une grande partie du Sel volatil qu'il auroit rendu sans cela ; au lieu que le Borax mêlé avec l'esprit de Nitre, dont la Cucurbite s'étoit toujours soutenue en son entier pendant l'opération, avoit rendu une quantité de Sel volatil beaucoup plus considérable que le Borax mêlé avec l'esprit de Sel ; par conséquent ; suivant ma conjecture, la matière restée dans la Cucurbite où étoit l'esprit de Sel, & qui a rendu beaucoup moins de Sel volatil que l'autre matière, doit avoir conservé beaucoup

plus de la portion saline du Borax, la partie grasse doit être plus étendue par la partie saline qui y est en plus grande quantité, & qui l'empêche davantage de se réunir, & quoique cette matière fondue dans l'Eau paroisse fort gluante après l'évaporation de l'Eau, elle le doit être encore moins que l'autre qui a rendu beaucoup plus de Sel volatil où la partie saline du Borax abonde moins, & où la partie grasse est moins étendue & plus réunie; c'est aussi ce que j'ai parfaitement observé, & à la fin de l'évaporation des deux portions d'Eau qui tenoient séparément chacune des deux matières en dissolution, & après que les deux matières ont été réduites sous la forme de Sel de la manière que nous l'avons dit; car celle qui résultoit du mélange du Borax & de l'esprit de Nitre, dépouillée des parties aqueuses dont elle avoit été dissoute, non-seulement a formé une colle plus gluante, plus tenace, & dont le pilon a eu plus de peine à réduire en poudre les parties, mais encore elle n'a conservé que très-peu de temps cette forme sèche & saline, & bien-tôt après l'avoir acquise, elle est redevenue d'elle-même gluante, & toutes ses parties se sont alors si bien réunies, & ont si bien repris leur forme de colle, qu'elles ne ressemblerent plus en cet état à un Sel, mais à une Gomme; au lieu que la matière résultante du Borax & de l'esprit de Sel traitée de la même manière que l'autre, & enveloppée dans un pareil papier & placée dans le même lieu & dans une même corbeille, a conservé & conserve toujours la forme saline qu'elle a acquise, & qui la rend à la vûe bien différente de l'autre matière.

Pour revenir présentement aux Acides du Vinaigre qui, quoique plus aisés à enlever par le feu que les Acides du Vitriol, de l'Alun, du Souffre commun, du Nitre, du Sel commun, ne s'élèvent pas cependant avec le Borax pendant que les autres le font aisément; si une des principales causes qui contribuent à élever ces autres Acides avec le Borax, comme nous avons tâché de le faire voir, c'est qu'ils en ont séparé la partie grasse, & ne se sont particulièrement

unis qu'à la partie saline ; les Acides du Vinaigre qui ne s'élevent point avec le Borax , ne doivent point avoir excité de même la séparation des parties grasses du Borax , & doivent au contraire s'y être unis & avoir fait corps avec elles ; comme avec les parties vraiment salines du Borax ; en un mot , ce sont les parties gluantes & visqueuses qui restent dans ce mélange particulier qui l'empêche du moins en partie de se volatiliser comme les autres mélanges qui fournissent un Sel volatil. Voici les raisons & les preuves qui servent de fondement à mon raisonnement.

Le Vinaigre distillé diffère de toutes les liqueurs acides tirées du Salpêtre , du Sel commun , & des autres minéraux dont il a été parlé , en ce que outre les Acides qu'il contient , il y a encore dans cette liqueur un reste considérable d'Esprit de Vin caché à la vérité , lié en quelque sorte , & fixé par les Acides depuis la conversion du Vin en Vinaigre ; car sans cette liaison les parties spiritueuses monteroient les premières dans la distillation du Vinaigre & bien avant les Acides ; & on pourroit les retirer par cette voye comme on les retire du Vin , ce qui ne se peut cependant pas ; mais quoiqu'on ne les retire pas du Vinaigre par le procédé dont on vient de parler , on auroit tort de nier pour cela qu'elles y fussent ; puisqu'on les en retire réellement par un procédé différent , c'est-à-dire , en arrêtant par un intermede fixe & métallique l'Acide intimement lié à l'esprit vineux que la distillation dégage , & enleve ensuite facilement & manifeste à n'en pouvoir douter. On peut encore sans le secours d'aucune opération s'assurer que cet esprit habite dans le Vinaigre , en en avalant une cuillerée ; car alors , outre l'impression particulière des Acides de cette liqueur , on y sent distinctement encore la chaleur qu'imprime l'esprit sulphureux du Vin , & dont l'impression est parfaitement la même que celle qu'on apperçoit dans le Vin , & diffère entièrement de celle des Acides ; & en effet , comme le Vin se convertit d'un moment à l'autre en Vinaigre , y a-t-il lieu de croire que tous les esprits sulphureux se dissipent alors tout d'un
coup,

coup, & que si quelques-uns s'envolent, il n'en reste plus dans une liqueur qui en regorgeoit l'instant d'au paravant; mais toutes ces réflexions sont inutiles, puisque sans leur secours l'expérience nous prouve clairement dans le Vinaigre les esprits sulphureux dont il s'agit.

Quand donc on verse le Vinaigre distillé sur le Borax; cette liqueur n'attaque pas seulement les parties salines du Borax par ses Acides, elle attaque encore à la fois la partie bitumineuse de ce Sel, par les esprits sulphureux intimement unis à ces Acides, & par-là bien loin qu'il se fasse alors une séparation de la partie grasse du Borax d'avec sa partie saline, le dissolvant & le corps dissout s'allient en entier l'un à l'autre, le corps nouveau qui en résulte contient non-seulement toutes les parties bitumineuses du Borax, mais encore toutes les parties sulphureuses du Vinaigre distillé; ce qui produit une matière dans laquelle les parties grasses & visqueuses sont plus développées, plus apparentes, & se font bien plus sentir qu'elles ne le font dans le Borax même; car quand on touche ce Sel formé du Borax & des Acides du Vinaigre, il est si gluant & si visqueux qu'il tient aux doigts, & si les parties gluantes qui se trouvent naturellement dans le Borax, sont un obstacle à son élévation par le moyen du feu, ces mêmes parties qui se trouvent aussi dans le Sel composé dont il s'agit, doivent l'empêcher de même, de céder à l'action du feu; & en effet plus ce Sel contient de parties grasses, moins il semble avoir de disposition à s'élever; car on a vu dans le premier Mémoire, que quand au lieu de Vinaigre distillé, je me suis servi pour le faire, de Vinaigre ordinaire, comme cette liqueur contient beaucoup plus de parties grasses que l'autre, le corps qui en a résulté a été une matière noire qui étoit au fond du vaisseau, & qui bien loin de donner aucune marque de sublimation, à peine après avoir été fondue dans l'Eau, & réduite en corps par l'évaporation, a-t-elle eue forme de Sel, elle avoit même bien plutôt celle d'une espèce de Gomme d'une couleur gris-brun; mais quand je me suis servi du Vinaigre distillé, comme il a

perdu par la distillation les parties huileuses les plus grossières qui sont restées au fond de la Cucurbite, & qu'il n'a presque enlevé avec lui que des esprits sulphureux, unis aux Acides de cette liqueur, la matière trouvée au fond de la Cucurbite n'étoit pas noire & chargée comme l'autre des parties huileuses, grossières & brûlées du Vinaigre, elle étoit au contraire grise & blanche fort légère & formée en petites aiguilles très-fines qui s'élevoient en droite ligne du fond de la Cucurbite, & qui représentoient un commencement de sublimation qui auroit été plus loin, si toutes ces petites aiguilles n'eussent pas tenu par leur glu naturelle, les unes aux autres, & sur-tout à une base plus ferme & plus serrée qui les arrêtoit, sur laquelle chacune de ces aiguilles étoient posées perpendiculairement, & d'où elles sembloient sortir pour s'élever en l'air : & ce qui paroît prouver encore que c'est la glu dont il s'agit, qui empêche ces aiguilles fines de s'élever davantage, c'est que les Sels volatils qui résultent du Borax & d'autres Acides que ceux du Vinaigre, & qui s'élevent réellement au haut du chapiteau, n'ont rien de gluant ; & que ce qu'il y a de tel dans le Borax qui sert à les former, reste au fond de la Cucurbite, & s'en sépare parfaitement dans l'opération de ces Sels volatils ; de manière que, suivant ma conjecture, les Acides qui font avec le Borax un Sel volatil pourroient être comparés à ces liqueurs simples, à de l'Esprit de Vin, par exemple, qui n'enlève à un mixte que sa partie résineuse, & qui laisse sa partie saline sans la dissoudre ; les Acides du Vinaigre au contraire à ces liqueurs composées qui attaquent & dissolvent à la fois la partie résineuse & saline du mixte.

Nous remarquerons enfin que le Borax ne s'unit pas seulement comme le Sel de Tartre aux Acides libres & développés ; qu'il le fait encore comme lui aux Acides du Cristal de Tartre, & qu'il donne lieu de même par cette union à ce Sel presque indissoluble dans l'eau, de s'y dissoudre, d'y demeurer suspendu. Ce qu'il y a de particulier dans l'union du Borax avec le Cristal de Tartre, c'est 1.^o Que comme

le Borax contient beaucoup de parties grasses qui ne se rencontrent pas de même dans le Sel de Tartre, quand on évapore la liqueur qui contient le Borax & le Cristal de Tartre, & qu'une partie de l'eau a été enlevée, ce qui reste à une consistance de Miel ou de Terebenthine; quand on continue l'évaporation, & que presque toute l'humidité a été partie, la matière restante devient comme une espece de Gomme, qui n'acquiert la forme de Sel qu'en la desséchant davantage, & la pilant ensuite assés fortement, parce que sa consistance gommeuse qui avoit collé toutes ses parties, l'avoit réduite en morceaux. Le Sel de Tartre au contraire & le Cristal de Tartre mêlés & dissouts ensemble forment un Sel, qui dans l'évaporation n'a rien de particulier ou du moins d'approchant, & qui se présente d'abord sous une forme saline, malgré les parties grasses qui demeurent toujours dans le Cristal de Tartre, même après son union avec le Sel de Tartre.

Une autre différence du Sel de Tartre & du Borax mêlés chacun séparément avec le Cristal de Tartre, c'est que le Sel de Tartre n'ayant besoin que d'une quantité d'eau égale à la sienne pour le dissoudre, le Borax au contraire demandant naturellement dix ou onze fois plus d'eau pour sa dissolution; & encore cette grande quantité d'eau ne pouvant empêcher qu'il ne se précipite, & ne se cristallise au fond de la liqueur quelque portion de Borax, il est clair que quand on mêle du Sel de Tartre avec le Cristal de Tartre, ce Sel excite bien la dissolution du Cristal de Tartre, mais il n'en devient pas lui-même plus dissoluble par le mélange, & au contraire; mais pour le Borax, non-seulement il procure la dissolution du Cristal de Tartre, mais il semble encore que le Cristal de Tartre lui rende ce qu'il lui a prêté; car quand le Borax s'y est une fois uni dans une certaine quantité d'eau bouillante; il s'y soutient, & demeure sans précipitation dans cette quantité d'eau qui ne suffiroit pas pour le dissoudre en entier s'il étoit seul, puisqu'il lui en faudroit le double, & qu'encore avec toute cette quantité d'eau il se précipiteroit toujours dans la suite quelque portion de Borax dissout; ce qu'on ne remarque

292 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
point en pareil cas au Borax après son union au Cristal de Tartre.

Quoique l'explication d'un fait aussi singulier ne paroisse pas facile, je vais néanmoins proposer sur cela mes conjectures.

Ce qui fait que le Borax demande une grande quantité d'eau bouillante pour le dissoudre en entier, & que j'ai été obligé d'en employer six onces pour une demi-once de Sel, & même qu'après un jour ou deux une portion du Borax s'est précipitée, & a continué de le faire; c'est que les parties intégrantes de ce Sel sont des especes de lames très-polies qui s'appliquent les unes aux autres si exactement que les parties de l'eau ont toutes les peines du monde à les séparer, & cela parce que ne pouvant s'insinuer qu'avec un très-grand effort entre ces petites lames, qui d'ailleurs laissent entr'elles peu de vuides, & tiennent par-là d'autant plus fortement les unes aux autres, les parties de l'eau les attaquent à la fois par moins d'endroits, ce qui retarde leur désunion, & la rend bien plus difficile. De plus, quand ces petites lames ont été désunies & répandues dans le liquide, elles n'ont pas perdu pour cela le poli de leurs surfaces, & la convenance particulière qu'elles ont les unes avec les autres, & moyennant laquelle elles peuvent facilement, en se rencontrant & s'appliquant de nouveau les unes aux autres, se réunir promptement & de fort près, à peu près comme le font deux marbres bien polis; cela étant, pour peu qu'elles se rencontrent dans le liquide, la réunion dont on vient de parler ne manque pas de se faire; & comme le Borax aussi-bien que tous les Sels dissouts ne demeurent suspendus dans l'eau que parce qu'ils y sont dans un certain degré de division, dès que les parties du Borax s'y réunissent le moins du monde, elles ne peuvent plus y subsister en cet état, & elles tombent au fond sans pouvoir s'y redissoudre ensuite, parce que l'eau, au-dessous de laquelle elles se sont précipitées, n'est plus chaude, comme elle l'étoit quand elle les a dissouts en premier lieu, & qu'il faut qu'elle le soit pour cela.

A l'égard du Cristal de Tartre qui se dissout encore plus difficilement dans l'eau bouillante que le Borax, & qui étant

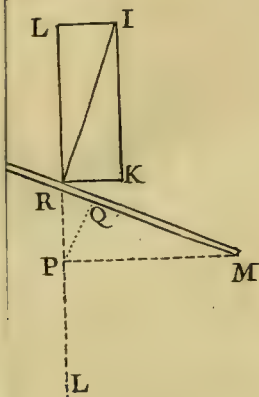


Fig. 4^e.

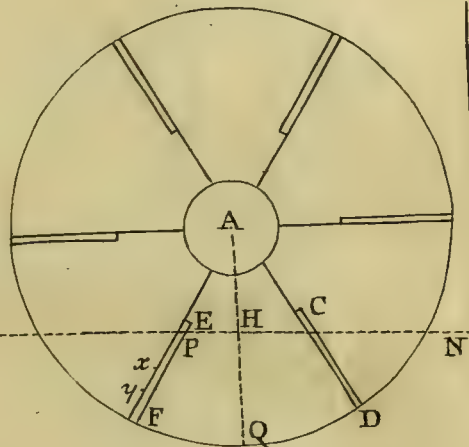
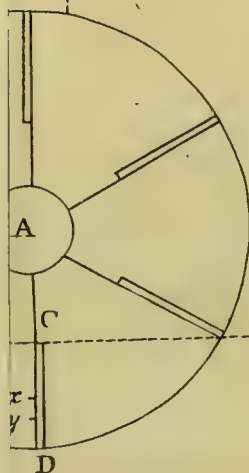


Fig. 2^e

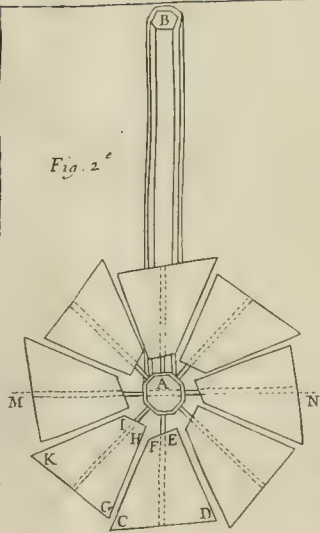


Fig. 1^{re}

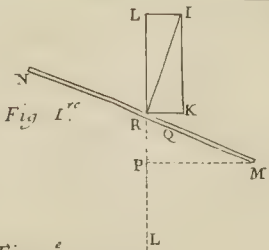


Fig. 3^e

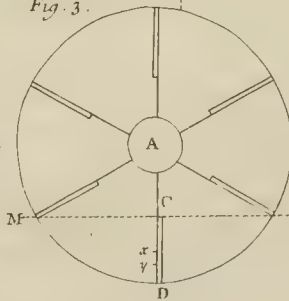
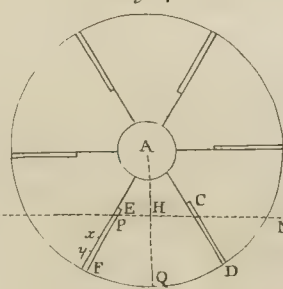


Fig. 4^e



dissout se précipite tout entier ou à très-peu de choses près, dès que l'eau est refroidie, & à mesure qu'elle se refroidit, il faut y appliquer le même raisonnement que nous venons de faire sur le Borax, & conclure même des circonstances de sa dissolution, que ses parties intégrantes tiennent naturellement plus les unes aux autres, & ont encore une beaucoup plus grande disposition à se réunir que n'en ont celles du Borax: on peut encore faire entrer la considération suivante dans l'explication de la précipitation subite & totale de ce Sel après qu'il a été dissout dans l'eau bouillante; c'est que la grande quantité de parties terreuses & huileuses qui s'y trouvent, ne pourroient se soutenir en dissolution dans l'eau que par la partie saline du Cristal de Tartre, à laquelle elles sont intimement unies; mais cette partie saline étant en trop petite quantité, par rapport à ces parties terreuses & huileuses, elle peut bien, quand l'eau est bouillante, concourir avec la chaleur de ce liquide, & les y soutenir dans le degré de division d'un Sel dissout; mais dès que la chaleur se retire, toutes ces parties se réunissant & se raccrochant bien-tôt les unes aux autres tombent bien vite, & entraînent avec elles la partie saline qui, vraisemblablement sans cet alliage de parties terreuses & huileuses ne se précipiteroit point, ou du moins ne se précipiteroit pas entièrement, & aussi promptement qu'elle le fait.

Mais quand on a mêlé deux onces de Borax, & quatre onces de Cristal de Tartre en poudre fine dans douze onces d'eau, quand ces Sels ont reçu le degré de division nécessaire par la chaleur de l'eau bouillante qu'on a eû soin d'y entretenir; quand enfin chaque petite partie de Borax a été pénétrée par une autre petite partie de Cristal de Tartre, & s'y est unie, les parties intégrantes du nouveau Sel qui résulte de l'alliage des deux, n'ont plus entr'elles le même degré de convenance, & la même disposition à se réunir, qu'en avoient en particulier les parties de chacun des deux Sels, dont le nouveau Sel est composé; la preuve de cette vérité peut être tirée de la petite quantité d'eau que demande alors ce nou-

veau Sel ; & en effet s'il est vrai , comme nous l'avons fait voir dans un Mémoire en 1716 , que plus les parties intégrantes d'un Sel s'unissent exactement les unes aux autres , & sont des cristaux compacts & difficiles à pénétrer , plus ces Sels demandent de parties d'eau pour les dissoudre , pour séparer leurs parties dans le liquide quand elles sont prêtes à se réunir , & pour leur y servir de barrières : si deux onces de Borax ne demandent jusqu'à vingt-quatre onces d'eau , pour les soutenir imparfaitement dans le liquide , si quatre onces de Cristal de Tartre n'exigent jusqu'à quarante-huit onces d'eau bouillante & au-delà pour les tenir suspendues , & cela seulement pendant qu'elle est chaude , si , dis-je , l'un & l'autre de ces Sels ne demandent pour leur dissolution toute la quantité d'eau qui vient d'être marquée , que par rapport à l'union intime de leurs parties intégrantes , à proportion de cette union & de leur disposition à se réunir dès qu'elles se présenteront les unes aux autres dans le liquide où elles auront été dissoutes , on est en droit d'assurer tout le contraire des parties intégrantes du nouveau Sel composé de Cristal de Tartre & de Borax , qui depuis sa nouvelle forme ne demande pas la sixième partie de l'eau qu'il auroit fallu pour tenir séparément en dissolution la quantité de Cristal de Tartre & de Borax dont il est composé , & qui se soutient tout entier dans cette petite quantité d'eau , sans qu'il s'en précipite la moindre partie , lorsque la liqueur s'est refroidie , au lieu que le Borax & le Cristal de Tartre ne se soutiennent entièrement dans la grande quantité d'eau qu'il leur faut à chacun en particulier , que quand la liqueur est chaude , & que quand elle cesse de l'être , tout ou presque tout le Cristal de Tartre se précipite à l'instant , & une partie du Borax ne manque pas de le faire aussi dans la suite ; en un mot , il est clair & évident par toutes les circonstances de la dissolution du nouveau Sel comparées à celles du Cristal de Tartre & du Borax dissouts chacun séparément , que les parties intégrantes de ce nouveau Sel composé sont devenuës telles par l'union même des deux Sels composans , qu'elles ne peuvent plus s'appliquer

aussi immédiatement les unes aux autres, que le faisoient séparément à leurs semblables celles de chacun des deux Sels ; & comme, suivant le principe que j'établis, la quantité d'eau plus ou moins grande que demande un Sel pour sa dissolution, est la mesure avec laquelle on peut juger & de l'union plus ou moins intime, qu'ont naturellement entr'elles les parties intégrantes d'un Sel, & du degré de facilité qu'elles ont à se réunir pour peu qu'elles en trouvent l'occasion par leur rencontre, nous croyons avoir lieu d'assurer que les parties intégrantes du nouveau Sel qui se tiennent parfaitement dissoutes dans beaucoup moins d'eau que la sixième partie de ce qu'il en faut pour la dissolution du Borax, s'ajustent & s'unissent ensemble cinq ou six fois moins étroitement, & peut-être même au-delà, que celles du Borax ; & à l'égard du Cristal de Tartre qui demande plus d'eau pour sa dissolution que le Borax, & qui ne s'y soutient encore que quand l'eau est bouillante, au lieu que le nouveau Sel se soutient en entier dans sa portion d'eau, quoique refroidie, nous dirons sans aucune supputation, que ses parties intégrantes ont incomparablement moins de disposition à se réunir, que n'en ont celles du Cristal de Tartre.

Enfin, comme les parties d'un Sel composé de deux autres Sels ne conservent pas ordinairement entr'elles les mêmes rapports, & le même degré d'union & de disposition à se réunir, qui regnoient entre les parties de chacun des deux Sels pris séparément, il peut arriver de cette sorte d'union deux effets tout-à-fait contraires ; c'est-à-dire, que dans un cas tel que celui qui vient d'être cité, les parties intégrantes du nouveau Sel composé s'ajusteront moins exactement les unes aux autres, laisseront entr'elles plus de vuide, & exigeront par là beaucoup moins d'eau que les parties semblables de chacun des deux Sels composants ; & que dans un autre cas opposé les parties du nouveau Sel auront plus de disposition à s'unir, & s'uniront aussi plus étroitement ensemble que ne le faisoient entr'elles les parties des Sels composants, & demanderont par là beaucoup plus d'eau pour leur

dissolution. Nous avons donné un exemple de ce dernier cas en 1717. pag. 162. & suiv. des Mémoires, où on remarque d'abord, que dans une once de l'Esprit de Nitre employé il y avoit cinq gros de Phlegme, & trois gros d'Acides; que dans deux onces d'Huile de Tartre employée, il y avoit une once de Sel de Tartre & une once d'eau, que la quantité d'eau qui regnoit dans ces liqueurs suffisoit pour tenir séparément en dissolution les Acides & le Sel de Tartre, & que cependant quand ces deux liqueurs avoient été mêlées ensemble, le Salpêtre artificiel qui en résultoit, & dont nous avions fait voir que les parties intégrantes s'unissoient mieux ensemble que ne le pouvoient faire une partie de Sel de Tartre à une autre partie de Sel de Tartre, & un Acide nitreux à un autre Acide nitreux, se précipitoit presque tout entier, parce que la quantité d'eau qui suffisoit à chacun des deux Sels séparés, suffisoit si peu pour ces Sels réunis & réduits en Salpêtre, que pour dissoudre celui qui s'étoit précipité, il falloit ajouter encore quatre onces de nouvelle eau.

Il ne nous reste plus à présent que quelques réflexions à faire sur les propriétés médicinales du Borax, & sur la manière d'agir dans la fusion des métaux.

Pour ce qui regarde les propriétés de ce Sel, comme il est très-peu en usage dans la pratique de médecine, on connoît peu ses vertus, cependant j'ai remarqué, aussi-bien que feu mon pere, que c'étoit un fort bon désobstructif très-convenable dans les embarras des glandes du Mesentere, du Foye, de la Rate & de la Matrice; & quand on considère les expériences chymiques faites sur ce Sel, & son action sur les différentes matières qui y ont été mêlées, on voit d'abord sensiblement qu'il peut être regardé comme un Absorbant très-efficace, & d'autant plus salutaire qu'en absorbant parfaitement les Acides, comme le font les autres Sels alkalis, il ne cause pourtant pas comme eux de grands troubles & des mouvements sensibles de fermentation; mais où il paroît par l'examen chymique de ce Sel, qu'il est principalement capable d'agir avec efficacité sur nos liqueurs, & en quoi l'induction tirée
de

de nos expériences s'accorde particulièrement avec l'observation médicinale, c'est dans l'épaississement de ces liqueurs & dans les embarras que causent en différentes parties les suc épaisiss.

Pour concevoir comment ce Sel peut donner de la fluidité à des suc qui n'en avoient point, considérons que l'épaississement des liqueurs peut venir de deux causes, dont la première est une simple dissipation un peu trop abondante de parties aqueuses, excitée par exemple par des chaleurs trop fortes ou trop long-temps continuées, qui mettent presque à sec les parties des humeurs, sans changer d'ailleurs l'union & l'arrangement particulier de ces parties, & y porter aucune altération considérable par la fermentation; en ce cas on chasse l'épaississement de ces liqueurs en rendant aux suc épaisiss la quantité de parties aqueuses qui leur manquent, & qui trouvant les parties de ces suc tout aussi dissolubles qu'elles l'étoient auparavant, n'ont pas de peine à en rétablir la fluidité.

Mais il n'en est pas de même quand quelque fermentation vicieuse a développé & désuni jusqu'à un certain point les principes de nos liqueurs : dans l'état naturel l'arrangement de ces principes doit être tel que les parties grasses & terreuses soient intimement unies aux parties salines, & à une quantité suffisante de ces parties, pour que le total puisse former un corps savoneux ou gommeux, que la sérosité puisse facilement dissoudre : car quand la partie saline ou acide de quelque liqueur s'est détachée jusqu'à un certain point des parties grasses & terreuses qui l'enveloppoient, & qu'elle rendoit dissolubles, outre que cette partie saline plus libre est plus développée, est alors plus en état d'exciter des agacements & des irritations plus vives sur le genre nerveux & membraneux ; en laissant encore la partie grasse & la partie terreuse auxquelles elle étoit unie, sans Sels, ou du moins sans une assez grande quantité de Sels pour les rendre dissolubles, elle donne lieu à ces parties devenues incapables d'être emportées par la sérosité, de se séparer du reste de la liqueur en se précipitant, & de boucher & d'obstruer les canaux où elles

se trouvent, & d'y former des especes de concrétions tartareuses & résineuses, chargées cependant comme le Tartre ordinaire d'un reste d'Acides à demi-développés, & qui n'ont pû s'en dégager entièrement, mais qui n'y sont pas en assez grande quantité par rapport au reste de la matière, ou qui n'y sont pas unis comme il le faut, pour la rendre dissoluble.

On voit par ce qui a été dit, que dans un cas pareil à celui-ci, c'est-à-dire, quand par la fermentation, les principes d'un suc épaissi ont perdu leur arrangement naturel, on travailleroit inutilement à en rétablir la fluidité par beaucoup de parties aqueuses, qui ne feroient que glisser sur la matière épaissie, sans la pénétrer & en rien enlever; mais quand on joint à ces parties aqueuses une dose continuée de Borax, qui s'unit aux Acides à demi-développés du suc épaissi qui s'y incorpore, qui augmente la quantité des parties salines, dont ce suc avoit besoin pour prendre une forme gommeuse ou savonneuse, & pour devenir dissoluble par l'eau, c'est alors que les parties aqueuses, secourûes par l'action du Borax, trouvent le secret de pénétrer & de dissoudre la matière qui faisoit l'obstruction, de la remettre dans le courant de la circulation, & de débarrasser par-là les canaux qui avoient été engorgés. Ce Sel agit donc à peu près alors sur les sucs qui se sont épaissis, & qui ont produit des obstructions dans nos corps, comme il le fait sur le cristal de Tartre qu'il rend aisément dissoluble, comme y fait de même le Sel de Tartre, & comme enfin le font les Sels fixes alkalis sur les matières grasses qu'ils pénètrent, avec lesquelles ils se mêlent, qu'ils réduisent sous une forme de savon, & qu'ils rendent par-là susceptibles de l'impression des parties aqueuses.

Voilà les idées générales que mes essais m'ont fait naître sur la manière dont le Borax opère sur nos liqueurs; peut-être dans la suite de nouvelles observations chimiques & médicales sur ce Sel, fourniront-elles des idées plus particulières, plus détaillées, & plus instructives que les miennes; mais en attendant, je n'ai pas crû devoir me dispenser de donner sur cette matière ce que je croyois en sçavoir.

A l'égard de la manière dont le Borax agit sur les métaux mêlés avec ce Sel, & mis ensemble en fusion, sa partie grasse & bitumineuse mérite ici une considération d'autant plus particulière qu'elle est fixe; car nous avons fait voir que dans le temps que la partie saline du Borax s'élevoit avec un acide sous la forme d'un Sel volatil, sa partie la plus grasse ressoit collée au fond de la cucurbite, dont on ne pouvoit la détacher & l'enlever, à l'aide même du feu, qu'avec une très-grande peine.

Cette partie grasse du Borax agit donc alors sur les métaux, comme le font en pareil cas d'autres matières grasses, c'est-à-dire, en procurant ou facilitant leur fusion; & comme nous venons de remarquer que cette partie grasse du Borax étoit fixe, & qu'elle résistoit à l'action du feu, elle demeure par-là plus obstinément avec les parties du métal, elle s'y colle, & contribue d'autant mieux, non seulement à leur fusion, mais encore à leur malléabilité; car on sçait par les expériences qui ont été faites sur le Fer, combien les matières grasses qu'on y mêle intimement, contribuent à sa malléabilité en collant ensemble les grains ferrugineux que le marteau sépareroit aisément, sans ce glu qui tient toujours ces grains attachés les uns aux autres; la partie grasse du Borax produit vrai-semblablement quelque chose de semblable sur l'Or en chaux ou en poudre, dont elle excite promptement la fusion sur le feu, & qu'elle remet bientôt en corps, & sous une forme métallique, & cela, suivant ma conjecture, en collant ensemble & réunissant ses petites parties.

Le Borax ne contribue pas seulement par sa partie fixe & bitumineuse à la malleabilité des métaux, dont il a excité la fusion, sa partie saline travaille encore dans l'occasion, comme de concert à cette malléabilité.

Un des corps qui s'oppose le plus dans les métaux au recouvrement de cette malléabilité, ce sont les Acides qui, logés entre leurs parties, empêchent leur contact immédiat, & dont l'effet tout-à-fait contraire à leur réunion, est de séparer ces parties, & de les réduire en poudre & sous une forme de chaux; or la partie saline du Borax qui dans la circonstance présente

est à la fois alkaline & volatile, remplit par ces deux propriétés toutes les conditions nécessaires pour dépouiller le métal des Acides dont il est chargé, & qui s'opposent à la réunion & à la malléabilité de ses parties. Cette partie saline du Borax par sa propriété alkaline absorbe & enlève au métal les Acides dont il s'agit ; & comme nous avons fait voir par plusieurs expériences rapportées dans ce Mémoire, que lorsque de pareils Acides s'engagent dans cette partie saline, ils la séparent de sa partie fixe & bitumineuse, & s'élèvent facilement avec cette partie saline par la distillation ; nous pouvons assurer de même que quand la partie saline du Borax s'est chargée des Acides contenus entre les parties d'un métal, elle est devenue par cela même volatile, & cela en se dégageant & se séparant d'autant mieux de la partie bitumineuse avec laquelle elle étoit unie, que cette partie bitumineuse s'est déjà attachée aux parties du métal qui l'arrêtent & la retiennent en quelque manière pour elles-mêmes, & que l'engagement nouveau de cette partie bitumineuse du côté du métal, facilite toujours son dégagement du côté de la partie saline du Borax qui en reprend par cela même plus aisément sa volatilité naturelle, par le moyen de laquelle elle se sépare du métal avec les Acides qu'elle lui a enlevés, & se perd en l'air avec eux, ou se place au dessus du métal sous la forme de Scories.

A l'égard de la vitrification que le Borax excite dans plusieurs matières, c'est une suite naturelle de la fusion qu'il y produit, & pendant laquelle le corps fondu se dépouille d'un grand nombre de parties qui auroient été un obstacle à sa transparence & à son indissolubilité.



M E M O I R E

Sur l'usage qu'on peut faire en Géométrie des Polygones rectilignes, arithmétiquement réguliers, par rapport à la Mesure des Lignes courbes.

Avec plusieurs nouveaux Projets pour perfectionner la Trigonométrie & la Cyclométrie.

Par M. DE LAGNY.

L'ON peut d'abord distinguer en deux Genres les Polygones rectilignes réguliers ; sçavoir, les Polygones géométriquement réguliers, & les Polygones arithmétiquement réguliers. 9. Juillet 1729.

La régularité des Polygones géométriques, de même que la régularité des *Polyedres* ou *Polygones solides*, consiste dans le rapport d'égalité ; & au contraire, l'irrégularité consiste dans le rapport d'inégalité, soit entre les côtés, soit entre les angles.

L'on doit aussi avoir égard à l'aire des surfaces & à la solidité des corps, par rapport à la commensurabilité ou l'incommensurabilité de ces trois especes de grandeurs comparées à un terme constant du même genre que les grandeurs.

Lorsqu'il y a rapport d'égalité entre tous les côtés, & entre tous les angles, le Polygone & le Poliédre sont *parfaitement* & *géométriquement* réguliers. Cette propriété ne convient qu'aux seuls Polygones qui peuvent être inscrits & circonscrits au Cercle & aux Polyedres qui peuvent être inscrits & circonscrits à la Sphere. Le calcul des Polygones réguliers, engage à supputer des Polynomes irrationnels qui sont de plus en plus composés, & qui rendent le calcul impraticable au-delà d'un certain nombre de termes. Il est vrai qu'à la fin d'un travail énorme, il ne reste plus qu'une simple multipli-

cation à faire pour trouver indéfiniment ce que l'on cherche, c'est-à-dire, le rapport du diamètre à la circonférence du Cercle : mais pour parvenir à cette simple multiplication, & à une grande approximation *déterminée*, il faut de très-longes calculs, sans qu'on soit en quelque manière dédommagé de ce pénible travail par aucune élégance de méthode. C'est donc là le premier genre de Polygone *géométriquement* régulier.

Le second genre de Polygone régulier, & qu'on pourroit appeller *latéralement* régulier, est celui des Polygones où il y a seulement égalité entre tous les côtés (le dernier sur la base non compris) sans y avoir égalité entre les angles ; on peut en faire usage dans toute autre Courbe que le Cercle, comme dans les Paraboles, Hyperboles, Ellypsés, &c.

Le troisième genre de Polygone régulier est celui où il y a égalité seulement entre tous les angles (le dernier sur la base non compris.) On pourroit appeller ces Polygones *angulairement* réguliers ; ils peuvent être d'usage dans toute autre Courbe que le Cercle ; mais cet usage est moins commode en général que celui des Polygones *latéralement* réguliers.

Le quatrième genre est celui des Polygones *alternativement* réguliers, dont le 1^{er}, le 3^{me}, le 5^{me}, le 7^{me}, &c. côtés sont égaux, & le 2^d, le 4^{me}, le 6^{me}, le 8^{me}, &c. sont aussi égaux, mais inégaux aux 1^{er}, 3^{me}, 5^{me}, 7^{me}, &c. ils sont seulement tous commensurables entr'eux, excepté un seul *indéfiniment* petit vers une extrémité de la base ; on peut en faire usage dans toutes les Courbes.

On peut rapporter à ce même 4^{me} genre tous les Polygones arithmétiques dont tous les côtés sont commensurables dans quelque ordre réglé que ce soit.

Le cinquième genre des Polygones est celui des Polygones *indéfiniment* réguliers, dont tous les côtés sont égaux, & pris d'une grandeur à discrétion, laquelle grandeur, plus elle est petite, & plus la méthode est utile, il ne reste proche la base qu'un seul & dernier côté *indéfiniment* petit qui sert de corde au complément de la Courbe.

Le sixième genre est celui des Polygones *arithmétiquement* réguliers en total, & *géométriquement* réguliers à moitié. Tels sont ceux qui sont formés sur deux segments inégaux d'un même Cercle, qui se servent de complément l'un à l'autre; par exemple, si le diamètre d'un Cercle est supposée de 4394 parties égales, & que la corde, commune au petit & au grand segment, soit de 506, on trouvera que la corde de l'Arc soutriples, dans le petit segment, seroit de 169, & la corde de l'Arc soutriples, dans le grand segment, seroit de 3718; & en formant de même (comme on le peut toujours) une Série de Polygones *arithmétiquement* réguliers en total, & *géométriquement* réguliers à moitié, on approcheroit indéfiniment près, par des nombres tous rationnels du rapport cherché; du diamètre à la circonférence du Cercle.

Je viens présentement à l'application de ces Polygones; pour la mesure des Lignes courbes.

D É F I N I T I O N I.

J'appelle Polygones *arithmétiquement* réguliers & utiles à la mesure des Lignes courbes, ceux dont non seulement tous les côtés sont commensurables, mais qui de plus étant inscrits ou circonscrits à une ligne courbe quelconque, ou à une portion déterminée de cette courbe, sont aussi commensurables, ou à une seule ligne donnée comme le rayon, ou à autant de lignes droites qu'il est nécessaire pour déterminer la courbe, telles que sont les Lignes droites qui servent d'Axe ou de Diamètre, de Paramètre, de Cordes, de Tangentes, &c.

D É F I N I T I O N I I.

Les Polygones rectilignes qui sont *arithmétiquement* réguliers, ne le sont *très-parfaitement* que lorsque leur aire est aussi commensurable aux quarrés de la commune mesure de leurs côtés.

C O R O L L A I R E.

Il est évident, suivant cette définition, que tous les Triangles rectangles en nombres sont parfaitement réguliers.

(excepté par rapport à leurs angles) puisque leur aire est toujours commensurable au quarré de la commune mesure de leurs côtés (c'est l'unité) cette aire étant exprimée par la moitié du produit de deux nombres entiers.

Les Triangles obliquangles en nombres, sont *arithmétique-ment* & *parfaitement* réguliers (quoique leurs côtés & leurs angles soient inégaux) lorsque ces côtés sont commensurables, & leur aire commensurable au quarré de la commune mesure de leurs côtés; j'aurois pû dire, commensurable aux quarrés des côtés, mais cette première expression est plus simple.

Ces sortes de Triangles obliquangles en nombres sont d'abord formés par l'assemblage de deux Triangles rectangles en nombres, qui ont un côté commun autour de l'angle droit.

Tel est, par exemple, le Triangle obliquangle dont les trois côtés sont 13, 14, 15, & dont l'aire est 84.

Ce Triangle obliquangle est formé par l'assemblage du Triangle primitif 13, 12, 5, & du Triangle compolé 15, 12, 9, qui est dérivé du Triangle primitif 5, 4, 3, duquel 15, 12, 9, sont multiples par 3. Ces deux Triangles rectangles ont pour côté commun la perpendiculaire 12. Le premier de ces deux Triangles est 12, 13 & 5, & le second est 12, 15 & 9.

On peut même former tout Triangle obliquangle & scalene en nombres par l'assemblage de 6, de 12, de 24, de 48, &c. Triangles rectangles en nombres à l'infini; & tout Triangle isoscele en nombres (lorsque leur aire est commensurable aux quarrés des côtés) peut aussi être formé par un assemblage de Triangles rectangles en nombres, &c.

Tout autre Triangle obliquangle en nombres, lequel n'est pas formé par un pareil assemblage de deux Triangles rectangles, n'est qu'imparfaitement régulier *arithmétiquement*; tel est, par exemple, le Triangle 13, 14, 17, dont l'aire est égale à $\sqrt{7920}$, nombre irrationnel entre 88— & 89—, c'est un Triangle *imparfaitement* régulier.

Il y a trois Polygones réguliers fondamentaux, qui sont le Triangle, le Quarré & le Pentagone. Je les appelle Polygones *fondamentaux*, parce que tous les arcs de Cercle, sans exception, dont les rapports des cordes au rayon sont exprimables exactement en formules analytiques, sont dérivés de ces trois-là par la seule bisection répétée; & tous ces arcs, qu'on peut appeller Arcs *analytiques*, sont représentés par cette formule générale.

Soient a & b deux nombres entiers quelconques, tout Arc dont le rapport à la circonférence entière peut s'exprimer par $\frac{a}{15 \times 2^b}$ est un arc *analytique*.

REMARQUE.

Si sur deux côtés donnés, comme 13 & 14, & l'aire donnée, comme 84, on cherche par l'analyse le troisième côté du Triangle, on trouvera deux valeurs, sçavoir 15 & $\sqrt{505}$, ce qui forme deux Triangles, au lieu d'un qu'on cherchoit; l'un *parfaitement* & *arithmétiquement* régulier, & qui est acutangle, sçavoir 13, 14, 15, & l'autre en partie irrationnel & obtus-angle, sçavoir 13, 14 & $\sqrt{505}$, l'angle obtus de ce second Triangle est le supplément de l'angle aigu du Triangle 13, 14, 15.

Il est impossible de former aucun Triangle rectangle en nombres, dont les trois côtés inégaux soient commensurables, & qu'en même temps les trois angles soient aussi commensurables. Il est à plus forte raison impossible de former un Triangle rectangle qui eût ces trois conditions; sçavoir, 1.^o les trois côtés commensurables; 2.^o l'aire commensurable à leur commune mesure, 3.^o & aussi les trois angles commensurables entr'eux. Un seul Triangle (c'est le Triangle équilatéral) satisfait à la première & à la troisième conditions. Il y en a des infinités d'infinités qui satisfont à la première & à la seconde conditions.

Mem. 1729.

: Qq

D É F I N I T I O N I I I .

Les Triangles sphériques, soit rectangles, soit obliques, de même que tous les Polygones sphériques, seroient parfaitement réguliers *arithmétiquement*, si non seulement les arcs des grands Cercles qui les forment sur la surface d'une Sphere étoient commensurables entr'eux ; mais si de plus leur aire étoit commensurable à la surface de cette Sphere, & dans les Triangles sphériques ordinaires, c'est lorsque leur aire est commensurable à la surface de l'Hémisphère, qui est le terme constant de comparaison de ces aires, comme en étant le *Maximum* exclusif, de même que le terme constant de comparaison pour les Angles linéaires quelconques, & leur *Maximum* exclusif est le demi-Cercle qui a pour centre le sommet de l'angle, & pour côtés deux lignes droites ou courbes, au lieu desquelles courbes on peut substituer leurs tangentes au sommet de l'angle.

Remarqués, 1.^o Que la commensurabilité des Triangles sphériques dépend de la commensurabilité de la somme de leurs trois angles avec l'angle droit.

Remarqués, 2.^o Que lorsque les deux Tangentes des deux arcs forment un angle curviligne où la Tangente de la courbe avec la ligne droite qui forment un angle mixtiligne, concourent, étant prolongées, & ne font qu'une seule & même ligne droite ; remarqués, dis-je, qu'alors l'angle curviligne ou mixtiligne est nul en un sens ; je dis *en un sens*, parce que l'on sçait que ces angles nuls ou infiniment petits sont de différents genres & de différentes especes, suivant les différents genres & les différentes especes de ces lignes courbes. C'est une théorie curieuse dont il ne s'agit point présentement.

Première Maxime générale sur les Triangles, tant rectilignes que sphériques.

Il y a sept grandeurs primitives, & leurs rapports à considérer dans tous les Triangles tant rectilignes que sphériques, ou même tant rectilignes que curvilignes ou mixtilignes; mais je me restreins ici aux seuls Triangles rectilignes & aux Triangles sphériques, comme étant les seuls entre les Triangles qui soient d'un assés grand usage pour mériter attention.

Ces sept grandeurs sont,

1.^o 2.^o & 3.^o Les trois côtés exprimés en nombres rationnels, ou en Séries rationnelles indéfinies, & indéfiniment approchantes.

4.^o 5.^o 6.^o Les trois angles ou les trois arcs d'un même Cercle, qui servent de mesure à ces trois angles, & qui sont exprimés de même que les côtés par des nombres rationnels, ou en Séries indéfinies, & indéfiniment approchantes.

7.^o Les rapports de l'aire de ces Triangles sphériques à l'Hémisphère, qui est le terme constant de comparaison, & qui est (comme j'ai dit ci-dessus) leur *Maximum* exclusif, ces rapports doivent être exprimés de même par des nombres rationnels, ou par des Séries rationnelles indéfiniment convergentes.

Seconde Maxime générale.

Trois de ces sept grandeurs étant connües (ou pour parler plus exactement) trois de leurs sept rapports étant connus, on peut toujours déterminer les quatre autres rapports, ou exactement en nombres rationnels, ou indéfiniment près en Séries rationnelles.

Or sept choses peuvent être combinées, 3 à 3, en trente-cinq manières différentes; cela est démontré dans plusieurs Traités des Combinaisons en général, & je crois devoir le démontrer ici en particulier.

Soient les sept grandeurs données $a, b, c, d, e, f, g.$

Qq ij

308 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
En voici toutes les combinaifons poffibles, trois à trois.

$$5 \left\{ \begin{array}{l} abc. \\ abd. \\ abc. \\ abf. \\ abg. \end{array} \right\} \left\| \begin{array}{l} 4 \left\{ \begin{array}{l} acd. \\ ace. \\ acf. \\ acg. \end{array} \right\} \left\| \begin{array}{l} 3 \left\{ \begin{array}{l} ade. \\ adf. \\ adg. \end{array} \right\} \left\| \begin{array}{l} 2 \left\{ \begin{array}{l} aef. \\ aeg. \end{array} \right\} \left\| \begin{array}{l} 1 \{ afg. \end{array} \right\} \end{array} \right\|$$

$$\text{Or } 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15.$$

$$4 \left\{ \begin{array}{l} bcd. \\ bce. \\ bcf. \\ bcg. \end{array} \right\} \left\| \begin{array}{l} 3 \left\{ \begin{array}{l} bde. \\ bdf. \\ bdg. \end{array} \right\} \left\| \begin{array}{l} 2 \left\{ \begin{array}{l} bef. \\ beg. \end{array} \right\} \left\| \begin{array}{l} 1 \{ bfg. \end{array} \right\} \end{array} \right\|$$

$$\text{Or } 4 + 3 + 2 + 1 = 10.$$

$$3 \left\{ \begin{array}{l} cde. \\ cdf. \\ cdg. \end{array} \right\} \left\| \begin{array}{l} 2 \left\{ \begin{array}{l} cef. \\ ceg. \end{array} \right\} \left\| \begin{array}{l} 2 \{ cfg. \end{array} \right\} \end{array} \right\|$$

$$\text{Or } 3 + 2 + 1 = 6.$$

$$2 \left\{ \begin{array}{l} def. \\ deg. \end{array} \right\} \left\| \begin{array}{l} 1 \{ df g. \end{array} \right\} \left\| \begin{array}{l} 1 \{ efg. \end{array} \right\}$$

$$\text{Or } 2 + 1 = 3 \text{ \& } 1 = 1.$$

$$\text{Total } 15 + 10 + 6 + 3 + 1 = 35 \dots\dots C. Q. F. D.$$

L'on ne peut donc former en tout que trente-cinq Problemes pour les Triangles *rectilignes*, & trente-cinq Problemes pour les Triangles *sphériques*.

C'est l'objet complet d'une parfaite Trigonométrie.

De ces foixante-dix Problemes, il y en a trente dans lesquels entrent les rapports des aires de ces Triangles; ſçavoir, quinze pour les rectilignes, & autant pour les ſphériques: il eſt évident, par la Table ci-deſſus, que chacune des ſept lettres *a, b, c, d, e, f, g*, ſe combine quinze fois, & je regarde chacun de ces trente Problemes comme nouveaux, tant pour le fonds que pour la forme.

A l'égard des quarante autres Problemes, on peut, à la vérité, les résoudre par les règles ordinaires, en se servant des Tables des Sinus, mais ce n'est que d'une manière bornée & limitée à une certaine approximation, qui est par conséquent très-imparfaite. J'ai déjà donné sous le titre de *Goniométrie analytique*, ces mêmes Solutions sans Tables & par des Séries indéfiniment convergentes, & indéfiniment approchées; ainsi ces mêmes quarante Problemes peuvent encore être regardés comme nouveaux par rapport à la forme ou à la manière de les résoudre. A l'égard de ceux qui voudront absolument se servir des Tables des Sinus, je donnerai par appendice la Méthode démontrée dont on doit se servir pour tirer avec certitude la plus grande approximation possible avec les limites par plus & par moins, ce que je crois n'avoir point été donné jusqu'à présent, & qui étoit pourtant essentiellement nécessaire à la perfection de l'ancienne Trigonométrie.

Le Triangle rectiligne & équilatéral paroît d'abord être le plus parfait, comme il est le premier des Polygones géométriquement réguliers. Il ne l'est pourtant pas *parfaitement*, parce que des trois conditions nécessaires pour une parfaite régularité géométrique, ce Triangle n'en a que deux, qui sont l'égalité de ses angles & l'égalité de ses côtés. Il manque la troisième condition, qui est la commensurabilité de son aire avec le carré du côté, parce que ce côté étant $= 2$, l'aire du carré de ce côté est 4, & l'aire du Triangle est $\sqrt{3}$; ainsi l'on ne peut qu'approcher *indéfiniment* par Séries rationnelles du rapport exact de ces deux grandeurs, c'est-à-dire, que le carré du côté est à l'aire du Triangle comme le numérateur x est au dénominateur y de l'infinitième terme de la Série *A* incomplexe suivante & indéfiniment approchante par excès, ou comme le numérateur z de la Série incomplexe *B* est au dénominateur t , ce qui donne une fraction qui approche indéfiniment par défaut.

Ainsi pour l'aire du Triangle équilatéral dont le côté $= 2$, & par conséquent le carré $= 4$, l'aire du Triangle équilatéral est à l'aire du carré comme l'infinitième terme de la

Série *A* par excès, ou de la Série *B* par défaut, sont à 4, car ces deux infinitièmes termes se confondent ensemble, & sont parfaitement *analogiquement* égaux.

La première Série *A* est toute par excès, qui devient régulièrement indéfiniment petit.

$$A \dots \frac{x}{y} = \frac{2-}{1}, \frac{7-}{4}, \frac{26-}{15}, \frac{97-}{56}, \frac{362-}{209}, \frac{1351-}{780}, \&c. = \frac{2x+3y}{1x+2y}.$$

$$B \dots \frac{z}{t} = \frac{1+}{1}, \frac{5+}{3}, \frac{19+}{11}, \frac{71+}{41}, \frac{265+}{153}, \frac{980+}{571}, \&c. = \frac{2z+3t}{1z+2t}.$$

La seconde Série *B* est toute par défaut, qui devient régulièrement indéfiniment petit.

La formule génératrice & commune à ces deux Séries est donc $\frac{x}{y}$ pour le terme antécédent quelconque, & $\frac{2x+3y}{1x+2y}$ pour le terme conséquent, ou $\frac{z+t}{t}$ & $\frac{2z+3t}{1z+2t}$.

Ainsi regardant comme connu & comme donné, le côté du Triangle équilatéral, par exemple = 10, dont le carré est = 100, l'aire cherchée de ce Triangle sera l'infinitième terme de cette Série

$$\frac{1 \times 100 +}{2}, \frac{4 \times 100 +}{7}, \frac{15 \times 100 +}{26}, \frac{56 \times 100 +}{97}, \&c.$$

$$\text{ou } 50, + \dots 57 \frac{1}{7} \dots 57 \frac{9}{13} \dots 57 \frac{71}{97}, \&c.$$

Quelque bizarre que fût le choix arbitraire des deux nombres x & y , ou des deux nombres z & t , on ne laisseroit pas d'approcher indéfiniment du rapport cherché, en suivant la formule de la Série, ce qui est un véritable Paradoxe; mais le choix le plus élégant & le plus simple de tous, est de supposer, ou $x=2$ & $y=1$, ou $x=1$ & $y=1$.

Les limites analogiques d'approximation sont $\frac{x}{y}$ & $\frac{x-}{y} - \frac{1}{2xy} +$ pour la première Série par excès, & dans la Série par défaut, c'est $\frac{z+t}{t}$ & $\frac{z}{t} + \frac{1}{2zt} - \&c.$

Il n'y a dans la Série infinie des Polygones géométriquement réguliers, que le seul Carré qui ait les trois conditions requises pour un Polygone parfaitement régulier; sçavoir tous

ses côtés égaux, tous ses angles égaux, & son aire commensurable : c'est par cette raison que l'aire du *Quarré* doit seule, & exclusivement à toute autre surface, servir de commune mesure immédiate, & de terme constant de comparaison, à toutes les surfaces rectilignes, curvilignes & mixtilignes.

Entre les Triangles *arithmétiquement* réguliers, la première espèce à examiner est celle des Triangles rectangles en nombres. Ils ont deux des trois conditions nécessaires pour la parfaite régularité ; sçavoir, 1.^o d'avoir leurs trois côtés commensurables, 2.^o d'avoir leur aire commensurable au quarré de la commune mesure de ces côtés. Mais à l'égard de leurs trois angles, il est aisé de démontrer qu'il n'y en peut jamais avoir au plus que deux qui soient commensurables, & que réciproquement dans tout Triangle rectiligne (excepté le seul Triangle équilatéral) si les trois angles sont commensurables, les trois côtés ne le seront pas, mais seulement deux côtés au plus.

Je viens à l'usage des Triangles rectilignes & rectangles en nombres.

Ce n'est pas seulement dans la Géométrie & dans les parties des Mathématiques qui en dépendent, que la fameuse propriété du Triangle rectangle est d'un usage infini, elle l'est aussi dans la science des Nombres & dans l'Algebre. L'on a introduit par analogie dans la Géométrie les *Triangles rectangles en nombres*.

C'est ainsi qu'on appelle l'assemblage de trois nombres quelconques, entiers ou rompus, qui sont tels que le quarré du plus grand des trois est lui seul égal à la somme des quarrés des deux autres.

On doit se fixer au seul calcul des Nombres entiers, parce que le calcul ou algorithme des rapports en fractions rationnelles peut toujours aisément se réduire aux rapports des nombres entiers, & la théorie des rapports des nombres entiers est indéfiniment plus simple & plus élégante sans être moins universelle que la théorie des fractions.

Les ouvrages de Diophante d'Alexandrie prouvent que

les Mathématiciens de son temps s'occupoient fort des Problèmes sur les Triangles rectangles en nombres & sur leurs propriétés ; les plus beaux & les plus difficiles Problèmes de cet Auteur, c'est-à-dire, tout son sixième & dernier Livre des Questions arithmétiques roulent sur ce sujet.

Au renouvellement des Sciences, dans les XVI. & XVII.^{me} Siècles, ce genre d'étude recommença avec ardeur, M.^{rs} Viète, de Fermat, de Frenicle, le Pere de Billy, le Docteur Wallis, Milord Brounker, M.^{rs} Stevin, Schooten & une infinité d'autres s'y appliquèrent ; c'étoit une espèce de mode & presque de fureur parmi les Algébristes de ce temps-là, qui se faisoient réciproquement des défis sur cette espèce de Problèmes, non seulement de particulier à particulier, mais en quelque manière de Nation à Nation. Cependant il faut convenir de bonne foi, que la plûpart (pour ne pas dire presque tous ces Problèmes) n'étoient que de laborieuses inutilités. Ils se forgeoient, pour ainsi dire, des difficultés en l'air, & purement arbitraires, pour avoir le plaisir & la gloire imaginaire de les résoudre.

Les nouveaux Calculs différentiel & intégral, sources fécondes & inépuisables de grandes nouvelles découvertes, ont fait avec quelque raison négliger depuis environ quarante ans cette espèce de Problèmes, j'ose pourtant dire qu'on n'en avoit pas encore connu la véritable utilité, ni la véritable beauté. L'on peut facilement étendre cette théorie aux Triangles obliquangles des deux classes, c'est-à-dire, aux Triangles acut-angles & aux Triangles obtus-angles ; j'ajouterai seulement ici que tout Triangle rectangle en nombres, & qui est de la première classe, comme 3, 4, 5, peut former six Triangles isosceles en nombres, & pas davantage ; sçavoir,

| | | |
|--------|--------|------|
| 3..... | 3..... | & 4. |
| 3..... | 3..... | & 5. |
| <hr/> | | |
| 4..... | 4..... | & 3. |
| 4..... | 4..... | & 5. |
| <hr/> | | |
| 5..... | 5..... | & 3. |
| 5..... | 5..... | & 4. |
| <hr/> | | |

Et

Et tout Triangle rectangle en nombres de la seconde classe, comme 5, 12, 13, ne peut former que quatre Triangles isosceles en nombres, & pas davantage ; sçavoir,

12.....12.....& 5.

12.....12.....& 13.

13.....13.....& 5.

13.....13.....& 12.

Car on n'en peut pas former, ni avec 5....5....& 12.

ni avec 5....5....& 13.

parce que la somme de deux côtés doit toujours être plus grande que le troisième.

Je parlerai ailleurs de la manière de former des Triangles obliques en nombres avec deux ou plusieurs Triangles rectangles en nombres.

Dans le Mémoire que je lus à l'Assemblée publique d'après Pâques de l'année 1723, je me contentai d'indiquer seulement le grand usage dont les Triangles rectangles en nombres pouvoient être pour la Solution *arithmétique* indéfinie du fameux Probleme de la Quadrature du Cercle, & pour la solution d'une infinité d'autres Problemes du même genre.

Ainsi l'on peut dire que comme l'Algebre a d'abord emprunté de la Géométrie l'idée analogique de ces Triangles rectangles en nombres ; aujourd'hui, par une espece de juste retour, l'Algebre peut mettre en usage ces mêmes Triangles pour la perfection de la Géométrie.

Je réduis d'abord à deux Problemes importants tout ce qui regarde les Triangles rectangles en nombres.

Le premier Probleme consiste à trouver un nombre entier ; le moindre qui soit possible, qui soit tel qu'il puisse servir de côté commun à autant de Triangles rectangles en nombres qu'on voudra, par exemple, à deux, trois, quatre, cinq, &c. à cent, &c. à mille, &c. Triangles rectangles ; sur quoi il faut remarquer qu'entre tous les Sinus, toutes les Tangentes & toutes les Sécantes (on peut les appeller Sinus, Tangentes & Sécantes *trigonométriques*) c'est-à-dire, les Sinus, les Tangentes

& les Sécantes des Tables ordinaires dans lesquelles on divise le quart de Cercle en 90 degrés, le degré en 60', la minute en 60", &c. on peut, dis-je, démontrer qu'entre ces trois Séries de Lignes droites il n'y a qu'un seul Sinus commensurable au rayon (c'est le Sinus de 30 degrés, qui est la moitié de ce rayon) il n'y a qu'une seule Tangente, c'est celle du demi-quart de Cercle, ou de 45 degrés, laquelle est égale à ce même rayon. Et entre les Sécantes il n'y en a qu'une seule, qui est celle de la sixième partie de la circonférence du Cercle, ou de 60 degrés, laquelle est précisément le double du Rayon; & à l'exception de ces trois lignes, tout autre Sinus, toute autre Tangente, & toute autre Sécante d'un Arc quelconque de Cercle, moindre que le quart du même Cercle, & qui lui soit commensurable; toutes ces lignes, dis-je, sont non seulement incommensurables au Rayon, mais leur rapport ne peut être exprimé exactement par aucune formule réelle irrationnelle, si le rapport de l'arc à la circonférence ne peut pas être exprimé par cette formule $\frac{a}{15 \times 2^b}$, qui exclut les expressions des formules où il entre des imaginaires, comme dans toutes celles qui dépendent de la Trisection répétée d'un même Arc supposé commensurable au quart de Cercle. Voici la formule générale qui comprend tous les Arcs de Cercle, dont les Sinus, Tangentes & Sécantes ont un rapport exprimable exactement en formule irrationnelle, laquelle est toujours dérivée du second degré.

T H E O R E M E I.

Si un Arc de Cercle x a le même rapport à la circonférence entière que le nombre entier quelconque a au nombre entier 15×2^b , c'est-à-dire, si cet Arc a le même rapport à la circonférence entière que l'un des nombres 1, 2, 3, 4, 5, &c. à l'infini, a aux nombres 15, ou 30, ou 60, ou 120, ou 240, &c. qui sont les produits du nombre 15, multiplié par la Série des puissances du nombre 2 (j'appelle b l'exposant général de ces puissances de 2). dans la Série 2, 4, 8, 16, 32, &c. alors il y aura un rapport

exprimable exactement en formule analytique entre le Sinus, la Tangente, la Sécante, &c. le Sinus de complément ou de supplément, la Tangente, la Sécante de complément, le Sinus verse, &c. de ce même Arc & le Rayon. Ce rapport pourra être exprimé exactement par un Polynome du second degré, ou dérivé purement & simplement du second degré.

Tout autre rapport de Lignes droites relatives à tout autre arc de Cercle, lequel arc ne sera pas compris dans la formule $\frac{a}{15 \times 2^b}$, sera absolument inexprimable en formule même irrationnelle, & l'on doit compter pour rien absolument les formules où il entre des imaginaires.

On peut donc exprimer le rapport de toutes les lignes relatives aux arcs de Cercle, lorsque cet arc est

$\frac{1}{15}, \frac{2}{15}, \frac{3}{15}, \frac{4}{15}, \frac{5}{15}, \frac{6}{15}, \frac{7}{15},$ &c. $\frac{14}{15}$, du Cercle entier.
ou $\frac{1}{30}, \frac{2}{30}, \frac{3}{30}, \frac{4}{30}, \frac{5}{30},$ &c. $\frac{29}{30}$.

ou $\frac{1}{60}, \frac{2}{60}, \frac{3}{60},$ &c. $\frac{59}{60}$. Et ainsi de suite à l'infini.

Le dernier & le plus petit des Arcs primitifs en degrés & en minutes qui soient commensurables au Cercle, & dont les Sinus, Tangentes, Sécantes, &c. ont un rapport *analytiquement* exact au rayon du Cercle, c'est l'arc de 45 minutes, qui est la $\frac{1}{480}$ de la circonférence entière du Cercle, ou la $\frac{1}{15 \times 2^5}$ ou $\frac{1}{15 \times 32}$ du même Cercle.

La Démonstration de ce Théoreme se tire aisément de ce qu'il est prouvé qu'il n'y a qu'une seule Trisection & une seule Quinquefection combinées avec un nombre indéfini de Bissections répétées qui puissent donner des rapports *analytiquement exacts* entre le rayon & les lignes droites relatives aux arcs de Cercle, comme sont les Sinus droits, les Sinus verses, les Tangentes, &c.

Mais il y a une infinité de ces lignes qu'on peut prendre à discretion commensurables au rayon, & dont on peut trouver par mes formules toutes rationnelles indéfiniment approchées & indéfiniment convergentes, le rapport de la circonférence entière à l'arc correspondant.

Mais de plus ayant pris à discrétion trois de ces lignes droites formant un Triangle rectangle en nombres comme 3, 4, 5, comme Triangle fondamental ; par exemple, le Rayon étant supposé égal à 4, la Tangente égale à 3, & la Sécante par conséquent égale à 5, je donnerai dans une Table les formules rationnelles pour toutes les Tangentes & les Sécantes à l'infini de tous les arcs multiples de cet Arc primitif qui sert de mesure au premier & petit angle aigu du Triangle rectangle 3, 4, 5 ; & lorsque l'angle multiple surpasse le quart de Cercle, ou deux quarts de Cercle, ou trois quarts de Cercle, ou le Cercle entier, ou les cinq quarts de Cercle, & ou les sept quarts de Cercle, &c. ou un nombre quelconque de quarts de Cercle, je trouve toujours les valeurs en nombres réels, soit positifs, soit négatifs des compléments ou suppléments de ces arcs ; & comme cet arc est dans ce cas incommensurable à la circonférence entière, il s'ensuit nécessairement que comme en cherchant *régulièrement & analogiquement* la commune mesure de deux grandeurs incommensurables, on peut toujours trouver un reste indéfiniment petit, de même on peut par ce seul Triangle 3, 4, 5, primitif & le plus simple de tous pris à discrétion & par son plus petit angle opposé au côté 3 ; l'on peut, dis-je, trouver les formules des Tangentes & les formules des Sécantes des arcs multiples de cet Angle primitif, avec celles de leurs compléments & suppléments ; il s'ensuit nécessairement que l'on peut trouver en nombres rationnels les Sinus, les Tangentes & les Sécantes de tous les Arcs indéfiniment près ; & ayant les Tangentes & les Sécantes, il est évident qu'on a aussi les Sinus particuliers au moyen de ces deux formules, avec encore cette propriété pour les Sécantes des Arcs doubles, quadruples, sextuples, octuples, décuples, &c. c'est-à-dire, multiples en nombres pairs à l'infini ; que lorsque la Sécante de l'arc ou de l'angle simple est irrationnelle du second degré, comme dans le Triangle 2, 5 & $\sqrt{29}$, en prenant 5 pour Rayon, & 2 pour Tangente, la Série de toutes les Sécantes des Arcs multiples en nombre pair est toujours rationnelle ; par

exemple, si les deux côtés d'autour de l'angle droit sont exprimés par les deux nombres 2 & 5, la Sécante qui est irrationnelle & égale à $\sqrt{29}$, cette Sécante devient rationnelle dans toute la Série des Sécantes des Arcs doubles, quadruples, sextuples, octuples, &c. ce qui est évident par l'inspection seule de la Série des formules de ces Sécantes ; sçavoir,

$$\frac{f^2}{1} \dots \frac{rf^2}{1r^2 - t^2} \dots \frac{rf^4}{1r^4 - 6r^2t^2 + t^4} \dots \frac{rf^6}{1r^6 - 15r^4t^2 + 15r^2t^4 - t^6} \dots \&c.$$

Exposants 1..... 2..... 4..... 6..... &c.

Si je prends le nombre 5 = r pour Rayon, & le nombre 2 = t pour Tangente, la Sécante de l'Arc simple sera $f^2 = \sqrt{29}$, qui est irrationnelle du second degré, mais la Sécante de l'Arc double sera $\frac{145}{21}$, qui est rationnelle ; la Sécante de l'Arc triple sera irrationnelle, & la Sécante de l'Arc quadruple sera $\frac{5 \times 841}{625 - 600 + 16} = \frac{4205}{41}$ qui est rationnelle, la Sécante de l'Arc sextuple sera $= \frac{5 \times 29^3}{-15939} = \frac{121945}{-15939} = - \&c.$ qui est aussi rationnelle.

Le second Probleme consiste à trouver un nombre entier ; le plus petit qui soit possible, & qui puisse servir d'hypothénuse à autant de Triangles rectangles en nombres qu'on voudra. Sur quoi il faut remarquer qu'on peut inscrire dans un Cercle une Série réglée & indéfinie de Polygones *arithmétiquement* réguliers, c'est-à-dire, dont tous les côtés soient commensurables au Rayon, & dont la somme donne indéfiniment près le rapport du diamètre à la circonférence cherchée au moyen d'une méthode indéfiniment plus simple & plus courte que par la méthode des Polygones *géométriquement* réguliers, dont les côtés sont de plus en plus incommensurables, c'est-à-dire, dont on ne peut exprimer le rapport au Rayon que par des Polynomes irrationnels du 2^d, du 4^{me}, du 8^{me}, du 16^{me}, &c. degrés *purs* à l'infini, & l'expression de ces Polynomes est composée de plus en plus d'une plus grande quantité de nombres tous irrationnels.

Je reviens à la formule nouvelle & générale pour tous les Triangles rectangles en nombres, laquelle je trouve & démontre dans le Théorème suivant.

THEOREME II.

Les trois côtés de tout Triangle rectangle en nombres, soit que ce Triangle soit primitif, soit qu'il soit composé, peuvent généralement être représentés par les trois formules suivantes, en supposant que les trois lettres a, b, c , représentent trois nombres entiers quelconques.

- 1.^o L'hypothénuse AC peut en général être représentée par $2abb + 2abc + 1acc$.
- 2.^o Le côté toujours pair AB par $2abb + 2abc$.
- 3.^o Et le côté tantôt pair tantôt impair BC par $2abc + 1acc$.

D É M O N S T R A T I O N .

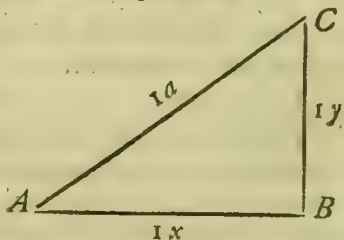
Fig. 1.

Soit le Triangle rectiligne ABC rectangle en B .

Et soit l'hypothénuse donnée $AC = 1a$ d'une grandeur constante exprimée par un nombre entier quelconque.

Soit l'un des côtés AB inconnus $= 1x$ variable.

Et l'autre côté BC aussi inconnu $= 1y$ variable.



J'aurai d'abord par la propriété du Triangle rectangle cette première Équation fondamentale.

$$1.^{\circ} \dots 1xx + 1yy = 1aa.$$

Mais pour faire évanouir dans cette Équation une des deux inconnues indistinctement; par exemple, pour faire évanouir y , & abaisser en même temps au premier degré, par une même hypothèse, cette Équation qui est au second, je ne puis absolument faire que l'une des trois hypothèses suivantes. Sçavoir,

- 1.^o... $1y = 1a - 1x$.
- 2.^o... $1y = 1a - bx$.
- 3.^o... $1y = 1a - \frac{bx}{b+c}$.

} En supposant b nombre quelconque entier ou mixte, mais toujours plus grand que l'unité.

C'est afin que xx se trouve détruit dans l'Équation qui résulte de l'hypothèse, & que x se trouve multiplié par le double de la fraction $\frac{1b}{1b+1c}$, laquelle est par l'hypothèse moindre que l'unité ; or on ne peut pas se servir de la première hypothèse $1y = 1a - 1x$, parce que, ajoutant ensemble les deux côtés $1x$ & $1a - 1x$, leur somme seroit égale à l'hypothénuse donnée $1a$, ce qui est démontré impossible, mais l'excès de cette somme sur l'hypothénuse peut augmenter depuis zero exclusivement jusqu'au plus petit des deux côtés aussi exclusivement.

On ne peut pas non plus se servir de la seconde hypothèse $1y = 1a - 1bx$, en supposant b plus grand que l'unité ; c'est-à-dire, en supposant $b = 1c + 1$, & par conséquent $1bx = 1cx + 1x$, parce que ajoutant ensemble les deux côtés $1x$ & $1a - cx - 1x$, leur somme $1a - cx$ seroit plus petite que l'hypothénuse donnée $1a$: ce qui rend cette seconde hypothèse encore plus impossible en un sens que la première.

On ne peut donc se servir que de la dernière de ces trois hypothèses, sçavoir $1y = 1a - \frac{1bx}{1b+1c}$, en sorte que $1x$ soit multiplié par une fraction $\frac{1b}{1b+1c}$, laquelle est par l'hypothèse évidemment moindre que l'unité ; car pour lors la somme des deux côtés est (comme elle doit être) plus grande, mais indéfiniment peu plus grande que l'hypothénuse ; car $1a + 1x - \frac{1bx}{1b+1c} = \frac{1ab+1ac+1cx}{1b+1c}$, qui surpasse $1a$ de $\frac{1cx}{1b+1c}$.

Je suppose donc de nouveau le Triangle rectiligne ABC rectangle en B .

Et appelant l'hypothénuse donnée $1a$.

Et l'un des deux côtés inconnus $AB = 1x$.

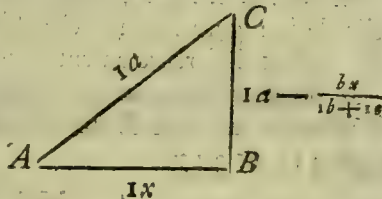


Fig. 2.

J'appellerai l'autre côté inconnu $BC = 1a - \frac{1bx}{1b+1c} = y$.

L'on trouvera aisément par les règles ordinaires de l'analyse

$$AC = 2abb + 2abc + 1acc.$$

$$AB = 2abb + 2abc.$$

$$BC = 2abc + 1acc. \text{ Ce qu'il faudra trouver.}$$

On le démontre, en quarrant les trois côtés; car le carré de l'hypothénuse AC sera égal à la somme des deux carrés de AB & BC : sçavoir,

$$\text{Le carré de l'hypothénuse } AC = 2abb + 2abc + 1acc.$$

En la multipliant par elle-même, c'est-à-dire, par $2abb + 2abc + 1acc$, se trouve ainsi:

Multipliés $2abb + 2abc + 1acc$ par lui-même, c'est-à-dire, par $2abb + 2abc + 2acc$, le produit sera

$$\begin{aligned} &4aab^4 + 4aab^3c + 2aabbcc \\ &+ 4aab^3c + 4aabbcc + 2aabc^3 \\ &+ 2aabbcc + 2aabc^3 + 1aac^4. \end{aligned}$$

C'est-à-dire,

$$4aab^4 + 8aab^3c + 8aabbcc + 4aabc^3 + 1aac^4;$$

c'est le carré de l'hypothénuse AC .

Le carré du côté pair $AB = 2abb + 2abc$
est $4aab^4 + 8aab^3c + 4aabbcc$.

Et le carré du troisième côté $2abc + 1acc$
est $4aabbcc + 4aabc^3 + 1aac^4$.

Donc la somme des carrés des deux côtés AB & BC est $4aab^4 + 8aab^3c + 8aabbcc + 4aabc^3 + 1aac^4$ égale au carré de l'hypothénuse AC . *Ce qu'il falloit démontrer.*

Et comme il n'y a point d'autre hypothese possible que celle de la Figure seconde ci-dessus, les trois formules pour AC , AB & BC représentent tous les cas possibles.

Je donnerai dans un autre Mémoire la parfaite Méthode de résoudre les deux Problemes dont il est parlé ci-dessus; pages 313. & 317.



DE L'AURORE BOREALE

Qui a paru le 16 Novembre de l'année 1729.

Par M. CASSINI.

LE 16 Novembre sur les 6 heures du soir, on apperçut 19 Nov.
1729.
vers le Nord une Aurore boréale, dont la plus grande clarté étoit dirigée au Nord-nord-ouest. Cette Aurore augmenta en lumière, & étoit fort éclatante sur les 7 heures & demie; on n'y appercevoit pas cependant encore ces jets de lumière qu'on a déjà observés dans un grand nombre de Phénomènes semblables.

A 8^h 20', pendant que l'on observoit la Comete pour déterminer sa situation, on apperçut tout d'un coup dans le Ciel une grande Lumière vive & éclatante qui se terminoit en pointe près de l'horizon à l'Occident, & passoit par les Constellations de l'Aigle, du Dauphin, par l'épaule du Verseau, & se prolongeoit jusqu'aux Etoiles qui sont dans le genou du Taureau.

Cette Lumière, qui traversoit toute la partie méridionale du Ciel, s'élevoit du côté du Midi à la hauteur de 30 degrés ou environ, où elle occupoit au moins 8 ou 10 degrés de largeur, ayant à peu-près la forme d'un Arc large par le milieu & étroit aux deux extrémités, dont celle qui étoit vers l'Orient étoit repliée en s'élevant un peu vers le Zénith.

On appercevoit dans cette Lumière un mouvement sensible de l'Occident vers l'Orient, de sorte qu'à 8^h 25' elle étoit éloignée de l'Etoile inférieure de l'Aigle autant que cette Etoile l'est de la supérieure.

Presque dans le même temps on en apperçut une autre en forme de Poutre, large de 5 à 6 degrés, & élevée presque perpendiculairement sur l'horizon à la hauteur de plus de 30 degrés, qui passoit par les Pléiades, l'œil de Taureau, l'épaule

Mém. 1729.

. S I

orientale d'Orion, & venoit se terminer à l'horizon oriental.

Ces deux Lumières se dissiperent peu-à-peu, de sorte qu'à 7^h 35' on ne voyoit presque plus de vestige de la méridionale; la Lumière orientale en forme de poutre cessa aussi de paroître quelques minutes après, pendant que l'Aurore boréale augmentoit de clarté.

A 9 heures & un quart on apperçut vers le Midi une Lumière qui étoit à peu-près dans la même situation que la première, mais beaucoup plus foible & moins étendue de part & d'autre.

Sur les 10 heures la Lumière boréale étoit extrêmement augmentée, & paroissoit la plus forte vers le Nord-nord-est, où l'on appercevoit une rougeur à peu-près semblable à celle du 19 Octobre 1726.

C'étoit comme le foyer d'un grand nombre de flammes légères & ondoyantes qui s'étendoient par tout le Ciel, à la réserve de la partie qui est entre l'Orient ou le Midi, où on ne laissoit pas d'en appercevoir quelque vestige. Il y en avoit une assez grande quantité vers le Zénith, lesquelles changcoient continuellement de figures par les lueurs ou éclairs qui se succederent les uns aux autres, & qui s'étendoient jusqu'au-près de l'horizon entre le Midi & le couchant.

Cette Lumière diminua un peu sur les 10 heures & demie, & à 11 heures elle étoit beaucoup plus foible vers le Nord, où l'on n'appercevoit presque plus d'ondulations, mais elles étoient beaucoup plus fréquentes vers le Midi, en tirant vers l'Oüest, où le Ciel étoit parsemé de lueurs blancheâtres où il se formoit des ondulations continuelles.

A 10 heures & trois quarts on apperçut au Nord un petit Nuage étroit, parallèle à l'horizon, au dessus duquel il étoit élevé d'environ 5 ou 6 degrés. La longueur de ce Nuage occupoit un espace de 8 à 9 degrés, & on le voyoit se mouvoir sensiblement du Nord vers l'Est, en s'élevant un peu, & augmentant en longueur & largeur. Lorsqu'il fut arrivé au Nord-est-est, dans l'endroit où l'Aurore boréale étoit la plus lumineuse, on apperçut de nouvelles flammes à la place de

celles qui avoient presque entièrement cessé, lesquelles passant près du Zénith, s'étendoient jusqu'à l'horizon entre le Midi & l'Orient. Quelques minutes après ce Nuage se dissipa entièrement, de sorte qu'à 11 heures & 15 minutes on n'en voyoit plus aucun vestige.

Les flammes ondoyantes ne laissèrent pas de continuer toujours, quoiqu'avec moins de vivacité.

A 11^h 40' on voyoit dans le Ciel un Arc blancheâtre d'une largeur à peu-près semblable à celle d'un Arc-en-Ciel qui commençoit à l'horizon du Nord-est, & s'élevant dans sa plus grande hauteur d'environ 20 degrés, alloit se terminer au Nord-ouest, occupant environ 90 degrés. Il étoit entrecoupé par des espaces lumineux rangés sans ordre, d'où il sortoit continuellement des flammes légères. Cet Arc étoit presque entièrement dissipé à 11 heures & trois quarts, & la rougeur qui avoit paru d'abord vers le Nord-est, & qu'on avoit cessé de voir, commença à être aperçûe vers le Nord-ouest, on la voyoit avancer sensiblement vers l'Ouest, de sorte qu'à 11^h 55' son terme étoit à 10 ou 12 degrés du point de l'Ouest vers le Sud. Il sortoit de cette rougeur une plus grande quantité de lumières que du côté du Nord & du Nord-est, où la clarté étoit beaucoup diminuée.

A minuit & un quart on aperçut un Arc lumineux mal terminé de part & d'autre, qui commençoit à l'horizon entre le Nord & l'Est, passoit près du Zénith, & alloit se terminer à l'horizon opposé entre le Sud & l'Ouest.

La largeur étoit inégale depuis 6 jusqu'à 12 degrés, & Ton en voyoit sortir des ondulations continuelles de lumière, qui étoient beaucoup plus sensibles que dans les autres endroits du Ciel.

Cet Arc se dissipa presque entièrement, les ondulations continuèrent, il reparut même une lumière rouge vers le Nord-est, & il y eut des variations continuelles jusqu'à près d'une heure que cette Aurore parut être diminuée.

Elle continua de paroître jusqu'à 5 heures du matin, que Ton appercevoit encore de ces ondulations de lumière.

Ce Phénomene a beaucoup de ressemblance à celui qui fut observé le 19 Octobre de l'année 1726, sur-tout dans la manière dont les ondulations de lumière se répandoient dans le Ciel, & par rapport à cette lumière rougeâtre qui étoit vers le Nord.

On y a cependant remarqué quelques différences considérables, en ce que dans celui de 1726 la lumière ne s'étendoit pas dans la partie méridionale à 20 degrés au de-là du Zénith, où il y avoit une espece de Couronne; au lieu que dans celle-ci elle s'étendoit jusqu'à l'horizon, entre le Midi & le couchant. On a aussi apperçû dans ce dernier Phénomene deux Arcs lumineux du côté du Midi, qu'on n'avoit point vû en 1726; un autre en forme de Poutre vers l'Orient, & un quatrième, qui passant par le Zénith, traversoit tout le Ciel depuis le point de l'horizon du Nord-est jusqu'au point opposé au Sud-ouest.



SECONDE MÉMOIRE
SUR LA PORCELAINE;
OU
SUITE DES PRINCIPES

Qui doivent conduire dans la composition des Porcelaines de différents genres ;

Et qui établissent le caractère des Matières fondantes qu'on peut choisir pour tenir lieu de celles qu'on y employe à la Chine.

Par M. DE REAUMUR.

Les premiers principes de l'art de faire la Porcelaine ont été établis dans un Mémoire imprimé parmi ceux de 1727, page 185. Nous y avons découvert en quoi consiste la composition de celle de la Chine; nous y avons même prouvé qu'on pouvoit trouver en Europe les mêmes matières qu'on employe à la Chine à cet important usage, ou des matières équivalentes. Nous avons en même temps fait entrevoir que la route qu'on a suivie en Europe pour parvenir à la composition de la Porcelaine, est très-différente de celle qu'on prend à la Chine : mais comme nous nous en sommes tenus sur cet article à des vûes très-générales, la composition de celles d'Europe est encore restée un mystère que nous nous sommes proposés de dévoiler ici. Quoiqu'il semble moins important de connoître leur composition que la composition de celles qui leur sont supérieures en qualités, peut-être est-ce ce qui nous importe le plus ; il nous importe de mettre en état ceux qui les font, de les rendre plus parfaites. Nous verrons qu'au moyen de quelques additions, ils les peuvent rapprocher de celles de la Chine, & même les rendre égales aux

12 Nov.
1729

plus belles. Mais nous verrons auparavant qu'une production de l'Art, aussi simple que commune, peut suppléer à une des matières que la Nature donne aux Chinois. Enfin nous allons commencer à examiner de plus près les compositions des différentes Porcelaines, que nous ne l'avons fait dans le premier Mémoire, où nous avons été forcés de nous en tenir à des généralités. Ce que nous avons pourtant à expliquer dans celui-ci est si lié avec ce qui a été établi dans celui qui l'a précédé, qu'il seroit difficile de le faire entendre, si on n'avoit très-présentes les propositions fondamentales qui ont été prouvées dans l'autre. Nous croyons qu'on aimera mieux les retrouver ici, que d'avoir la peine de les aller chercher dans le Mémoire cité, qu'on seroit peut-être obligé de relire en entier; nous allons donc commencer par les rappeler.

Nous y avons d'abord déterminé le véritable caractère de la Porcelaine; nous y avons établi qu'elle est un état moyen entre la Terre cuite ou nos Poteries communes & le Verre; en un mot que la Porcelaine est une vitrification imparfaite, une demi-vitrification; que de-là vient qu'elle est moins transparente que le Verre, & plus que la simple Terre cuite; que de-là vient que ses cassures n'ont pas tout le luisant, tout le poli qu'ont celles du Verre; qu'elles ont des grains, mais incomparablement plus fins que ceux de nos Poteries.

De-là nous avons conclu que pour faire de la Porcelaine; il falloit faire des vitrifications imparfaites, des demi-vitrifications, & qu'en suivant ce principe on étoit conduit à deux manières générales de composer différentes sortes de Porcelaines. Car premièrement les matières vitrifiables ne peuvent être vitrifiées que par un certain degré & une certaine durée de feu. Ces matières qui deviennent Verre lorsqu'elles ont soutenu l'action d'un feu violent pendant un certain temps, si elles la souffrent pendant un temps très-court, ou que l'action du feu ne soit pas assez forte, elles ne deviennent que de simples Terres cuites. Il y a donc un passage de l'état de Terre cuite à celui du Verre, un état moyen entre n'être que de la Poterie & du Verre, une demi-vitrification qui précède

la vitrification parfaite. Saisissons cet état moyen, & nous aurons de la Porcelaine. Il ne reste donc qu'à reconnoître les matières saisissables dans cet état moyen, & qui y ont la blancheur qui plaît dans la Porcelaine.

Une autre manière d'avoir des demi-vitrifications se présente naturellement à quiconque sçait que le feu ne vitrifie pas avec une égale facilité toutes sortes de matières ; qu'il y en a qu'il rend Verre très-aisément, & qu'il y en a d'autres qui ne deviennent jamais Verre, quoiqu'exposées à la plus violente action de la chaleur de nos Fourneaux. Car si on fait une pâte composée de deux matières, dont l'une soit très-aisément vitrifiable, & dont l'autre ne puisse point, ou puisse très-difficilement être vitrifiée, il est clair que si on expose cette pâte au feu, & qu'on lui fasse souffrir le degré de chaleur qui suffit pour fondre, pour vitrifier la première des deux matières, qu'alors on aura un composé d'une matière vitrifiée & d'une qui ne l'est pas, une demi-vitrification; qu'on appellera *Porcelaine*, si elle en a la transparence & la blancheur.

L'une & l'autre de ces manières générales de faire de la Porcelaine ont été mises en pratique. La première, celle de composer la Porcelaine de matières qui, quoique vitrifiables, ne sont vitrifiées qu'imparfaitement, est celle qu'on a généralement suivie dans la fabrique des Porcelaines d'Europe, même dans celle de Saxe, & l'autre au contraire est celle qu'on suit pour faire la Porcelaine de la Chine. La manière dont une Porcelaine a été composée, est aisée à reconnoître au moyen de ce principe, on n'a pas besoin qu'on nous révele le secret de sa composition. Celle qui est faite de matières vitrifiables, mais soustraites à l'action du feu avant qu'elles fussent vitrifiées, n'ont qu'à être exposées à l'action d'un feu violent, tel qu'est, par exemple, celui d'une Forge, bien-tôt elles y seront transformées en un vrai Verre. Celles au contraire qui sont composées d'une matière vitrifiable, & d'une qui ne l'est point, ou qui l'est difficilement, resteront Porcelaine après avoir soutenu cette épreuve ; & telles sont de

328 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
toutes les Porcelaines que j'ai essayées, les seules Porcelaines
des Indes.

Un des tours de ceux qui, après avoir été trompés les premiers dans la recherche de la Pierre philosophale, tâchent à tromper des gens peu instruits, est de faire voir des préparations de Mercure ou autres, qui ont toutes les apparences de l'Or. Le feu fait reconnoître les différences qui sont entre l'ouvrage de l'Art & celui de la Nature; le vrai Or le soutient sans s'altérer; après des fusions longues ou répétées, il reste Or. Le composé qui l'imitoit est détruit par cette même épreuve, il se brûle en partie, il s'en va en fumée. L'application de cette comparaison n'est pas avantageuse à nos Porcelaines modernes. L'épreuve du feu fait distinguer la matière qui a les qualités fixes & réelles de la Porcelaine, de celle qui ne les a qu'apparentes.

Le Pere Dentrecolles nous a appris, dans sa Lettre imprimée dans le *douzième Recueil des Lettres édifiantes & curieuses*, que la Porcelaine de la Chine est un composé de deux matières, mais dont il n'y a pas établi le caractère: ses occupations ne lui permettoient pas de faire les expériences propres à le découvrir. Mais il a fait tout ce qui dépendoit de lui, il a envoyé des échantillons de ces matières, que le P. Orri, Procureur général des Missions de la Chine, me remit en partie avec beaucoup de politesse. Ce sont les épreuves que j'ai faites de ces échantillons, comme je l'ai déjà dit dans le premier Mémoire, qui m'ont démontré qu'une des matières de la Porcelaine de la Chine est aisément vitrifiable, & que l'autre ne peut être vitrifiée par le feu de nos Fourneaux.

La matière fondante ou vitrifiable est appelée à la Chine *Pe tun tse*, & la matière non fondante *Kao lin*. Les échantillons de la matière non fondante, ou du *Kao lin*, étoient une poudre assez fine; mais le P. Dentrecolles nous avoit averti dans sa Lettre, que la Nature donne le *Kao lin* en gros morceaux, qu'on pile dans les endroits mêmes où on le trouve; que de-là on l'envoie tout pilé dans les lieux où on fabrique la Porcelaine. Ce Pere ne l'avoit jamais vu sous sa première forme,
8c

& déguisé par la trituration il ne lui étoit guere possible de le reconnoître ; aussi l'a-t-il regardé comme une Terre approchante d'une qui nous est connue sous le nom de *Terre de Malthe*. Les épreuves que j'avois faites auparavant d'une matière du même genre que le *Kao lin*, me le firent bien-tôt reconnoître ; tous mes essais concoururent à établir ma première idée. Je fus pleinement convaincu que le *Kao lin* de la Chine étoit un Talc, ou une Pierre très-talcueuse. Pour la Pierre fondante, le *Pe tun tse*, la vûe des échantillons & mes essais m'apprirent qu'elle étoit du genre des Cailloux, mais un Caillou plus fondant que ne le sont nos Cailloux ordinaires.

Les deux matières qui entrent dans la composition de la Porcelaine de la Chine étant connûes, il ne nous restoit plus qu'à chercher si nous en trouverions de pareilles chés nous. Les amas que j'avois faits depuis plusieurs années, par la protection de S. A. R. feu Monseigneur le Duc d'Orléans, des matières minérales du Royaume, m'offrirent différentes especes de celle des matières qui sembloit le plus difficile à recouvrer, de Talc ou *Kao lin*. Parmi mes Talcs, j'en trouvai qui dans les épreuves réussissoient précisément comme ceux de la Chine, & j'ose dire, mieux que le *Kao lin* qu'on avoit envoyé. La seule inquiétude qui pouvoit rester, étoit si on en trouveroit en quantité suffisante pour fournir à des Manufactures, & c'est sur quoi on n'en doit plus avoir depuis les recherches qui ont été faites par ordre de M.^{gr} le Cardinal de Fleuri, dans les endroits que j'avois indiqués.

Le Roussillon en fournit d'admirable, à quelques lieües de Perpignan ; on n'a presque que la peine de l'y ramasser. Les frais pour le conduire au bord de la Mer ne seront pas grands, & ceux de le faire rendre dans quels Ports du Royaume on voudra, seront encore moindres, si on le donne aux Vaisseaux pour leur servir de lest. Nous sommes donc sûrs d'avoir une des matières de la Porcelaine de la Chine, le Talc, ou *Kao lin*. Où cette matière seroit trop rare ou difficile à recouvrer, on lui en pourra substituer d'autres que nous indiquons dans le Mémoire qui traitera des *Kao lins*. Dans celui-ci

nous nous bornerons à l'autre matière, à la matière fondante, à celle qui est appelée *Pe tun tse*, & nous l'examinerons par rapport aux Porcelaines des deux classes; sçavoir, de celles où il entre une matière qui ne se vitrifie point, & de celles dont les matières sont entièrement vitrifiables.

Les recherches qu'il y avoit à faire par rapport au *Pe tun tse*, se réduisoient à découvrir quelles sont, entre nos matières pierreuses ou terreuses, celles qui se vitrifient le plus aisément, & celles qui étant vitrifiées, ont le plus de blancheur ou le moins de couleur, & qui par-là sont incapables d'altérer le blanc du *Kao lin*. Je ne rendrai pas compte actuellement de toutes les épreuves que j'ai faites des différentes especes de Gravier, de Sable, de Sablon, des différentes especes de Cailloux, des différentes especes de Terres; on n'entendrait pas volontiers la lecture d'un détail si sec*; elle paroîtroit aussi ennuyeuse que le travail que ces essais ont demandé, m'a paru long & rebutant. Je leur donnerai pourtant la place qu'ils méritent dans le corps de l'ouvrage que j'ai à faire paroître sur la Porcelaine. Là ils ne seront lus que par qui aura loisir ou besoin de les lire. J'avoüerai pourtant qu'entre nos matières pierreuses & sabloneuses je n'en ai trouvé aucune qui eut autant de disposition à se laisser vitrifier que le *Pe tun tse* de la Chine; d'ailleurs il en est de celles-là un grand nombre qui ne lui cedent pas, & qui l'emportent même du côté de la blancheur qu'ils donnent à la composition où ils entrent. Mais dans le genre des Terres, j'en ai trouvé de très-blanches, & beaucoup plus fondantes que le *Pe tun tse*, dont on pourroit se servir aussi utilement.

C'est sur-tout parmi les Terres grasses, que leur ressemblance extérieure avec le Savon a fait nommer *Terres savonneuses*, qu'on en trouve d'extrêmement fondantes, & très-blanches, après avoir été fondûes. J'en ai éprouvé une de Plombières, qui mérite une exception à la loi que je me suis faite de n'examiner ici en particulier aucune de nos matières, soit sabloneuses, soit pierreuses, soit terreuses. Celle-ci n'a besoin

* Ce Mémoire fut lu à une Assemblée publique;

que d'une chaleur très-médiocre pour être réduite en un Verre d'un blanc de lait, & qui a précisément le degré de transparence de la Porcelaine. Mais une singularité plus propre à cette Terre, & que je ne sçai avoir été observée jusqu'ici dans aucune, c'est que ramollie à consistance de pâte avec de l'eau; & façonnée ensuite en ouvrages, tels que des Tasses, ou de pareille épaisseur, ces ouvrages ont la transparence de la Porcelaine, au lieu que ceux de toute autre Terre seroient alors opaques. Le vrai est que ce n'est pas une transparence fort durable; que cette Terre la perd, lorsqu'elle devient sèche jusqu'à un certain point, pour ne la plus reprendre que lorsque le feu lui aura fait changer de nature, qu'il l'aura transformée en Verre; toujours nous donne-t-elle l'exemple singulier d'une Terre, qui simplement humectée par l'eau, sans être cuite, est transparente.

Mais, à vrai dire, malgré le grand nombre d'essais que j'ai faits sur les Pierres du genre du *Petuntse*, sur les Cailloux & sur les Sables, je ne me suis pas obstiné à les multiplier autant que j'eusse fait, si une autre route de faire la Porcelaine de la Chine ne m'eût paru ouverte par les premiers principes de cet art, que nous avons posés. Pour faire aussi-bien & aussi facilement que les Chinois, nous ne sommes obligés d'employer précisément les mêmes matières qu'ils employent; il suffit d'en employer qui fassent un effet équivalent, & il n'est pas nécessaire pour cela qu'elles ayent les mêmes apparences extérieures. Qui n'ayant vû faire du Verre qu'avec du Sable blanc & du Sel de Soude, se trouveroit ensuite dans un Pays où l'on ne rencontre ni de tel Sable, ni de cette espece de Sel, raisonneroit mal, s'il concluoit de-là qu'on n'y sçauroit faire de Verre; quelqu'un mieux instruit; qui verroit dans le même Pays des Cailloux noirs, & même des plus noirs, en abondance, assureroit qu'on y a une matière aussi propre & même plus propre à faire le beau Verre que l'est le Sable le plus blanc; car, comme Kunkel l'a remarqué avant nous, il n'y a pas de plus beau Verre & plus blanc que celui qu'on fait avec les Cailloux noirs. Si le Sel

de Soude, le Sel de cet espece de Plante appellée *Kali*, lui manquoit, il sçauroit que ce Sel n'étant que celui d'une Plante brûlée, que les cendres de diverses autres Plantes pourroient l'en dédommager ; & si le Pays lui fournissoit abondamment du Salpêtre & du Borax, il se croiroit mieux partagé qu'on ne l'est dans les Pays où il auroit vû faire le Verre avec le Sel de Soude. Nôtre Physicien connoît les Sels capables de faire couler, de rendre fluides certaines matières. Il sçait que les matières terreuses, propres à devenir fluides, à être vitrifiées, se trouvent tantôt sous la forme de Gravier, tantôt sous celle de Sable, tantôt sous celle de Grès, tantôt sous celle de Caillou, aussi n'est-il pas arrêté par des différences apparentes.

Raisonnons sur la composition de la Porcelaine, comme feroit nôtre Physicien. Nous avons vû que la pâte de celle de la Chine est composée de deux matières, dont l'une se vitrifie aisément, & dont l'autre n'est nullement, ou est difficilement vitrifiable, de *Pe tun tse* & de *Kao lin* ; que quand la Porcelaine est cuite, une des matières qui la composent est vitrifiée, est devenue Verre. Qu'y a-t-il donc de plus court & de plus simple que de prendre du Verre même au lieu de *Pe tun tse* ? Composons une pâte de poudre de *Kao lin* & de poudre de Verre. Donnons-lui d'abord de ce même Verre qu'elle n'a ordinairement qu'après la cuisson. Que s'ensuivra-t-il ? c'est qu'ici le feu aura moins à faire qu'à la Chine ; dès qu'il aura ramolli le Verre, dès qu'il l'aura mis en état de s'attacher au *Kao lin*, de faire ensemble un tout bien lié, on aura de la Porcelaine.

Il semble qu'on doit déjà entrevoir qu'il n'y aura qu'à gagner pour la beauté de la Porcelaine, en remplaçant le *Pe tun tse* par le Verre. Lorsque nous sommes les maîtres de préparer des matières, nous devons en avoir de plus belles que lorsque nous sommes obligés de nous en tenir à celles que la Nature nous fournit, sans qu'il fût peut-être entré dans ses premières vûes, que nous en fissions l'usage que nous nous sommes avisés d'en faire. Mais comme on entrevoit les

inconveniens au moins aussi-tôt que les avantages, quoique les apparences semblent favorables à l'idée que nous venons de donner de substituer le Verre au *Petuntse*, on craindra peut-être qu'il n'y ait des raisons qui aient empêché de s'en servir à la Chine, & que ces raisons ne soient les mêmes pour nous que pour les Chinois. 1.^o Que la Porcelaine faite avec le Verre pourroit être moins belle que celle qui est faite avec le *Petuntse*. 2.^o Qu'elle pourroit être moins bonne. 3.^o Qu'elle devroit coûter plus cher.

Je conviens qu'il est des Verres avec lesquels on feroit des Porcelaines moins belles qu'avec le *Petuntse*, & tel est probablement le Verre des Chinois; car eux, qui excellent dans la composition de la Porcelaine, ne savent faire que de vilain Verre; le témoignage des Voyageurs est unanime sur cet article; de sorte que quand on eût pensé à la Chine à substituer le Verre au *Petuntse*, on se seroit mal trouvé de la nouvelle matière, on seroit bien-tôt revenu à l'ancienne. Mais il est certain que des Verres bien choisis sont préférables au *Petuntse*, aussi faut-il qu'ils soient bien choisis, & nous aurons besoin de nous étendre ailleurs sur leurs compositions, & sur les qualités qui leurs conviennent. C'a été matière à des longues suites d'essais. Enfin pour lever cette difficulté, il suffit de dire que j'ai mêlé en même dose le *Petuntse* de la Chine avec le *Kao lin*, & le Verre avec le même *Kao lin*, & que les essais où le Verre est entré, étoient les plus beaux; quand le Verre a été de la qualité de ceux que je décrirai.

A l'égard de la crainte qu'on pourroit avoir que la Porcelaine faite avec du Verre ne fût pas bonne, cette crainte n'est nullement fondée. La Porcelaine qui tient trop du Verre est réellement de mauvaise Porcelaine. Mais la pâte dans laquelle on a fait entrer du Verre tout fait, peut, lorsqu'elle sera cuite, avoir moins de Verre que celle qui a été composée d'une matière qui n'étoit pas encore vitrifiée, mais qui est devenue Verre par la cuisson, & cela, si la proportion de la quantité de cette matière a été plus considérable que celle du Verre employé dans l'autre pâte. En un mot, comme on est

maître d'introduire le Verre dans quelles doses on le veut, on est maître de faire de la Porcelaine qui s'éloigne, ou qui s'approche plus ou moins du Verre.

La troisième difficulté, celle de l'augmentation du prix de la Porcelaine, mérite plus d'être discutée. Il semble évident qu'il en coûtera plus en employant une matière que l'Art est obligé de faire, qu'en se servant d'une autre que la Nature nous donne toute préparée. Il est pourtant certain que si l'employ du Verre engage à quelque augmentation de dépense, qu'elle ne sera pas sensible. Il y a plus, peut-être y a-t-il de l'épargne à se servir de Verre, au lieu de *Pe tun tse*. Le prix de nôtre Verre dépend de trois sortes de dépenses. La première & la plus considérable est celle du bois consummé pour cuire les matières qui le composent, pour les fondre. La seconde est celle des ouvriers employés à chauffer le Four, & à façonner le Verre en ouvrages. La troisième dépense est celle des matières, & est celle de la plus petite considération, car le Sel est la seule qui coûte quelque chose. Dans une Manufacture de Porcelaine les deux premières especes de frais seront précisément nulles ; on y composera tout le Verre nécessaire sans aucune dépense d'hommes & de bois. Toute paradoxe que semble cette proposition, elle ne le sera pas pour ceux qui connoissent la construction des Fours ou Fourneaux où l'on cuit la Poterie & la Fayence. Le dessous du Four, dessous de la première voûte, est un grand espace où on ne place jamais aucun des ouvrages que l'on veut cuire. On allume le bois en dehors des Fours dont nous parlons ; l'air extérieur pousse la flamme dans l'espace qui est au dessous de la voûte, c'est l'endroit le plus chaud, sa chaleur excède celle qui convient à la cuisson des ouvrages. De-là la flamme monte dans le corps du Four par des passages que la voûte lui laisse. La construction des Fours propres à cuire la Porcelaine est dans l'essentiel la même que celle des Fours à Poterie & à Fayence. Les Maîtres Fayenciers savent profiter du dessous des leurs, ils y cuisent sans aucuns frais l'Email qui leur est nécessaire ; ils font usage d'une chaleur

que les Potiers de Terre laissent presque entièrement perdre; mais les Maîtres faiseurs de Porcelaine s'en serviroient utilement pour faire leur Verre; & ils y en feroient chaque fois plus qu'il ne leur en faudroit pour remplir le haut de leur Four d'ouvrages.

Il est donc certain que la cuisson du Verre, nécessaire pour la Porcelaine, ne coûtera précisément rien. Le voilà par-là ramené bien au dessous du prix du Verre ordinaire. La seule dépense se réduit à celle des matières qui entrent dans la composition, ce qui le rend encore plus cher que le *Pe tun tse*. Mais je l'ai déjà dit, cette dépense ne va pas loin, & elle est peut-être plus que compensée par deux considérations. Soit qu'on se serve de Verre, soit qu'on se serve de *Pe tun tse*, ces deux matières doivent être réduites en une poudre fine. Or le Verre est plus aisé à piler que ne le sont ces especes de Cailoux. Une considération plus importante encore, c'est qu'une Porcelaine dans laquelle le Verre est employé tout fait, est bien moins long-temps à cuire que celle qui est composée d'une matière qui s'y doit vitrifier, & cette différence va loin par rapport à la consommation du bois.

L'idée de faire entrer le Verre dans la composition de la Porcelaine n'est pas aussi nouvelle qu'elle me le parut, lorsque je l'eus pour la première fois. Si le simple se présentait toujours à nous le premier, j'aurois dû même être surpris de ce qu'elle ne m'étoit pas venue dès que j'ai songé à découvrir la composition de la Porcelaine. On l'a eüe en Perse; & on y en fait usage. Chardin nous apprend qu'on y fait une Porcelaine, à laquelle il donne de grands éloges; qui résiste au feu comme nos ouvrages de Terre, de la composition de laquelle une dose de Verre pilé fait partie; mais malheureusement il ne nous en a pas dit davantage; ce qu'il en avoit vû & appris, il ne l'avoit vû & appris qu'en Voyageur. C'est beaucoup que cette circonstance ne lui fût pas échappée.

Mais il n'est pas besoin de pousser nos recherches jusques dans les Indes pour trouver des Pays où on ait fait usage du Verre dans la composition de la Porcelaine. La composition

de celles d'Europe nous est bien moins connue à présent que ne l'est celle des Porcelaines de la Chine. Quelques imparfaites que soient celles de plusieurs de nos ouvriers, ils regardent ce qu'ils savent comme un très-grand secret, qu'ils sont bien plus attentifs à cacher que les Chinois, qui travaillent plus en grand, ne le sont & ne le peuvent être à cacher le leur. Quelques-uns font des pâtes qui ne sont pas à mépriser, & il me sembloit qu'avec quelques additions on pourroit suppléer à ce qui leur manque. Mais le mystère de tous ceux qui y travaillent, nous mettoit dans le cas du Médecin qui auroit à guérir un malade, qui s'obstineroit à lui cacher les causes & les symptômes de sa maladie. Heureusement que nos réflexions sur l'usage qu'on pourroit faire du Verre dans la composition des meilleures Porcelaines nous ont mis à portée de reconnoître à quoi se réduit le fonds du secret de tous ceux qui se mêlent d'en faire chés nous. J'ai aisément vu qu'ils y employent le Verre, qu'ils ne l'employent que trop, & même sans bien savoir qu'ils l'employent. Mais j'ai vu en même temps qu'ils avoient, au moins pour la plupart, la moitié de ce qu'il faut pour faire de bonne Porcelaine; & qu'il ne tiendrait qu'à eux, dans la suite, d'ajouter à leur composition ordinaire la moitié qui y manque. C'est une grande avance, quand on peut conserver à des ouvriers quelque chose de leurs anciennes pratiques, quand on n'est pas obligé de leur prescrire des procédés entièrement nouveaux.

Depuis bien des années on fait à S.^t Cloud de la Porcelaine, qui n'est pas du premier rang; elle ne doit pas être mise en parallèle avec l'ancienne Porcelaine, mais il nous en vient tous les jours de la Chine qui ne la vaut pas. De cette même Manufacture il en est sorti une autre qui s'est établie dans le Fauxbourg S.^t Honoré, par un partage fait du Privilege entre les enfants de ceux qui l'avoient obtenu les premiers. Dans le Fauxbourg S.^t Antoine & dans quelques autres endroits de Paris il y a des ouvriers qui font des Manches de Coûteaux, des Pommes de Canes; ils ont même eu grand débit ces dernières années de celles qui étoient en

bec de Corbin, ornées de différentes couleurs & enrichies d'or. Tous ces ouvriers se cachent mutuellement leurs procédés; ils ne sont guere moins en garde contre les Curieux. Tout ce qu'ils disent de plus, c'est que la matière dont ils composent leur pâte a été cuite. Aussi lorsqu'ils ont fait cuire les ouvrages qui en sont composés, ils les appellent du *Biscuit*. Il y en a pourtant qui ne sont nulle difficulté de laisser voir la matière cuite dont ils composent leur pâte; & il est aisé d'en trouver chés la plûpart des autres sans la leur demander; ils ne s'imaginent pas qu'il soit possible d'en reconnoître la nature à la seule inspection, & ils ne la connoissent pas trop eux-mêmes; ils n'ont garde de la prendre pour une espece de Verre, quoiqu'elle ne soit que cela. Le leur est souvent spongieux, il a une couleur blanche ou laiteuse, & n'a nullement la transparence du Verre ordinaire. Mais pour découvrir le mystere, qui en est même un pour eux, il ne faut qu'être au fait du travail des Verreries ordinaires. Presque tout le monde sçait que dans les Fours des Verreries, le Verre, dont on fait tant de différents ouvrages, est tenu en fusion dans de grands Pots composés d'une Terre qui peut soutenir le feu pendant plusieurs semaines sans se vitrifier. Ces Pots ne contiennent que du Verre propre, ou près d'être propre, à être mis en œuvre; il étoit déjà fait en partie, il n'avoit besoin que d'être raffiné, quand il a été mis dans les Pots. On sçait encore que le Verre est composé soit de Sable, soit de Cendre, soit de Cailloux, mêlés en certaines proportions avec des Sels. Le mélange des matières qu'on a jugé convenable étant fait, on les jette dans le fond du même Four où sont les Pots. Elles y sont placées comme les cendres dans nos Foyers ordinaires; la flamme qui entre continuellement dans le Four passe dessus; elle les ramollit, elle les réunit dans une masse, qu'elle vitrifie de plus en plus, mais qu'on retire souvent du Four avant qu'elle soit un Verre bien parfait, parce qu'elle achevera de se vitrifier plus parfaitement dans les Pots où elle doit être mise. Cette matière est appelée *fruite* dans les Verreries. Nos ouvriers en Porcelaine font la base de la

leur de frites, quelquefois précisément les mêmes que celles des Verreries. M.^{gr} le Comte de Clermont, dont le goût pour ce qui est du ressort de la Physique & des Arts, embrasse tout ce que l'un & l'autre objet peuvent présenter de curieux & d'utile, a été charmé de contribuer à perfectionner parmi nous l'art de faire de la Porcelaine. S. A. S. a fait faire chés Elle un petit établissement de ces sortes d'ouvrages sous la conduite d'un ouvrier que je lui avois offert, qui est un de ceux qui réussissoient le mieux en diverses sortes d'ouvrages de Porcelaine. Malgré le soin avec lequel il nous cachoit la principale matière de la sienne, il n'étoit guere possible qu'elle nous échappât; elle n'est précisément qu'une fritte de Verre ordinaire, une fritte qui n'est composée que de Sable & de Soude.

J'ai vû de la composition cuite de S.^t Cloud, car c'est ainsi qu'ils appellent leur fritte, qui est aussi une véritable fritte, mais qui est plus opaque, & a plus de blancheur que celle des Verreries, elle est plus laiteuse. Quand on est bien au fait de la composition des différents Verres, on n'est pas embarrassé de trouver de matières qui donnent aux frites cet oeil laiteux.

Ce sont donc des frites que les faiseurs de Porcelaine ont prises pour bases de leurs compositions. La seule inspection de quelques-unes les a pû déterminer à en faire cet usage. Dans les Fours de Verrerie il s'en présente des morceaux qui sont blancs comme la Porcelaine, & qui ont au plus son degré de transparence; on les a regardés comme de véritable Porcelaine, & quelques-uns en sont aussi de l'espece de celle qui n'est qu'une matière vitrifiable, faisie avant qu'elle fût vitrifiée parfaitement. On a songé à faire des ouvrages de ces matières, en les travaillant comme on travaille celles de nos ouvrages de Terre, ou de nos ouvrages de Fayance. Mais pour cela il a fallu faire de ces frites une espece de pâte; dans cette vûë on les a pilées ou broyées pour les réduire en grains impalpables.

Pour achever de voir en quoi consiste tout le fond du

secret de la composition de nos Porcelaines d'Europe, il ne faut plus que sçavoir la difficulté qui s'est présentée, quand on est venu à vouloir mettre ces frittes en œuvre, & comment on l'a levée. Après qu'on les a eu réduites, sous le Pilon ou sous la Meule, en une poudre extrêmement fine, on les a délayées en pâte avec de l'eau ; mais quand on a voulu façonner cette pâte en ouvrages, soit sur le Tour des Potiers de Terre, soit sur celui des Fayanciers, soit même dans des Moules, on a reconnu qu'il étoit impossible d'y parvenir ; qu'il manquoit à la nouvelle pâte cette consistance, cette onctuosité, cette liaison des grains qu'on trouve à la plûpart des Terres, & que du Verre comme du Sable, quelques pilés qu'ils soient, ne sçauroient acquérir. Que restoit-il donc à faire ? c'étoit d'incorporer avec ce Verre, cette fritte pilée, une portion d'une Terre grasse, d'une Terre tenace ; de choisir entre les Terres celles qui donneroient le plus de liaison aux parties du composé, & qui altéreroient le moins la blancheur que la fritte seule auroit donnée. C'est ce qu'on a fait, & d'où les principales différences qu'on observe entre les Porcelaines d'Europe, tirent leur origine ; en différents endroits, on a choisi des Terres différentes, & on les y a employées en différentes doses. Ce n'est pas encore le lieu de suivre toutes ces variétés, ni d'apprendre comment on peut corriger le mauvais effet que produisent les Terres par rapport à la blancheur ; quelles sont entre ces Terres celles qui méritent la préférence ; c'est la matière d'un autre Mémoire. Il nous suffit pour celui-ci de sçavoir que les Porcelaines d'Europe ne sont qu'une fritte pulvérisée, dont on a lié les parties ensemble avec une dose de Terre ; que le choix de la Terre qu'on a employée en différents endroits a contribué à rendre la Porcelaine plus ou moins belle. Mais comme on n'y a eu recours que par nécessité, on n'y en a fait entrer que le moins qu'il étoit possible. De-là il est arrivé que ces Porcelaines se trouvent trop tenir du Verre. La plus belle de toutes, celle de Saxe, a plus ce défaut qu'aucune des autres, beaucoup plus que celle qu'on fait actuellement à S.^t Cloud,

Ses cassures ne montrent point ou presque point de grains; elles ont presque tout autant de poli & de luisant qu'en ont les cassures du Verre.

Aussi résulte-t-il de-là que toutes les Porcelaines d'Europe sont presque aussi aisées à fondre que l'est le *Pe tun tse*, qui ne fait que la moitié fondante de la composition de celles de la Chine. La pâte dont on les fait n'équivaut donc précisément qu'au *Pe tun tse*; elle ne devrait faire que la moitié; ou à peu-près, de leur composition. Si cependant quelques-unes de ces pâtes ne laissent pas de donner des Porcelaines passables, ne doit-on pas attendre qu'elles en donneront de très-belles & de très-bonnes, quand on leur ajoutera du *Kao lin*, ou, en langage plus François, du Talc; alors leur blancheur sera augmentée, alors elles ne seront plus fusibles comme le Verre, ni trop sensibles, comme il l'est, à la chaleur qui les saisit subitement. Mais le détail de tout cela regarde un autre Mémoire. On y verra que si on eût apporté au choix des Verres & des frites l'attention qui y étoit dûë; que si au lieu de les regarder comme la base de la Porcelaine, on les eût prises au plus comme devant faire la moitié de sa composition, que si au lieu de les allier avec des Terres capables d'altérer leur blancheur, & souvent très-fondantes, on les eût unies avec une matière plus blanche qu'elles ne le sont elles-mêmes, & capable de soutenir le feu le plus violent sans se vitrifier, en un mot au *Kao lin* ou Talc, qu'on eût avec les frites ou le Verre composé de plus belle Porcelaine qu'avec le *Pe tun tse*, & une Porcelaine plus aisée à cuire. Mais tout cela appartient aux Mémoires où nous descendrons dans les détails de pratique où nous devons être conduits par les principes qui ont été établis jusqu'ici.

On est accoutumé de voir au Verre, & sur-tout au beau Verre, tel que celui dont nous conseillons l'usage, un degré de transparence, une privation de toute couleur qu'on aura peut-être peine à concilier avec l'espece d'opacité, & sur-tout avec la couleur blanche de la Porcelaine. On aura peut-être quelque difficulté à concevoir comment des frites de Verre

étant façonnées & cuites en ouvrages, peuvent être de la Porcelaine. Si ces frites n'ont pas été vitrifiées à fond, si la Terre avec laquelle on les a alliées pour les mettre en état de se laisser travailler, quoique vitrifiable par elle-même, n'a pas eu assez chaud, pendant la cuisson des ouvrages, pour être vitrifiée entièrement, ces ouvrages ne seront que des vitrifications imparfaites, ou des Porcelaines d'une de nos deux classes, elles n'auront pas la transparence du Verre. Il y a plus, du pur Verre peut prendre à nos yeux toutes les apparences de la Porcelaine, & même les principales qualités que nous lui voulons. Le Verre le plus transparent étant pilé ou broyé, donne une poudre blanche à qui on n'apperçoit aucune transparence. Si on lioit ensemble tous les grains d'une masse de cette poudre, on auroit donc une matière blanche peu transparente, & qui seroit grainée comme la meilleure Porcelaine. Des ouvrages formés de cette poudre pourroient donc être pris pour être de bonne & de belle Porcelaine. J'ai pensé qu'on en pourroit faire de tels, & j'en ai faits. Mon idée a été qu'en faisant souffrir un degré de feu très-léger à cette poudre, un degré qui ne fût que capable de ramollir les grains, qu'alors les grains se lieroient ensemble, qu'ils se colleroient tous les uns aux autres, comme se collent deux morceaux de Verre qu'on fait rougir posés l'un sur l'autre; qu'il ne s'agissoit donc que de pouvoir façonner cette poudre en ouvrage. Pour cela, je l'ai mêlée avec une matière propre, comme de la Terre, à suppléer à l'onctuosité qui manque à cette poudre pour conserver la forme qu'on lui veut faire prendre, & à une matière qui ne se trouveroit plus dans l'ouvrage, quand le feu auroit uni les grains de Verre dont il devoit être formé. La farine m'a semblé propre à satisfaire à ces différentes vûes. J'en ai délayé, en plusieurs expériences, soit avec différentes poudres de Verre, soit avec des frites; de cette pâte, composée de farine & de Verre ou de fritte, j'ai fait former de petits Gobelets. Quand ils ont été secs, je les ai mis dans un Fourneau, où je ne leur ai fait soutenir qu'un feu doux. La farine s'est allumée, a brûlé peu-à-peu.

& en même temps les grains de Verre ont rougi, se sont ramollis, se sont collés ensemble. Ces Gobelets retirés du feu, après un temps convenable, étoient très-blancs, lorsqu'ils étoient faits avec certains Verres, & que l'on avoit eu soin de faire bien brûler toute la farine. Ils paroissoient de vraye Porcelaine; leur cassure ne pouvoit qu'induire à le croire, elle étoit grainée comme l'est celle des meilleures.

On pourroit regarder cette voye comme une troisième manière de faire de la Porcelaine; mais ce n'en est au plus qu'une de l'imiter; il n'est pourtant que l'épreuve du feu qui puisse faire reconnoître l'origine de celle-ci; elle se fendra encore plus aisément que celles qui sont composées de matières vitrifiables qui ne sont pas totalement vitrifiées; aussi l'épreuve du feu est-elle la vraye pierre de touche, la vraye coupelle de la qualité intime de la composition de la Porcelaine.

Pour avoir tous les principes de nôtre art par rapport à la matière vitrifiable, il nous reste encore à parler d'un des moyens dont on peut se servir pour suppléer à ce qui manque naturellement aux Sables, aux Cailloux & aux autres pierres de même genre, pour se laisser vitrifier. Nous les avons ci-devant convertis en Verre ou en fritte, en les faisant cuire au dessous du Fourneau, mêlées avec certaines doses de Sels. Si on vouloit s'épargner la peine de faire la fritte, & produire un effet équivalent, on mêleroit le Sable bien broyé avec une dose d'un Sel convenable. Ce mélange fait, on le pétriroit ensuite avec la quantité de Talc ou des autres matières avec lesquelles on eût pétri la fritte, on en feroit des ouvrages qu'on cuiroit à l'ordinaire; le feu feroit ici dans l'ouvrage même la fritte qu'on a fait faire ci-devant sous le Fourneau. La composition se trouve la même dans l'un & dans l'autre cas; il y a pourtant des circonstances où il vaut mieux employer les frittes toutes faites, les Sels en sont plus sûrement & plus intimement mêlés; il y a au contraire d'autres cas où l'introduction des Sels peut être utile, mais ce sont encore des détails qui doivent être renvoyés ailleurs.

J'ai crû pendant long-temps qu'on faisoit la Porcelaine de S.^t Cloud avec des Sels mêlés immédiatement dans sa composition. Voici ce qui m'avoit déterminé à le penser. On y cache la composition de la pâte, mais on n'y cache point la pâte composée ; les Ateliers où on la façonne en ouvrages ne sont point interdits aux Curieux : dans ces mêmes Ateliers les ouvrages nouvellement tournés ou moulés sont sur des planches où on les laisse sécher pendant plusieurs jours. Il y a douze ou treize ans qu'observant ces ouvrages, je vis que la plûpart avoient leur surface toute hérissée de pointes de Sel, on pouvoit l'y ramasser avec le doigt. Or on sçait que si on laisse sécher doucement une Terre qui a été détrempee avec de l'eau très-chargée de quelque Sel, ou si on a incorporé avec cette Terre du Sel en poudre, que le Sel fleurit bien-tôt sur sa surface, qu'il la couvre d'une espece de neige. Les Sels que j'avois ramassés sur la pâte de S.^t Cloud, m'ont fait croire qu'ils avoient été introduits de cette manière, jusqu'à ce que j'aye sçû positivement qu'on s'y sert de frites. L'explication du fait n'en étoit pas plus embarrassante. Les frites peu cuites, trop chargées de Sel, fleurissent comme les Terres dont nous venons de parler ; mais c'est un défaut dont on s'est corrigé dans cette Manufacture. J'ai vû quelques années après leurs ouvrages, sur lesquels il ne paroïssoit aucun Sel ; j'ai même pris des morceaux de leurs pâtes d'où je n'en ai pas tiré sensiblement en les lessivant avec l'eau. Mais ces mêmes pâtes gardées pendant plusieurs mois dans des endroits humides sont alors devenues très-salées. Le Sel se dégage avec le temps de certains Verres, il est bien moins caché, moins lié dans les meilleures frites, qui ne sont encore que des Verres très-imparfaits.

Mais pour reprendre ce qui a été l'objet principal de ce Mémoire, nous y avons vû que la Porcelaine de la Chine devant être faite de Talc ou de *Kao lin*, ou de quelque matière non vitrifiable, & d'une matière qui devienne Verre aisément, que pour la matière qui se vitrifie on peut choisir entre celles que la Nature nous donne, ou qu'on y peut suppléer, soit

344 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
 en employant du Verre tout fait, ou de la fritte, ou des
 compositions blanches & fondantes, telles que les Porcelaines
 modernes, ou enfin en aidant à la fusion des Sables ou des
 Cailloux par des Sels introduits dans la composition. Le dé-
 tail des Essais que nous avons réservé pour d'autres Mémoires,
 appuiera encore micux cette théorie, & instruira sur le choix
 des Verres, & sur la composition des frittes, & sur les addi-
 tions qu'il leur faudra faire.

O B S E R V A T I O N DE L'ECLIPSE TOTALE DE LUNE

Du 8 Août 1729.

Par M. C A S S I N I.

20 Août
 1729.

LE temps n'a pas été favorable pour l'observation de cette
 Eclipsé, & à la réserve de quelques intervalles de temps
 où le Ciel a été serein, la Lune a paru presque toujours entre
 des nuages, tantôt plus forts & tantôt plus foibles, qui em-
 pêchoient de distinguer avec précision les différentes phases
 de l'Eclipsé.

Nous avons fait cette Observation avec une Lunette de 7
 pieds, garnie d'un Micrometre à réticules, dont les extrémités
 comprenoient exactement le diametre de la Lune qui se trou-
 voit par ces réticules divisé en 12 doigts ou parties.

A 11^h 0' 0" La Penombre commence.

20 0 Il paroît que l'Eclipsé est commencée ;
 mais on ne peut pas distinguer le
 terme de l'Ombre.

24 18 Un doigt.

28 48 Deux doigts.

32 40 Trois doigts.

39 10 Quatre doigts.

à 11^h

| | | | |
|-------------------|-----|-----|---|
| à 11 ^h | 48' | 45" | Six doigts. |
| | 54 | 20 | Sept doigts. |
| | 57 | 6 | L'Ombre à Ménélaus exact. |
| | 58 | 21 | L'Ombre à Pline. |
| 12 | 2 | 50 | L'Ombre au Promontoire aigu. |
| | 5 | 12 | Neuf doigts exacts. |
| | 10 | 12 | Dix doigts. |
| | 10 | 23 | Proclus est entré dans l'Ombre. |
| | 15 | 17 | Onze doigts. |
| | 17 | 23 | Onze doigts & demi. |
| | 19 | 13 | Immersion totale de la Lune dans l'Ombre. |

Le Disque de la Lune paroissoit d'un rouge-brun vers la partie qui venoit d'entrer dans l'Ombre, & de couleur cendrée vers l'autre partie. Pendant la durée de l'Immersion cette couleur rouge a passé successivement vers le bord opposé, & il y a eu quelque temps pendant lequel on n'a point apperçu la Lune dans le Ciel, quoiqu'on ait vû quelques Etoiles fixes assés près de l'endroit où étoit la Lune, ce qui pouvoit venir des nuages qui couvroient une partie du Ciel.

| | | | |
|------------------|-----|----|--|
| A 1 ^h | 59' | 0" | Commencement de l'E'mersion. |
| 2 | 4 | 0 | La Lune est éclipsée d'onze doigts. |
| | 6 | 0 | Aristarque est entièrement sorti de l'Ombre. |
| | 9 | 1 | Dix doigts, la Lune entre dans des nuages foibles. |
| | 14 | 12 | Neuf doigts, les nuages augmentent, & on a de la peine à distinguer le terme de l'Ombre. |
| | 19 | 19 | Huit doigts. |
| | 24 | 10 | Sept doigts. |
| | 29 | 4 | Six doigts. |

On ne peut plus distinguer la quantité de l'Eclipse, ni le terme auquel elle a fini, on a cependant jugé qu'elle n'étoit plus éclipsée à 3^h 2'.

Mem. 1729.

. Xx

Suivant ces Observations la durée de l'Immersion totale de la Lune dans l'Ombre a été de $1^h 39' 47''$, & le milieu de l'Eclipse est arrivé le 9 Août à $1^h 9' 6''$ du matin.

O B S E R V A T I O N DE L'ECLIPSE TOTALE DE LUNE

Du 8 Août 1729.

Par M. G O D I N.

27 Août
1729.

LES Calculs imprimés de cette Eclipsé ont retardé le moment de l'opposition véritable de plusieurs minutes, ce qui peut venir de ce que les Tables dont on s'est servi, ont donné le mouvement de la Lune moindre & moins avancé qu'il n'étoit en effet.

Le mauvais temps qui a duré pendant presque toute l'Eclipsé, ne m'a pas permis de faire assés exactement toutes les observations nécessaires à l'examen des Tables ; ce que je m'étois proposé, en l'observant par les différences d'ascension droite & de déclinaison entre les pointes ou cornes de l'Eclipsé & un point déterminé du disque de la Lune, qui est une méthode fort propre à cet examen.

J'ai mis pour cet effet au foyer d'une bonne Lunette de 6 pieds, des filets qui se croisoient au centre sous des angles de 45 degrés, & parce que le champ de la Lunette ne contenoit pas deux fois commodément le diametre de la Lune, je mis sur le fil qui représentoit le parallele à l'Equateur, la Tache de la Lune, appelée *Proclus*, dont j'avois auparavant déterminé la situation à l'égard du centre de la Lune, je pris, comme on voit, une Tache proche du bord occidental de la Lune, afin de n'être point obligé de changer ce point durant le progrès de l'Eclipsé ; ce qu'on est encore obligé de faire, lorsqu'on met un des bords de la Lune sur le fil parallele,

outre que lorsque l'Eclipse est de plus de 6 doigts, & qu'elle est totale, aucun des deux bords n'est visible.

On sçait que les Eclipses de Lune servent à déterminer plusieurs choses importantes & sur lesquelles les Astronomes ne s'accordent point encore entr'eux, telles sont la latitude de la Lune, l'inclinaison de son Orbite, la situation & le mouvement de ses Nœuds, le demi-diametre de l'ombre de la Terre, &c. ces éléments si nécessaires à la théorie de la Lune & à celle des Eclipses, doivent être tirés des Observations, le plus immédiatement qu'il est possible, & il me semble que deux Méthodes y satisfont principalement. L'une est d'observer la situation des Cornes de l'Eclipse à l'égard du centre de la Lune, en les rapportant aux Cercles d'ascension droite & de déclinaison, & l'autre d'observer pendant la durée d'une Eclipse la hauteur & l'Azimuth du centre de la Lune, & de calculer ensuite par la théorie du Soleil supposée connue, la hauteur du centre de l'ombre sur l'horizon pour les mêmes moments, par ce moyen l'on aura très-exactement les phases de l'Eclipse & la situation successive de la Lune à l'égard de l'Ecliptique. Ces Méthodes se peuvent pratiquer également dans les Eclipses totales & partiales, & elles indiquent non seulement l'erreur des Tables, mais encore elles en déterminent la source & la quantité.

Je n'ai pû, comme j'ai dit, mettre ces Méthodes en pratique à cause du mauvais temps. Voici seulement ce que j'ai conclu des Observations que j'ai pû faire.

Temps vrai.

A 11^h 19' 0" Je juge l'Eclipse commencée, la Lune est couverte d'une brume épaisse.

26 52 L'Eclipse est de ... 1 50'

32 14 3 2

38 53 4 0 environ

42 0 4 40

49 10 6 20

51 37 6 30

X x ij

348 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
à 12^h 6' 10" L'Eclipsé est de... 9^d 15' à peu-près.
19 32 12 0

Entrée des Taches dans l'Ombre.

A 11^h 30' 53" L'Ombre a passé Aristarque & Képler:
35 12 au bord de Copernic.
37 32 à Héraclides.
40 2 à Hélicon.
42 57 Platon dans l'Ombre, la Lune se couvre
de nuages.
49 27 Manilius dans l'Ombre.
55 45 Ménélaüs dans l'Ombre.
56 42 Dyonisius dans l'Ombre.
12 8 32 Hermes dans l'Ombre.
9 47 Proclus dans l'ombre : je prends pour
Proclus une petite Tache fort claire; un
peu plus orientale que le bord précédent
de *Mare Crisum*.
10 42 Le commencement de *Mare Crisum*.
11 2 Petavius & Langrenus dans l'Ombre.
12 42 Messahala dans l'Ombre.
13 47 Le milieu de *Mare Crisum*.
16 47 La fin de *Mare Crisum*.
19 32 Immersion totale.

Sortie des Taches.

A 1^h 58' 55" Recouvrement de lumière.
2 3 32 Grimaldi découvert.
5 2 Aristarque découvert.
11 17 Héraclides découvert. } L'Ombre est mal
12 14 Hélicon découvert. } terminée.
12 52 Képler découvert.

Les nuages qui se mêlerent ensuite avec l'Ombre, empê-
cherent de rien observer davantage.

Par la comparaison de l'Immersion totale & du recouvre-

ment de lumière, on trouve le milieu de l'Eclipsé à $1^h 9' 13'' \frac{1}{2}$, ce qui est $5'$ plutôt que la Connoissance des Temps ne le marque, & $13'$ plutôt que ne donne un autre calcul fait exactement sur les Tables de M. de la Hire, corrigées suivant les dernières intentions de l'Auteur.

Pendant la totalité de l'Eclipsé, la Lune a disparu entièrement, peut-être cela a-t-il été causé par des nuages, cependant à minuit & 40 minutes on voyoit fort distinctement la luisante de l'Aigle & quelques Etoiles septentrionales du Sagittaire & les plus orientales du Serpent d'Ophiucus, toutes assés proches de la Lune, qui ne paroissoit point du tout.

RECHERCHES PHYSIQUES

De la cause du prompt accroissement des Plantes dans les temps de pluies.

Et plusieurs Observations à ce sujet.

Par M. DU HAMEL.

AUTANT les grandes chaleurs & les longues sécheresses 12 Nov.
1729. sont préjudiciables à la plûpart des Plantes, autant les pluies douces & l'humidité, même les temps couverts leur sont salutaires; il n'est rien de si constant qu'elles profitent plus en huit jours de ce temps, que pendant un mois de sécheresse; & c'est de ce fait, connu de tout le monde, dont il semble qu'on n'ait pas encore bien examiné la raison physique.

En supposant d'abord, que les Plantes sont des tissus de vaisseaux pleins de liqueurs, de la fermentation & de la circulation desquelles dépend la nourriture & l'accroissement de ces substances végétales, l'on conçoit aisément qu'il doit se faire une grande dissipation de ces liqueurs, & qu'il est nécessaire qu'un nouvel aliment soit continuellement aspiré

par les racines, & passe dans les tuyaux de chaque Plante pour remplacer la sève qui s'est perdue, & entretenir l'équilibre, ou plutôt l'action réciproque des parties fluides contre les solides, & des solides contre les fluides.

Cette mécanique, qui est connue de tous les Physiciens, conduit naturellement à conclure que la division des parties sulphureuses, la dissolution des Sels, & l'atténuation de toutes les parties intégrantes de la sève, ne peut être opérée sans l'eau des pluies & des rosées; aussi à peine cette eau leur est-elle retranchée, qu'elles se fanent, c'est-à-dire, que leurs vaisseaux devenus vuides, n'étant plus soutenus par les liqueurs, s'affaissent sur eux-mêmes, se collent les uns contre les autres, & enfin se dessèchent; d'où s'ensuit infailliblement la destruction de la Plante. Rien n'est plus naturel que cette explication; aussi ne prétends-je point (quoique je la regarde comme insuffisante) contester la nécessité des fluides pour la végétation, ce seroit aller contre l'expérience; mais je veux faire voir que le défaut du fluide ne doit point être regardé comme la seule cause de l'oïveté des Plantes dans les beaux temps, & que ce n'est point à ce fluide seul qu'on doit attribuer la promptitude étonnante avec laquelle elles profitent plutôt par les temps couverts, changeants & orageux, que par ceux qui sont beaux, secs & sereins; c'est ce que je vais principalement établir par une observation singulière que j'ai faite sur les Plantes aquatiques.

Personne encore n'avoit, je crois, fait attention à l'effet que les changements de temps produisent sur celles-ci; cet effet est cependant bien sensible, & je l'ai plusieurs fois remarqué avec plaisir dans ces sortes de changements sur les Hydroceraton, sur les Nymphaea, le Cresson de fontaine, & sur les autres de cette nature qui croissent dans les eaux, en sorte que lorsqu'on a fauché une Marre, un Étang, une Rivière, s'il faut quinze jours aux Plantes qui y renaissent, pour gagner la superficie de l'eau dans un temps pluvieux, il leur faudra plus d'un mois dans les temps de sécheresse. D'où vient donc cette différence? & comment arrive-t-il que

l'humidité & les pluies leur sont presque aussi utiles qu'aux Plantes terrestres.

Cette eau si nécessaire, ce dissolvant si puissant ne manque point à ces aquatiques, puisqu'elles en sont quelquefois recouvertes de deux à trois pieds. Il y a quelque chose de plus (& tout le monde peut l'avoir remarqué) qui est que les arrosements, quelque abondants qu'ils soient, & avec quelque eau qu'on les fasse, quand ce seroit de l'eau de marre ou de pluie, ne font jamais profiter les Plantes (pendant que le temps sera beau & fixe) comme le fera une pluie chaude & une rosée seulement.

Je dis pendant que le temps sera beau & fixe, car les arrosements font des merveilles (quand même il ne tomberoit pas une goutte de pluie) pourvû que lorsqu'on les fait, le temps couvert & chargé de nuages semble nous annoncer de l'eau. Ce n'est pas cependant la disette du fluide qui fait que les Plantes tirent moins de secours des arrosements que des pluies, puisqu'un arrosément, quelque mediocre qu'il soit, leur fournit plus d'eau qu'une pluie considérable. On ne peut pas non plus attribuer cette différence à la bonne qualité de l'eau de la pluie, puisqu'on peut pour arroser, se servir d'eau de marre ou de pluie; mais bien plus, parce qu'une même eau (comme je viens de le faire observer) produit des effets bien différents, selon les temps ou serains ou couverts auxquels on l'emploie.

Mais pour revenir à ma première observation;

Si l'on prétend attribuer le prompt accroissement des Plantes terrestres à la souplesse & à la flexibilité que l'humidité donne à leurs fibres, cette souplesse doit certainement être bien plus considérable dans les Plantes aquatiques, puisqu'elles sont continuellement humectées.

Si d'un autre côté l'on veut que l'eau qui tombe sur les feuilles des Plantes diminue leur transpiration, & qu'ainsi cette portion de la sève qui se seroit échappée, se tourne au profit de la Plante humectée à l'extérieur, & produise son prompt accroissement, ou du moins y contribue beaucoup,

certainement les Plantes aquatiques n'ont pas besoin que la pluie les humecte pour diminuer leur transpiration.

Ce n'est pas que je doute que la flexibilité des fibres & le manque de transpiration des Plantes ne servent beaucoup à leur prompt accroissement, & qu'ainsi l'humidité des pluies ne soit très-utile aux terrestres, & l'eau des Rivières aux aquatiques ; c'est peut-être même pour ces raisons que les Plantes d'eau profitent beaucoup plus vite que celles de terre, celles-là ayant un obstacle continuel à leur transpiration, & nageant dans un fluide qui doit entretenir leurs fibres dans une souplesse & une flexibilité convenable ; mais il reste toujours à sçavoir pourquoi elles profitent plus promptement dans les temps d'humidité que dans ceux de sécheresse.

En cherchant l'explication d'un fait aussi singulier, il me vint dans la pensée que les Plantes étant plus légères qu'un pareil volume d'eau, avoient une tendance vers la superficie, & que cette tendance étoit plus considérable à proportion que la superficie de l'eau s'élevoit davantage ; mais je ne fus pas long-temps à m'appercevoir que cette augmentation n'étoit que d'une très-petite conséquence dans l'occasion présente, parce que la tendance n'augmente qu'à proportion que l'eau devient plus dense, & l'eau ne devient plus dense qu'à proportion du poids du fluide qui la recouvre ; ainsi l'on voit qu'il faudroit que l'élévation de l'eau fit un changement bien considérable pour produire quelque effet sur les Plantes ; aussi mon observation a-t-elle été la même, quoique je l'aye fait dans un bras de Rivière où l'eau est toujours égale dans les temps de sécheresse comme dans ceux des pluies les plus abondantes.

Mais je laisse à penser combien cette force continuellement appliquée aux Plantes aquatiques, peut favoriser leur développement, si on les compare aux autres Plantes qui ont une force toute opposée à vaincre,

En faisant ces observations, je remarquai cette différence entre les Plantes de terre & celles des Rivières ; que celles-ci demeurent, à la vérité, pendant la sécheresse, dans une espece
de

de statique, mais qu'elles ne se fanent point & ne périssent pas entièrement, comme font celles de terre. La réflexion que je fis sur cette circonstance, me donna lieu de juger qu'il y avoit cette différence entre ces deux sortes de Plantes; que les unes avoient beaucoup de toutes les parties intégrantes de la sève, & manquoient d'eau pour les dissoudre, & que les autres ayant de l'eau abondamment, manquoient de ces parties, & qu'en même temps que l'eau des pluies secouroit celles de la campagne, en mettant en dissolution les suc de réserve qu'elles avoient auprès de leurs racines, elle se rendoit aussi utiles aux Plantes aquatiques, en leur charriant de la pleine une provision d'aliments.

Mais la petite quantité d'eau qui coule de la campagne pendant la pluie, comparée à celle de source qui coule continuellement dans le lit de la Rivière que j'observois, me parut de très-petite conséquence, de sorte qu'elle ne peut être comptée pour quelque chose que dans les marres & les étangs; aussi les Plantes y sont-elles ordinairement plus vigoureuses que dans les eaux courantes; de plus les pluies abondantes & les grandes averse ne sont pas celles qui font le plus profiter les Plantes, ce sont plutôt les temps couverts, les petites pluies chaudes & les rosées fertiles, qui agissent si puissamment sur les Plantes, qu'en peu de jours elles changent entièrement la campagne de face. Quand je vis que mes observations se détruisoient ainsi les unes les autres, je me déterminai à étudier plus particulièrement ce qui pouvoit accélérer la formation & le mouvement de la sève, ne doutant pas que le prompt accroissement des Plantes ne dépendît de ces causes.

Les terreaux, les fumiers, & généralement toutes les terres fertiles contiennent des matières gommeuses, mucilagineuses, salines & autres d'une nature propre à entrer dans la composition de la sève, lorsqu'elles auront été pénétrées, divisées, & en quelque manière dissoutes par quelque fluide; ce qui se fait par l'action du fluide même, qui par son propre mouvement pénètre & s'insinue dans les petits pores de la terre,

des fumiers & des autres corps qui peuvent servir de nourriture aux Plantes, & qui y font déjà effort comme autant de petits coins pour les diviser.

Mais lorsque la chaleur du Soleil, ou qu'un vent de Sud vient à augmenter le mouvement & le volume de ces fluides en les rarefiant, & qu'ensuite la fraîcheur des nuits, un vent de Nord, ou une pluie froide vient à les diminuer en les condensant, ce sont dans les parties des solides autant de secousses & un mouvement continuel qui doit nécessairement les écarter les unes des autres, les desunir, les séparer ; & c'est sans doute de ce mouvement, de cette action des fluides contre les solides, que vient la chaleur qu'on ressent dans les terres au Printemps, mais bien plus sensiblement dans nos couches.

Voilà une manœuvre bien simple, il est cependant probable que c'est ainsi que se fait la première préparation de la sève, & qu'elle tient lieu aux Plantes de ce grand appareil d'organes destinés à la chylication, qui font une partie considérable de l'Anatomie des Animaux.

La sève ainsi formée, ne peut passer dans les Plantes sans être extrêmement rarefiée & réduite en une substance si mince & si tenue, qu'elle ressemble mieux à un souffle, à une vapeur, ou à une fumée, qu'à une humeur, à un suc, ou à une liqueur : c'est le sentiment de M. Grew, qui se justifie par l'observation de la grande quantité d'exhalaisons qui s'échappent des côteaux frais exposés au Levant, des couches chaudes, & généralement de toutes les terres fertiles.

Si je trouve donc que la chaleur du Soleil, & celle qui est produite par l'action des fluides sur les solides, est seule capable d'exciter ces vapeurs, il m'est inutile d'en chercher une autre cause.

Mais toute la mécanique de la circulation de la sève consiste-t-elle en ce point ? Conçoit-on aisément comment cette liqueur, quelque rarefiée qu'elle soit, pourra par sa seule légèreté & sa force centrifuge, monter jusqu'au haut d'un Arbre, & le faire avec l'effort que l'on conçoit nécessaire

pour l'épanouissement des feüilles, des fleurs, des fruits, & pour la crüe générale de toute la Plante.

Cela ne paroît pas probable, car quoiqu'on accorde à M. Grew qu'il est nécessaire que la sève soit ainsi rarefiée, que les racines sont couvertes d'une écorce spongieuse qui se charge & s'imbibe de ces exhalaisons, & que l'on convienne avec ce Physicien que la partie la plus tenüe & la plus subtile de ce suc nourricier passe au travers de cette écorce sans s'y arrêter, & que semblable à cette rosée qui s'échappe du ventricule & des intestins des Animaux, elle va pénétrer; humecter & rendre souples toutes les viscères des Plantes sans suivre la route des vaisseaux. Enfin quoique l'expérience justifie toutes ces choses, il n'en est pas moins constant que la meilleure partie de la sève se rassemble en liqueur dans les racines qu'elle passe en cet état, & non pas en vapeur dans les vaisseaux des Plantes, & qu'ainsi il faut chercher une autre cause de l'ascension de la sève. Rien n'est plus aisé que de se convaincre de tout ceci; car si dans le temps de la sève on coupe les racines ou les tiges de certaines Plantes, la sève est si manifestement en liqueur dans leurs vaisseaux, qu'on la voit tomber par goutte. De ce que je viens de dire, on conçoit; je crois, la nécessité de chercher pour l'explication du mouvement de la sève dans les Plantes une autre cause plus forte, plus active & plus puissante que ces vapeurs, j'en trouve une bien plus simple dans l'examen anatomique des parties des Plantes.

J'ai déjà dit qu'elles sont composées d'une multitude de vaisseaux destinés à porter la sève; ces vaisseaux sont garnis en dedans d'une substance médullaire, ou d'un coton très-fin: Malpighi l'a observé, & je l'ai apperçû assés clairement dans les principaux vaisseaux de quelques Plantes. Ce coton a fait penser à quelques Physiciens que la sève montoit dans les Plantes de la même manière que l'eau monte dans un morceau de drap qui trempe par une de ses extrémités dans l'eau; les expériences faites par M. de la Hire, rapportées dans les Mémoires de l'Académie de l'année 1693, & ces

mêmes expériences que j'ai faites de différentes manières, prouvent qu'elle peut monter assés haut dans les tiges des Plantes, ç'a été le sentiment de Malpighi; M. Rai l'a adopté, & l'usage du paranchime que M. Grew a joint aux exhalaisons, me paroît être à peu-près la même chose. Mais outre que par cette mécanique la sève ne monteroit jamais fort haut, on ne conçoit point encore cette force nécessaire pour l'épanouissement des feuilles & des fleurs.

Mais si on regarde ces poils, ce duvet, comme l'équivalent de ces valvules qu'on apperçoit si clairement dans les veines des Animaux, valvules que le Microscope n'a pû encore nous faire découvrir dans les Plantes; si on considère que par une certaine direction elles peuvent produire le même effet, en permettant aux liqueurs de monter, & s'opposant à leur retour; de plus si l'on joint à cela la force de la rarefaction de l'air & des liqueurs, l'on concevra aisément que lorsque la rarefaction viendra à augmenter le volume des liqueurs, y ayant une fois un obstacle au retour vers les racines, la sève se portera nécessairement vers l'extrémité des branches jusqu'à ce que la condensation succede, qui diminuant tout-à-coup le volume des liqueurs, causeroit bien-tôt un grand dommage aux Plantes, si le poids de l'air n'obligoit la liqueur, qui est comme en dépôt dans l'écorce spongieuse des racines, de passer dans les tuyaux pour y remplir le vuide que l'insensible transpiration y auroit pû produire, de sorte que l'air, par sa rarefaction & sa condensation, doit être regardé comme le premier mobile de la sève; de même que le cœur par son mouvement de compression & de dilatation est le premier principe de la circulation du sang; mais les liqueurs, en circulant dans les vaisseaux, perdent continuellement de leur mouvement, soit par les frottements qu'elles ont à souffrir, soit par les obstructions qui se présentent à lever, ou enfin par les obstacles que forment à leur passage les sinuosités & les bifurcations des vaisseaux: c'est pour réparer cette perte de mouvement que la Nature a joint dans les Animaux à l'action du cœur, qui est le premier

principe de la circulation de leur sang, le battement des artères, la pression des parties solides sur les vaisseaux, & peut-être l'action de l'air qui se rarefie dans le poulmon. Ces causes accélératrices du mouvement sont du moins aussi fortes dans les Plantes; car le vent qui les agite, produit le même effet sur leur liqueur que le jeu des muscles sur celle des Animaux; on n'apperçoit point, à la vérité, de battement dans les vaisseaux des Plantes, & il est même probable qu'il n'y en a point, cependant la réaction de leurs vaisseaux sur les fluides qu'ils contiennent, en tient en quelque manière lieu; mais l'action de l'air sur leurs liqueurs est aussi bien plus considérable que dans les Animaux. Dans ceux-ci, à l'exception de quelques Insectes, les poulmons n'occupent qu'une petite partie de leur corps, & l'air n'agit que successivement & suivant les loix de la circulation sur la masse de leurs liqueurs. Dans les Plantes au contraire les poulmons, ou plutôt leurs trachées, occupent un lieu considérable dans leur substance, sont répandues dans toutes leurs parties, & sont tellement entrelassées avec les vaisseaux du suc nourricier, que lorsqu'elles viennent à se gonfler par la rarefaction de l'air, & s'affaïsser ensuite par la condensation, elles pressent & compriment à diverses reprises les vaisseaux de la sève dans le temps que les liqueurs elles-mêmes se rarefient & se condensent, ce qui brise, atténue, subtilise la sève, & en avance en même temps la circulation*.

Il est bon de faire ici attention que les feuilles sont aussi remplies d'une grande quantité de trachées; car comme elles présentent beaucoup de surfaces à l'air, elles doivent communiquer à la sève tous les effets des moindres changements de l'Atmosphère.

De la supposition de ces principes sur la préparation & le mouvement de la sève, il s'ensuit donc que la rarefaction & la condensation de l'air sont la cause principale de la préparation de la sève dans la terre, de son atténuation avant que de passer dans les racines, de son mouvement, & peut-être

* Si je me sers quelquefois du mot de *circulation* dans ce Mémoire, ce n'est pas que je la regarde comme prouvée & certaine, mais simplement comme probable,

de la circulation dans les Plantes ; ainsi plus cette rarefaction sera forte, & souvent interrompue par la condensation, plus le mouvement de la sève sera grand, & par conséquent plus elles profiteront.

C'est ce qui arrive dans ces temps pluvieux, changeants & orageux du Printemps & de l'Eté, dans lesquels on voit assés souvent succéder à un rayon de Soleil chaud & picquant, quelques ondées froides ; à des touffeurs du Midi, des fraîcheurs du Nord, où les vents changent à chaque instant, où quelquefois la rareté de l'air est si considérable, que les hommes & les bêtes ont peine à supporter le travail, que les Poissons souffrent dans l'eau, que les Rivières bouillonnent, que les Marres & les Etangs se troublent, lorsqu'un orage, un coup de tonnerre changent tout-à-coup la température de l'air, & font succéder la condensation par une nuit souvent très-fraîche. Qui ne découvre pas maintenant la cause d'un prompt accroissement des Plantes dans les temps de pluies ? Tout y contribue ; des causes particulières à chaque endroit, & dans tous une générale. Quelques ondées qui tombent secourent les Plantes qui dans les sables & sur les montagnes périssent faute de substance ; les nuées qui couvrent le Soleil, diminuent la transpiration dont l'abondance faisoit faner les Plantes de la plaine, pendant que les vapeurs & l'humidité de l'air donnent de la souplesse à leurs fibres ; une verse d'eau considérable peut encore être quelquefois utile aux Plantes des vallées par les ravines & les écoulements d'eau qui entraînent avec elles une provision d'aliments qu'elles auront dissoutes dans la plaine. Enfin cette rarefaction prodigieuse de l'air qui précède quelquefois les orages, ranime le mouvement de la sève dans les terroirs ombragés & humides, où elle circule quelquefois si lentement, qu'elle s'y corrompt, & fait périr la Plante. Toutes ces causes sont particulières à quelques endroits, mais la cause générale est le changement de l'atmosphère, la condensation & la rarefaction successive de l'air ; elle agit sur toutes les Plantes, c'est elle qui rend les arrosements plus utiles dans des temps que dans d'autres. Ces effets

s'apperçoivent jusqu'au plus profond de l'eau, & c'en est une des plus remarquables, dans les Plantes aquatiques, que leur sensible & prompt accroissement.

C'est dans les saisons de l'année où cette cause a plus de lieu, comme au Printemps, au commencement de l'Été, & au commencement de l'Automne, que les Plantes profitent plus vite; on s'apperçoit au contraire dans le milieu de l'Été, où les nuits sont presque aussi chaudes que les jours, que les Plantes languissent faute de condensation, & en Hiver faute de rarefaction; la Sève ne circule dans les vaisseaux, qu'autant qu'il faut pour empêcher qu'elle ne se corrompe; enfin ne peut-on pas attribuer les bons effets des couchers chaudes à la rarefaction que produit la chaleur des fumiers, interrompue par la fraîcheur de l'air, puisque si on ne donne point d'air aux cloches, n'y ayant plus lieu à la condensation, les Plantes périssent; ce qui arrive également, si on les met dans la machine du vuide.

Cette recherche physique n'est point stérile, l'Agriculture peut en tirer des avantages par rapport aux arrosements.

Je me suis, par exemple, toujours bien trouvé dans les grandes chaleurs de l'Été, de faire arroser le soir plutôt qu'à toute autre heure du jour, sans doute parce que c'est pendant la fraîcheur & la condensation de la nuit, que la sève passe de l'écorce spongieuse des racines dans les vaisseaux des Plantes; & on peut juger combien une Plante qui a ses vaisseaux ainsi remplis de sève, doit profiter au lever du Soleil, lorsque par la chaleur de ses rayons il vient à échauffer, & les liqueurs contenues dans les vaisseaux, & l'air renfermé dans les trachées.

J'indique les grandes chaleurs pour mon observation; car en Automne, lorsque les nuits sont longues, & les matinées fraîches, il vaut mieux arroser le matin, parce que dans ce temps il n'y a point à apprehender que la condensation manque, & qu'il seroit bien inutile de mettre auprès des racines une eau qui par la fraîcheur pourroit les endommager, puisqu'en cet état elle est trop condensée pour passer dans la

Plante, & n'a pas assez de mouvement pour se faire jour & pénétrer jusque dans les pores les plus imperceptibles de la Terre & des fumiers, afin de dissoudre les parties intégrantes de la sève.

De plus, l'eau qui tombe sur les feuilles les attendrit, comme l'on parle ordinairement, & ce qui est bien justifié par l'expérience, les rend ainsi plus sensibles au froid de la nuit.

Enfin j'ai observé plusieurs fois, qu'il ne faisoit jamais meilleur arroser que lorsque le temps semble annoncer de l'orage, parce que, comme je l'ai déjà dit, s'il ne tombe point d'eau, on se met ainsi en état de profiter des différentes altérations de l'air; & s'il en tombe, ce sera rarement assez pour pénétrer jusqu'aux extrémités des racines des Plantes d'une grandeur un peu considérable.



*OBSERVATIONS ASTRONOMIQUES
FAITES EN DIVERS LIEUX
DE L'AMERIQUE MERIDIONALE;*

Comparées avec celles qui ont été faites en France.

Par M. CASSINI.

M DE NAVARRO, Sous-Lieutenant de la Compagnie ^{17 Sept.}
des Gardes de la Marine à Cadiz, & Commandant ^{1729.}
d'un Vaisseau du Roy d'Espagne, a envoyé à l'Académie des
Sciences un Recueil d'Observations Astronomiques faites en
divers lieux de l'Amérique méridionale, que le Colonel D.
Jean d'Herrera & Soto Mayor Ingénieur des Armées du Roy
d'Espagne, & Gouverneur du Château de Santa-Fée, a dédié
à l'Académie.

Ce Recueil contient les Observations astronomiques faites
à Carthagene, Panama & Sainte-Marthe, par D. Jean d'Her-
rera, depuis l'année 1719 jusqu'en 1728, à Lima; par
D. Pedro de Peralta, Docteur en Droit, Controlleur des
Comptes de l'Audience Royale, & Professeur Royal de la
première Chaire de Mathématiques dans l'Université de Saint-
Marc; & en diverses Villes de l'Isle de Cube, par le Bachelier
D. Marcos Antonio Gamboa, & Ryano, Médecin du Saint-
Office, son Notaire, & Examineur des Livres.

Ces Observations consistent principalement en plusieurs
Éclipses de Lune observées en ces diverses Villes, & un grand
nombre d'Éclipses des Satellites de Jupiter pour déterminer
leur longitude, avec diverses hauteurs tant du Soleil que des
Étoiles fixes pour connoître leur latitude.

D. Jean d'Herrera s'est servi, pour les Observations du
Soleil, d'un Anneau astronomique, dont le diametre de la
partie concave, qui est divisée, est d'un pied 7 pouces, d'une

Mem. 1729.

. Z z

Lunette de 7 pieds pour les Éclipses de Lune, & d'une de 17, pour les Satellites de Jupiter, avec une Pendule à secondes.

Il ne sçait point de quels instruments s'est servi D. Pedro de Peralta pour ses Observations.

A l'égard de ceux de D. Marcos de Gamboa, ils consistent en un Quart de Cercle de Bronze de 2 pieds de diametre, garni de Lunettes, divisé fort exactement; une Lunette à deux Verres, dont la longueur est de 10 pieds de Paris, avec une Pendule.

Dans les Observations des Éclipses de Lune, D. Jean d'Herrera a observé non-seulement leur commencement & leur fin, mais aussi l'entrée ou la sortie des Taches à l'égard de l'ombre pure, quoiqu'elles fussent encore dans la penombre.

Il a eu aussi soin de rapporter quelques Observations des hauteurs correspondantes du Soleil, qu'il a faites avec son Anneau astronomique pour régler sa Pendule, lesquelles s'accordent à donner l'heure véritable à 7 ou 8 secondes près, ce qui fait voir la précision que l'on peut attendre de ses Observations, que j'ai eu soin de comparer avec les Observations qui ont été faites à Paris, ou dans d'autres lieux, dont la longitude & la latitude sont connües. En voici l'extrait.

Observations faites par D. Jean d'Herrera, à Carthagene.

Éclipse de Lune du 6 Mars 1719.

| | |
|---|----------------------------|
| Le 6 Mars 1719, à Carthagene, commencement de l'Éclipse | |
| à | 1 ^h 31' 2" mat. |
| Fin de l'Éclipse | 3 55 59 |
| Durée | 2 24 57 |
| Milieu de l'Éclipse | 2 43 30 |

D. Jean d'Herrera ne marque pas la grandeur de cette Éclipse, mais il paroît par l'entrée dans l'ombre des Taches qu'il a observées vers le milieu, que sa grandeur étoit d'environ six doigts.

Cette Éclipse n'a pas pû être observée à Paris, parce que son commencement devant arriver, suivant la Connoissance

Des Temps, le 6 Mars à 6^h 53' du matin, 22 minutes après le coucher de la Lune, elle n'a pas paru sur nôtre horizon.

On peut cependant se servir de cette Éclipse & de celles dont on n'a point fait de correspondantes à Paris, pour connoître si les calculs que l'on en a fait, suivant les différentes Tables, s'accordent aux Observations, lorsque l'on connoît d'ailleurs la longitude des lieux où elles ont été faites.

Observation de l'Éclipse de Lune du 28 Juin 1722.

Le commencement de cette Éclipse n'a pû être observé à Carthagene à cause de la clarté du jour, mais on y a déterminé le temps de l'entrée de diverses Taches dans l'ombre & de leur sortie, l'Immerfion totale, le commencement de l'Emerfion & sa fin. Voici les principales Phases que nous nous contenterons de rapporter ici.

| | |
|---|------------------------|
| Le 28 Juin 1722, à Carthagene, Pitatus entre dans l'ombre à | 7 ^h 25' 32" |
| Immerfion totale | 8 13 34 |
| Emerfion totale | 9 16 51 |
| Fin de l'Éclipse | 10 32 3 |

Cette Éclipse a été observée à Paris pendant toute sa durée, & nous rapporterons les Phases correspondantes à celles qui ont été observées à Carthagene, pour déterminer la différence des Méridiens entre ces deux Villes.

| | |
|---|------------------------|
| A Carthagene, Immerfion totale à ... | 8 ^h 13' 24" |
| A Paris | 13 23 46 |
| Différence des Méridiens entre Paris & Carthagene qui est plus à l'Occident.. | 5 10 22 |

| | |
|---|------------------------|
| A Carthagene, commencement de l'Emerfion à | 9 ^h 16' 51" |
| A Paris | 2 27 20 |
| Différence des Méridiens entre Paris & Carthagene | 5 10 29 |
| | Zz ij |

| | |
|-----------------------------------|------------------------|
| 564 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE | |
| Fin de l'Eclipe à Carthagene..... | 10 ^h 32' 3" |
| A. Paris | 15 35 41 |
| Différence des Méridiens | 5 3 38 |

Les Observations de l'Immersion totale de la Lune dans l'ombre & du commencement de son Emerfion, observées à Paris & à Carthagene, s'accordent à donner la durée de l'Eclipe totale à 7 secondes près l'une de l'autre, ce qui est d'une affés grande précision ; & déterminent la différence des Méridiens entre ces deux Villes de..... 5^h 10' 25"
plus petite de 40 secondes qu'elle n'a été trouvée par les Observations tant d'Eclipses de Lune que de Satellites de Jupiter, qui y ont été faites en 1705 par le P. Feuillée.

A l'égard de la différence des Méridiens qui résulte des Observations de la fin de cette Eclipe, elle se trouve de 5^h 3' 38"
beaucoup plus petite que par l'Immersion & l'Emerfion, ce qui peut provenir en partie de ce qu'à Paris on n'a pas pû distinguer avec exactitude la fin de l'Eclipe, à cause que le crépuscule étoit déjà fort grand, comme on l'a remarqué dans les Mémoires de l'Académie des Sciences de l'année 1722.

Par la comparaison des autres Phases, on trouve que depuis le commencement de l'Eclipe jusqu'à l'Immersion la différence des Méridiens est plus grande que celle que l'on a déterminée ci-dessus, & qu'elle est plus petite depuis le commencement de l'Emerfion jusqu'à la fin de l'Eclipe, ce qui vient de ce qu'on a déterminé à Carthagene l'entrée des Taches dans l'ombre & leur sortie dans le temps que l'ombre n'étoit pas si forte que celle que l'on a choisie à Paris pour déterminer les mêmes Phases ; d'où il résulte que l'on a marqué à Carthagene l'entrée des Taches plutôt qu'à Paris, & que leur sortie y a été observée plus tard, ce qu'il est à propos de remarquer pour la comparaison des autres Eclipses.

Observation de l'Eclipse de Lune du 9 Mai 1724.

| | |
|---|-----------------------------|
| Le 9 Mai 1724, à Carthagene, commencement | |
| à | 2 ^h 14' 42" mat. |
| Fin de l'Eclipse | 4 31 0 |
| Durée | 2 16 18 |
| Milieu | 3 22 51 |

Cette Eclipsé est arrivée de jour à Paris, où elle n'a pas pû être observée, la Lune étant alors sous nôtre horizon.

Observation de l'Eclipse de Lune du 31 Octobre 1724.

| | |
|--|------------------------|
| Le 31 Octobre 1724, à Carthagene, commencement | |
| à | 9 ^h 24' 49" |
| Fin de l'Eclipse | 11 56 11 |
| Durée | 2 31 22 |
| Milieu | 10 40 30 |

Cette Eclipsé a été observée à Paris ; & pour comparer nôtre Observation à celle de Carthagene, nous avons jugé devoir prendre la différence des Méridiens qui résulte du milieu de l'Eclipsé observé de part & d'autre, parce que quand même l'on auroit choisi pour déterminer les Phases, l'ombre plus forte dans un endroit que dans un autre, la différence des Méridiens qui résulte de la détermination du milieu est de la même précision, pourvû que dans chacune de ces Observations on ait toujours choisi le même terme de l'ombre.

| | |
|--|-------------------------|
| Le 31 Octobre 1724, commencement à Paris | |
| à | 14 ^h 33' 30" |
| Fin à Paris | 17 6 30 |
| Milieu à Paris | 15 50 0 |
| Milieu à Carthagene | 10 40 30 |
| Différence des Méridiens entre Paris & | |

Carthagene

| |
|--------|
| 5 9 30 |
|--------|

Par l'Observation de cette Eclipsé, que j'ai faite à Thury, & qui est rapportée dans les Mémoires de l'Académie de

366 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
l'année 1724, le milieu est arrivé au Méridien de Paris
à..... 15^h 51' 12"

D'où l'on trouve la différence des Méridiens entre Paris & Carthagene de 5 10 42
plus approchante de celle que l'on a déterminée par l'Observation précédente.

Observation de l'Eclipse totale de Lune du 27 Avril 1725.

Le 27 Avril 1725, à Carthagene, Timocharis entre dans
l'ombre à..... 2^h 8' 41" mat.
Immersion totale..... 2 44 41
Commencement de l'Emerfion..... 4 31 16
La Mer Caspienne commence à sortir... 5 30 6

On n'a pas pû observer à Carthagene la fin ni le commencement de cette Eclipe à cause des nuages, mais on y a vû l'Immersion totale de la Lune dans l'ombre & le commencement de son Emerfion qui font les Phases principales, & que l'on détermine avec le plus d'évidence.

Suivant ces Observations la durée de l'Eclipe totale a été
de..... 1^h 46' 35"
Et le milieu est arrivé à..... 3 37 58

Cette Eclipe n'a pas pû être observée à Paris, où elle est arrivée de jour, la Lune étant sous nôtre horizon.

Observation de l'Eclipse de Lune du 10 Octobre 1726.

Le 10 Octobre 1726, à Carthagene, commencement
à..... 10^h 33' 47"
Fin de l'Eclipe..... 13 6 2
Durée..... 2 32 15
Milieu..... 11 49 54

Cette Eclipe n'a pas été observée à Paris, où le Ciel fut couvert pendant toute sa durée.

Observation de l'Eclipse de Lune du 25 Février 1728.

| | |
|--|-----------------------------|
| Le 25 Février 1728, à Carthagene, commencement à | 0 ^h 43' 36" mat. |
| Fin de l'Eclipse | 3 34 3 |
| Durée | 2 50 27 |
| Milieu | 2 3 49 |

Les Phases de cette Eclipsé n'ont pas pû être observées à Paris, son commencement y ayant dû arriver sur les six heures du matin, temps où la lumière du jour étoit trop grande pour qu'on pût l'appercevoir.

*Observations des Eclipses de Jupiter, faites à Carthagene
par D. Jean d'Herrera.*

| | |
|--|-----------------------------|
| Le 27 Fevrier 1722, à Carthagene, Immersion du 1. ^{er} Satellite dans l'ombre de Jupiter à... | 1 ^h 36' 21" mat. |
| Le 22 Mars, Immersion | 1 49 45 mat. |
| Le 15 Juin, Emerision | 2 49 43 mat. |
| Le 21 Avril, Immersion | 3 58 44 mat. |
| Le 9 Juin, Emerision du 1. ^{er} Satellite | 7 28 34 soir. |
| Le 15 Juin, Emerision | 2 49 43 mat. |
| Le 16 Juillet, Emerision | 11 23 41 soir. |
| Le 1 Août, Emerision | 9 42 17 soir. |
| Le 8 Août, Emerision | 11 38 10 soir. |
| Le 19 Mai 1723, Immersion du 1. ^{er} Satellite | 1 41 55 mat. |
| Le 28 Juin, Emerision | 8 44 55 soir. |
| Le 16 Septembre 1724, Emerision du 1. ^{er} Satellite | 9 7 47 soir. |
| Le 9 Octobre, Emerision | 9 29 22 soir. |

Entre les Observations que nous avons faites à Paris, nous en trouvons une qui a été faite dans le même temps qu'à Carthagene, & plusieurs autres qui ont été faites dans l'intervalle d'une ou d'un petit nombre de révolutions avant & après, ce qui donne le moyen de déterminer avec précision

la différence des Méridiens entre ces deux Villes. Nous les rapporterons ici.

*Observations des Eclipses des Satellites de Jupiter
faites à Paris.*

Le 8 Mars 1722, à Paris, Immersion

| | | | |
|--|----------------|----|----------|
| à | 3 ^h | 8' | 15" mat. |
| Le 16 Avril | 1 | 45 | 14 mat. |
| Le 2 Juin, Emerfion | 10 | 45 | 0 soir. |
| Le 3 Août, Emerfion | 9 | 22 | 55 soir. |
| Le 21 Mai 1723, Imimerfion | 1 | 21 | 43 mat. |
| Le 28 Juin, Emerfion | 8 | 44 | 53 soir. |
| Le 6 Septembre, Emerfion | 7 | 32 | 58 soir. |
| Le 25 Septembre, Emerfion du 1. ^{er}
Satellite à Thury, qui est plus occi-
dental que Paris de 6 fécondes, à... | 10 | 45 | 28 soir. |
| Le 11 Octobre, Emerfion à Paris... | 9 | 9 | 29 soir. |

Pour déterminer, par le moyen de ces Observations, la différence des Méridiens entre Paris & Carthagene, nous avons employé l'Observation qui a été faite en même temps dans ces deux Villes, avec celles que l'on a faites à Paris, une révolution immédiatement avant ou après, que nous avons ajoutée au temps observé à Paris, ou que nous en avons retranchée pour avoir le temps de l'Eclipsé corrigé pour le Méridien de Paris, en cette manière :

| | | | |
|--|----------------|-----|---------|
| Le 3 Août 1722, à Paris, Emerfion du 1. ^{er} Satellite de
Jupiter à..... | 9 ^h | 22' | 55" |
| Temps que le Satellite a employé à faire
une révolution | 1 ^h | 18 | 28 53 |
| Donc le 1 Août à Paris, Emerfion,
temps corrigé à | 14 | 54 | 2 |
| Le 1 Août, à Carthagene | 9 | 42 | 17 |
| Différence des Méridiens entre Paris &
Carthagene | 5 | 11 | 45 |
| Le 21 Mai 1723, à Paris, Immersion... | 1 | 21 | 43 mat. |
| Temps | | | |

| | | | | | |
|---|----------------|-----------------|-----|-----|------|
| Temps que le 1. ^{er} Satellite a employé
à faire une révolution | 1 ⁱ | 18 ^h | 28' | 27" | mat. |
| Donc le 19 Mai, à Paris, Immersion,
temps corrigé, à | 6 | 53 | 16 | | |
| Le 19 Mai, à Carthagene | 1 | 41 | 55 | | |
| Différence | 5 | 11 | 21 | | |
| Le 28 Juin, Immersion, à Carthagene | 8 | 44 | 55 | | |
| Le 28 Juin, à Paris | 13 | 56 | 0 | | |
| Différence des Méridiens entre Paris &
Carthagene | 5 | 11 | 5 | | |
| précisément de même que celle qui a
été déterminée par le P. Feüillée. | | | | | |
| Le 11 Octobre 1724, à Paris, Im-
mersion à | 9 | 9 | 29 | | |
| Temps que le Satellite a employé à faire
une révolution | 1 ⁱ | 18 | 29 | 0 | |
| Donc le 9 Octobre, à Paris, Emerfion,
temps corrigé, à | 14 | 40 | 29 | | |
| Le 9 Octobre, à Carthagene | 9 | 29 | 22 | | |
| Différence des Méridiens entre Paris &
Carthagene | 5 | 11 | 7 | | |

La différence des Méridiens qui résulte des Observations dont l'on n'a pas fait de correspondantes à Paris, ne s'éloigne que de quelques secondes, de celle que l'on a trouvée par les Observations immédiates de..... 5^h 11' 5"
à laquelle nous nous arrêtons comme devant être plus exacte, & d'ailleurs conforme à celle qui a été déterminée par le P. Feüillée, ce qui fait voir la précision avec laquelle D. Jean d'Herrera a fait ses Observations.

*Observations des Hauteurs Méridiennes du Soleil & de quelques
Étoiles fixes, pour déterminer la Latitude de Carthagene.*

Le 23 & le 26 Mai 1709, hauteur méridienne de la première
de la queue de la grande Ourse, de... 43^d 53' 0"
D'où ôtant la refraction de..... 0^d 1' 3"
Mem. 1729. A 33

370 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

Reste la hauteur véritable..... 43 51 57

Complément de la déclinaison de cette

Etoile..... 32 25 50

Donc hauteur du Pole boréal..... 10 26 7

Le 24 & le 26 Mai 1709, hauteur méridienne de la moyenne
de la queue de la grande Ourse de... 43^d 59' 10"

Refraction..... 0 1 1

Donc hauteur véritable 43 58 9

Complément de la déclinaison 33 21 51

Donc hauteur du Pole 10 26 18

Le 24 Mai 1709, hauteur méridienne de l'extrémité de la
grande Ourse de..... 49^d 40' 0"

Refraction..... 0 0 50

Hauteur véritable 49 39 10

Complément de la déclinaison..... 39 11 42

Donc hauteur du Pole 10 27 28

Le 23 Février 1719, hauteur méridienne du bord supérieur
du Soleil de..... 70^d 0' 0"

Refraction..... 0 0 21

Donc hauteur véritable..... 69 59 39

Demi-diametre du Soleil..... 0 16 15

Donc hauteur du centre 69 43 24

Déclinaison méridionale..... 9 49 41

Donc hauteur de l'Equateur..... 79 33 5

Et hauteur du Pole 10 26 55

Le 25 Février 1719, hauteur méridienne du bord supérieur
du Soleil, de..... 70^d 45' 0"

Refraction..... 0 0 20

Donc hauteur véritable 70 44 40

Demi-diametre du Soleil..... 0 16 15

Donc hauteur du centre 70 28 25

Déclinaison méridionale 9 5 26

Donc hauteur de l'Equateur..... 79 33 51

Et hauteur du Pole à Carthagene 10 26 9

Prenant un milieu entre la hauteur du Pole qui résulte de ces différentes Observations, on aura la hauteur du Pole de Carthagene de..... $10^d 26' 35''$ plus petite de 3 minutes que celle qui y a été déterminée par le P. Feüillée en 1705 par le moyen d'un Anneau astronomique de pareille grandeur, que nous conjecturons être le même dont s'est servi D. Jean d'Herrera. Le P. Feüillée ayant marqué dans le Journal des Observations du 10 Mai 1706, page 419, qu'il avoit envoyé ses instruments à D. Jean d'Herrera avant de repasser en France.

J'ai vérifié tous les éléments dont cet Officier s'est servi pour déterminer la hauteur du Pole, qui m'ont paru exacts, de sorte qu'on ne peut rejeter cette différence dans la latitude de Carthagene que sur la difficulté qu'il y a d'observer les hauteurs avec une plus grande précision, par le moyen d'un Anneau astronomique.

Observations faites par D. Jean d'Herrera, à Panama.

Eclipse de Lune du 26 Mars 1717.

Le 26 Mars 1717, à Panama, commencement

| | |
|------------------------|------------------------|
| à | 8 ^h 24' 32" |
| Fin de l'Eclipse | 11 12 5 |
| Durée..... | 2 47 33 |
| Milieu | 9 48 18 |

Cette Observation a été faite à Paris, où l'on a marqué le commencement, suivant M. de la Hire, à $13^h 55' 0''$

La fin, suivant M. de la Hire..... 16 38 25

Suivant nos Observations..... 16 38 10

Durée à Paris..... 2 43 25

plus petite de 4 minutes que celle qui a été observée par D. Jean d'Herrera, ce qui peut venir, comme je l'ai remarqué ci-dessus, de ce qu'il a jugé le commencement & la fin de l'Eclipse, lorsque l'ombre de la Terre n'étoit pas aussi forte que celle que l'on a choisie à Paris pour y déterminer les

Phases de l'Eclipse, c'est pourquoi nous comparerons ensemble le temps du milieu de l'Eclipse qui est arrivé, suivant les Observations de M. de la Hire, le 26 Mars

| | |
|--|-------------------------|
| A Paris | 15 ^h 16' 42" |
| A Panama | 9 48 18 |
| Différence des Méridiens entre Paris
& Panama | 5 28 24 |

Suivant cette Observation la différence de longitude entre Paris & Panama est de 82^d 6' 0"
éloignée seulement de 4 minutes de degré vers l'Orient de la différence de longitude entre Paris & Portobello qui résulte d'une Observation du premier Satellite de Jupiter que le P. Feuillée y a faite le 7 Octobre 1704, qu'il a marquée par erreur (*page 325 du 3.^{me} vol.*) de 67^d 10', & qui est de 82^d 10'.

La différence des Méridiens entre ces deux Villes s'accorde assez exactement à leur situation marquée dans la Carte de M. Delisle, où Panama est à peu-près sous le même Méridien que Portobello, un peu vers l'Orient.

Observations des Hauteurs Méridiennes du Soleil, pour déterminer la Latitude de Panama.

| | |
|--|------------------------|
| Le 31 Février 1717, à Panama, hauteur apparente du bord inférieur du Soleil de | 63 ^d 30' 0" |
| Refraction moins la parallaxe | 0 0 25 |
| Donc hauteur véritable | 63 29 35 |
| Demi-diametre du Soleil | 0 16 19 |
| Donc hauteur du centre | 63 45 54 |
| Déclinaison méridionale | 17 15 15 |
| Donc hauteur de l'Equateur | 81 1 9 |
| Et hauteur du Pole à Panama | 8 58 51 |

| | |
|--|------------------------|
| Le 1 Février, hauteur apparente du bord inférieur de | 63 ^d 48' 0" |
| Le 2 Février | 64 5 0 |

| | |
|--------------------|------------------------|
| Le 5 Février | 64 ^d 58' 0" |
| Le 7 Février | 65 35 0 |
| Le 8 Février | 65 55 0 |

Prenant un milieu entre la hauteur du Pole qui résulte des Observations du 31 Janvier & des jours suivans, on aura la hauteur du Pole de Panama de..... 8^d 58' 50"

Suivant les Observations du P. Feuillée, la hauteur du Pole de Portobello est de 9^d 33' 0"

Ainsi la différence de latitude entre Panama & Portobello est de 34' 10" de degré d'un grand Cercle, ou de 32500 toises qui mesurent assés exactement la distance entre ces deux Villes, qui sont à peu-près Nord & Sud, ce qui donne la largeur du Détroit de Panama en cet endroit de 14 lieues communes de France.

Observations faites par D. Jean d'Herrera dans la Ville de Sainte-Marthe.

| | |
|---|------------------------|
| Le 20 Août 1723, à Sainte-Marthe, Emerfion du 1. ^{er} Satellite de l'ombre de Jupiter à | 11 ^h 8' 55" |
| Le 5 Septembre | 9 33 27 |

Ces deux Observations n'ont pas été faites à Paris, mais on y a observé une Emerfion du 1.^{er} Satellite de l'ombre de Jupiter le 22 Août 1723 à Paris, à... 10^h 44' 33"

Et le 31 Août à Thury une Emerfion à 7 10 34

Qui réduite au Méridien de Paris, y est

arrivée le 31 Août à 7 10 40

Suivant ces Observations la révolution apparente du 1.^{er} Satellite de Jupiter étoit alors d'un jour 18^h 29' 13"

Qui étant retranchée du 22 Août à... 10 44 33

Donne le temps corrigé de l'Emerfion

du 1.^{er} Satellite le 20 Août à Paris, à... 16 15 20

Le 20 Août à Sainte-Marthe 11 8 55

Donc différence des Méridiens entre

Paris & Sainte-Marthe 5 6 25

374 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

Si l'on ajoute de même à l'Emerfion du 31 Août qui est arrivée à Paris à 7^h 10' 40"

L'intervalle entre trois révolutions du 1.^{er}

Satellite de Jupiter qui est de... 5ⁱ 7 27 39

On aura le temps corrigé de l'Emerfion

du 1.^{er} Satellite le 5 Sept. à Paris à 14 38 19

Le 5 Septembre à Sainte-Marthe 9 33 27

Différence des Méridiens entre Paris &

Sainte-Marthe 5 4 52

Prenant un milieu entre ces deux déterminations, l'on aura la différence des Méridiens entre Paris & Sainte-Marthe

de 5^h 5' 38"

Plus orientale que Carthagene de.... 0 5 27

Ou 1^d 21 45

Observations des Hauteurs Méridiennes du Soleil, pour déterminer la Latitude de Sainte-Marthe.

Le 16 Août 1723, à Sainte-Marthe, hauteur méridienne

du bord supérieur du Soleil qui étoit vers le Nord,

de 87^d 45' 30"

Refraction 0 0 3

Hauteur véritable 87 45 27

Demi-diametre du Soleil 0 15 54

Donc hauteur véritable 87 29 33

Déclinaison septentrionale..... 13 50 20

Donc distance de l'Equateur au point

de l'horizon qui est vers le Nord... 101 19 53

Et hauteur du Pole à Sainte-Marthe... 11 19 53

Le 17 Août hauteur méridienne du

bord supérieur du Soleil..... 88 4 0

En prenant un milieu entre la hauteur du Pole qui résulte

de ces deux Observations, on a la hauteur du Pole de Sainte-

Marthe de 11^d 26' 40"

plus grande que celle de Carthagene d'un degré.

Observations faites par D. Jean Pedro de Peralta, à Lima.

Eclipse de Lune du 26 Mars 1717.

| | |
|------------------------------------|-----------------------|
| Le 26 Mars, à Lima, commencement à | 8 ^h 41' 8" |
| Fin de l'Eclipse | 11 19 55 |
| Durée | 2 38 47 |
| Milieu | 10 0 31 |

Cette Eclipsé a été observée à Paris & à Panama, & la durée est plus petite que celle que l'on a déterminée à Paris, ce qui vient de ce que l'on a déterminé à Lima le commencement & la fin, lorsque le terme de l'ombre étoit plus fort que celui que l'on a observé à Paris, tout au contraire de ce qui est arrivé à Panama, où l'on a pris le terme de l'ombre plus foible, c'est pourquoi nous examinerons ce qui résulte du milieu de l'Eclipsé observé de part & d'autre.

| | |
|---------------------------------------|------------------------|
| Milieu de l'Eclipsé à Lima, à | 10 ^h 0' 31" |
| A Panama | 9 48 18 |
| A Paris | 15 16 42 |
| Différence des Méridiens entre Lima & | |
| Panama qui est plus à l'Occident ... | 0 12 13 |
| Entre Paris & Lima | 5 16 11 |

Observation de l'Eclipse totale de la Lune du 27 Avril 1725.

| | |
|---|-----------------------------|
| Le 25 Avril 1725, à Lima, commencement | |
| à | 1 ^h 34' 28" mat. |
| Immersion totale | 2 37 29 |
| Commencement de l'Emersion | 4 23 41 |
| Fin de l'Eclipsé | 5 29 49 |
| Durée de l'Eclipsé | 3 55 21 |
| Durée de l'Immersion totale | 1 46 12 |
| Milieu de l'Eclipsé tiré du commence- | |
| ment & de la fin | 3 32 8 |
| Milieu de l'Eclipsé tiré de la durée de | |
| l'Immersion | 3 30 35 |

Cette Eclipsé n'a pas pu être observée à Paris, où elle est arrivée de jour, la Lune étant sous l'horizon; mais on a observé à Carthagene l'Immersion totale & l'Emerfion d'où l'on a tiré le milieu à 3^h 37' 58"

Milieu à Lima, tiré des mêmes Phases.. 3 30 35.

Différence des Méridiens entre Lima

& Carthagene..... 0 7 23'

Qui étant ajoûtée à la différence des Mé-

ridiens entre Paris & Carthagene de 5 11 5.

Donne la différence des Méridiens entre

Paris & Lima de..... 5 18 28

plus grande de 2' 17" que par la comparaison précédente.

Prenant un milieu, on aura la différence des Méridiens entre Paris & Lima de..... 5^h 17' 20"

plus grande de 42 secondes que celle que le P. Feuillée a déterminée (p. 666, 2.^d vol.) par les Observations faites à Lima par M. Durand en 1710, comparées aux nôtres.

Observations de la Hauteur Méridienne du Soleil, pour déterminer la Latitude de Lima.

Le 1 Octobre 1718, à Lima, hauteur méridienne du bord supérieur du Soleil vers le Nord de 81^d 15' 0".

Refraction 0 0 11.

Donc hauteur véritable 81 14 49.

Demi-diametre du Soleil 0 16 5.

Donc hauteur du centre..... 80 58 44.

Déclinaison méridionale..... 3 13 30.

Donc distance de l'Equateur au point

de l'horizon vers le Nord..... 77 45 14.

Et hauteur du Pole austral..... 12 14 46.

Le 2 Octobre hauteur méridienne du

bord supérieur du Soleil, 81 38 0

Le 4 Octobre 82 25 0

Le 13 Octobre..... 85 51 0

Suivant ces Observations, on trouve la hauteur du Pole de Lima de 12^d 14' 52"

Cette

Cette hauteur est plus grande de 13 minutes que celle qui y a été observée par le P. Feüillée avec un Quart de Cercle de 15 pouces de rayon. Comme on ne sçait pas de quels instrumens s'est servi D. Pedro de Peralta, il n'est pas possible de porter un jugement certain sur l'exactitude de ses Observations.

Observations faites dans l'Isle de Cube, par D. Marcos Antonio de Gamboa, à la Trinité.

Observation d'une Éclipse totale de Lune du 28 Mai 1714.

| | |
|--|-------------------------|
| Le 22 May 1714, à la Trinité, commencement | |
| à | 11 ^h 56' 23" |
| Immerfion totale | 12 55 50 |
| Commencement de l'Emerfion..... | 14 38 7 |
| Fin de l'Éclipse..... | 15 39 53 |
| Durée de l'Éclipse..... | 3 43 30 |
| Durée de l'Immerfion totale..... | 1 42 17 |
| Milieu tiré du commencement & de | |
| la fin..... | 13 48 8 |
| Milieu tiré de la durée de l'Immerfion... | 13 46 58 |

Cette Éclipse n'a pas été observée à Paris, où elle est arrivée de jour.

Observations de la Hauteur Méridienne de diverses Étoiles, pour déterminer la Latitude de la Ville de la Trinité.

Le 17 Avril 1714, hauteur méridienne apparente de l'Étoile qui est dans le dos de la grande Ourse

| | |
|---|-------------------------|
| de..... | 48 ^d 30' 30" |
| Refraction..... | 0 0 53 |
| Hauteur véritable..... | 48 29 37 |
| Distance de cette Étoile au Pole boréal.. | 26 42 27 |
| Donc hauteur du Pole de la Trinité.... | 21 47 10 |

Le 21 Avril, hauteur méridienne de la

même Étoile

Mem. 1729.

48 30 40
Bbb

Le 20 Avril, hauteur méridienne apparente de l'Etoile qui est à la naissance de la queue de la

| | |
|---|------------------------|
| grande Ourse..... | 53 ^d 10' 0" |
| Refraction..... | 0 0 45 |
| Hauteur véritable..... | 53 9 15 |
| Distance de cette Etoile au Pole boréal.. | 31 21 13 |
| Donc hauteur du Pole..... | 21 48 2 |

Le même jour, hauteur méridienne apparente de l'Etoile qui est la première de la queue de la

| | |
|---|------------------------|
| grande Ourse..... | 54 ^d 16' 0" |
| Refraction..... | 0 0 43 |
| Hauteur véritable..... | 54 15 17 |
| Distance de cette Etoile au Pole boréal.. | 32 26 51 |
| Donc hauteur du Pole..... | 21 48 26 |

J'ai employé dans ces deux dernières Observations, la déclinaison de ces Etoiles, tirée des Tables de M. Flamsteed; qui diffère d'environ deux minutes de celle dont on s'est servi pour déterminer la hauteur du Pole de la Ville de la Trinité.

Prenant un milieu entre ces différentes déterminations; on aura la hauteur du Pole de la Ville de la Trinité de..... 21^d 47' 45"

Observations faites dans la Ville du Saint-Esprit.

Le 25 Octobre 1714, au Saint-Esprit, E'mersion du 1.^{er} Satellite de Jupiter, Temps vrai à... 8^h 19' 54"

Cette Observation de même que les suivantes, ont été faites avec une Lunette de 10 pieds, plus petite de 5 à 6 pieds que celles dont nous nous sommes servi pour faire les Observations correspondantes; d'où il suit qu'on a dû y voir les Immerfions plutôt & les E'mersions plus tard d'une certaine quantité, qu'on a trouvée par expérience d'environ 30 secondes, qu'il faut par conséquent retrancher de l'E'mersion observée le 25 Octobre 1714, pour avoir le temps de cette E'mersion à..... 8^h 19' 24"

Cette Émerfion n'a pas été obfervée à Paris, mais on y a obfervé celle qui a fuivi immédiatement le 27 Octobre 1714 à..... 8^h 15' 59"

Donc retranchant une revolution qui étoit alors de..... 1^j 18^h 27' 57"

On aura cette Émerfion à Paris, temps corrigé, le 25 Octobre à..... 13 48 2

Émerfion à la Ville du Saint-Efprit... 8 19 24

Donc différence des Méridiens entre Paris & la Ville du Saint-Efprit... 5 28 38

Obfervations de la Hauteur Méridienne de diverfes E'toiles fixes, pour déterminer la Latitude du Saint-Efprit.

Le 4 Fevrier 1715, hauteur méridienne apparente de Sirius, de..... 51^d 41' 35"

Refraction..... 0 0 48

Hauteur véritable..... 51 40 47

Déclinaifon australe de Sirius..... 16 21 20

Donc hauteur de l'Équateur..... 68 2 7

Et hauteur du Pole..... 21 57 53

Le 7 Fevrier, hauteur méridienne de Sirius..... 51 42 50

Le même jour, hauteur méridienne de Rigel..... 59 29 0

Refraction..... 0 0 35

Hauteur véritable..... 59 28 25

Déclinaifon australe..... 8 34 10

Donc hauteur de l'Équateur..... 68 2 35

Et hauteur du Pole..... 21 57 35

Le 8 Fevrier, hauteur de Rigel..... 59 29 23

On a employé dans ces Obfervations la déclinaifon de ces Étoiles, tirée de nos Tables; & l'on a trouvé, en prenant un milieu, la hauteur du Pole de la Ville du Saint-Efprit, de..... 21^d 57' 25"
plus feptentrionale que la Ville de la Trinité de 9' 40".

*Observations faites dans la Ville de S.^{te} Marie du Port du Prince.*Le 15 Août 1714, au Port du Prince, Émerfion du 1.^{er}Satellite de l'ombre de Jupiter à.... 10^h 48' 53"

Secondes à retrancher à cause de la diffé-

rence des Lunettes..... 0 0 30

Émerfion, heure véritable..... 10 48 23

Le 15 Août 1714, Émerfion obser-

vée à Paris, à..... 16 11 1

Différence des Méridiens entre Paris
& la Ville de S.^{te} Marie du Port du

Prince..... 5 22 38

Observations pour la Latitude du Port du Prince.

Le 20 Août 1714, hauteur méridienne d'Antares

de..... 42^d 48' 40"

Refraction..... 0 1 3

Hauteur véritable..... 42 47 37

Déclinaison australe..... 25 46 0

Donc hauteur de l'Équateur..... 68 33 37

Et hauteur du Pôle de la Ville du Port

du Prince..... 21 26 23

*Observations faites dans la Ville de la Havane.**Eclipse de Lune du 11 Avril 1715.*

Le 11 Avril 1715, à la Havane, commencement

à..... 9^h 23' 9"

Fin de l'Éclipse..... 12 10 20

Durée..... 2 47 11

Demi-durée..... 1 23 35

Milieu..... 10 46 44

Cette Éclipse n'a pas pû être observée à Paris, à cause que
le Ciel y fut couvert pendant toute sa durée; mais nous avons

l'Observation faite à Marseille par le P. Feuillée, qui déterminâ son commencement à 15^h 13' 51"

Et sa fin à 18 1 13

Ce qui donne sa durée fort approchante de celle qui a été observée à la Havane, de 2^h 47' 22"

Et le milieu à Marseille à 16 37 32

Milieu à la Havane 10 46 44

Différence des Méridiens entre Marseille

& la Havane 5 50 48

De laquelle si l'on ôte la différence des Méridiens entre Paris & Marseille, qui a été déterminée par un grand nombre d'Observations, de 0^h 12' 28"

On aura la différence des Méridiens

entré Paris & la Havane, de 5 38 20

Donc la Havane est plus occidentale que Paris.

Observation de l'Eclipsé de Lune du 8 Juillet 1721.

Commencement à la Havane 13^h 25' 47"

Fin 16 45 57

Durée 3 20 10

Demi-durée 1 40 5

Milieu 15 5 52

Cette Eclipsé n'a pas été observée à Paris, où elle est arrivée de jour, la Lune étant sous nôtre horizon.

Observation de l'Eclipsé de Lune du 31 Octobre 1724.

Le 31 Octobre 1724, commencement à la Havane, de 8^h 54' 54"

Fin 11 29 25

Durée 2 34 31

Milieu à la Havane 10 12 9

Cette Eclipsé a été observée à Paris, où

l'on a déterminé son milieu à 15 50 0

Donc différence des Méridiens entre

Paris & la Havane 5 37 51

382 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

Elle a aussi été observée à Carthagene,
 où l'on a déterminé son milieu à... 10 40 30
 Donc différence des Méridiens entre
 Carthagene & la Havane qui est plus
 à l'Occident 0 28 21

Observation de l'Eclipse totale de Lune du 26 Avril 1725.

Le 26 Avril 1725, à la Havane, commencement
 à 13^h 11' 42"
 Immersion totale 14 15 14
 Commencement de l'Emerfion 16 3 22
 Fin de l'Eclipse 17 8 42
 Durée de l'Eclipse 3 57 0
 Durée de l'Immersion totale 1 48 8
 Milieu tiré du commencement & de la
 fin 15 10 12
 Milieu tiré de la durée de l'Immersion
 totale 15 9 18

Cette Eclipsé n'a pas été observée à Paris, où elle est arri-
 rée de jour, la Lune étant sous nôtre horizon; mais on en a
 fait l'Observation à Carthagene, où le milieu tiré de la durée
 de l'Immersion totale, est arrivé à.... 15^h 37' 38"

Milieu à la Havane 15 9 18

Donc différence des Méridiens entre
 Carthagene & la Havane 0 28 20
 à une seconde près de celle que l'on a trouvée par l'Observa-
 tion du 31 Octobre 1724.

Observation du premier Satellite de Jupiter.

Le 27 Août 1725, à la Havane, Immersion du 1.^{er} Sa-
 tellite de Jupiter à 9^h 31' 32"
 à laquelle il faut ajouter 30 secondes, à cause qu'on s'est servi
 pour cette Observation d'une Lunette de dix pieds, & on
 aura l'heure corrigée de cette Immersion à la Havane
 à 9 32 2

Cette Immersion n'a pas été observée à Paris; mais on a observé à Thury le 29 Août l'Immersion du 1.^{er} Satellite de Jupiter à 9^h 37' 36"

Ce qui donne le temps de cette Immersion à Paris à 9 37 42

Retranchant une revolution de ce Satellite qui étoit alors d'un jour 18 29 6

On aura l'Immersion de ce Satellite à Paris le 27 Août à 15 8 36

Le 27 Août, à la Havane 9 32 2

Donc différence des Méridiens entre Paris & la Havane 5 36 34

Observations des Hauteurs Méridiennes des Étoiles fixes, pour trouver la Latitude de la Havane.

Le 4 Mars 1717, hauteur méridienne de Sirius de 50^d 28' 0"

Refraction 0 0 50

Hauteur véritable 50 27 10

Déclinaison australe de Sirius 16 21 30

Donc hauteur de l'Equateur 66 48 40

Et hauteur du Pole de la Havane 23 11 20

Le 9 Mars, hauteur méridienne de

Procyon de 72^d 44' 0"

Refraction 0 0 18

Hauteur véritable 72 43 42

Déclinaison boréale 5 56 6

Donc hauteur de l'Equateur 66 47 36

Et hauteur du Pole 23 12 24

En prenant un milieu entre ces déterminations, on aura la hauteur du Pole de la Havane, de... 23^d 11' 52"

Toutes ces Observations paroissent avoir été faites avec beaucoup d'exactitude; ce que l'on peut juger par la comparaison que nous en avons faite avec celles du P. Feuillée; auxquelles elles s'accordent avec autant de précision qu'on peut

le souhaiter, à la reserve de la hauteur du Pole de Lima, où l'on peut conjecturer que l'on a pris la hauteur du bord supérieur du Soleil à la place de celle du centre du Soleil.

Nous avons par le moyen de ces Observations, le temps & la durée de plusieurs Eclipses de Lune, que nous n'avions pas pû observer à Paris; ce qui sert pour la théorie de cette Planete. Mais une des principales utilités que l'on en retire, est la détermination géographique de plusieurs lieux de l'Amérique méridionale, & sur-tout de l'Isle de Cube, dont la situation exacte n'étoit pas encore connue.

Différence des Méridiens entre Paris & divers lieux de l'Amérique, avec leur Latitude.

| | |
|---|-------------------------|
| Différence de longitude entre Paris & la Ville de Sainte-Marthe..... | 76 ^d 24' 30" |
| Latitude..... | 11 26 40 |
| Différence entre Paris & Carthagene... | 77 46 15 |
| Latitude..... | 10 26 35 |
| Différence entre Paris & Lima..... | 79 20 0 |
| Latitude douteuse..... | 12 14 52 |
| Différence entre Paris & Panama..... | 82 6 0 |
| Latitude..... | 8 58 50 |
| Différence entre Paris & Sainte-Marie du Port du Prince dans l'Isle de Cube | 80 39 30 |
| Latitude..... | 21 26 23 |
| Différence entre Paris & la Ville du Saint-Esprit..... | 82 9 30 |
| Latitude..... | 21 57 25 |
| Différence entre Paris & la Ville de la Havane..... | 84 85 30 |
| Latitude..... | 23 11 52 |
| Latitude de la Ville de la Trinité..... | 21 47 45 |



C O M P A R A I S O N

*Entre quelques Machines mues par les courants
des Fluides.*

Où l'on donne une Méthode très-simple de comparer l'effet de celles dont l'Arbre qui porte les Ailes ou Aubes est perpendiculaire au courant de l'eau, à l'effet de celles dont le même Arbre est parallèle au courant.

Par M. PITOT.

JE divise ce Mémoire en quatre articles principaux. Dans le premier, je donne les principes des impulsions des fluides contre des surfaces planes, & la décomposition de la force totale de l'impression du fluide sur la surface en deux forces latérales perpendiculaires & parallèles à la direction du fluide. Dans le second, je donne la construction d'une Table des expressions des trois forces; sçavoir, de la force totale de l'action des fluides sur la surface, & des deux latérales parallèles & perpendiculaires pour tous les Arcs du Quart de Cercle de 30 en 30 minutes, ce qui suffit pour la pratique: cette Table sert également pour l'Eau & le Vent. Dans le troisième, je donne la méthode de calculer & de faire la comparaison des forces des différentes Machines. Je prends pour exemples celles que M.^{rs} Boulogne, Caron & Duguet ont proposées pour remonter les Bateaux sans le secours des Chevaux. J'examine principalement si une nouvelle Machine, que propose M. Duguet, seroit plus ou moins d'effet, étant exécutée, que celle de M.^{rs} Boulogne & Caron, dont les épreuves ont été faites en grand en présence des Commissaires nommés par l'Académie. Enfin dans le quatrième article, je fais voir que la distance plus ou moins grande du centre d'impulsion de l'eau à l'axe ou arbre de la roue de

14 Dec.
1729.

Mem. 1729. , Ccc

Moulin ne change point l'effet de la Machine, la quantité de mouvement restant toujours la même tant que la vitesse de l'eau ou du vent reste la même.

Fig. 1.

I. Lorsqu'une surface plane MNR reçoit obliquement l'impulsion d'un fluide suivant une direction quelconque LPR , il est évident 1.^o Que si l'on prend MR pour le sinus total, MP sera le sinus d'incidence. 2.^o Que la direction selon laquelle la surface est poussée par le fluide, est toujours perpendiculaire à la même surface. 3.^o Qu'on peut décomposer l'expression de la force avec laquelle la surface est poussée par l'action du fluide dans la direction RI , perpendiculaire à la surface en deux forces latérales; l'une suivant RK , perpendiculaire à la direction du fluide, & l'autre suivant RL , parallèle à la même direction: mais si on prend la longueur MR pour l'expression de la force de l'impulsion du fluide, lorsqu'il rencontre la surface dans la direction perpendiculaire, MQ fera l'expression de la force de l'impulsion oblique suivant l'angle d'incidence $MIRP$. Prenant donc RI perpendiculaire à la surface & égale à MQ , si l'on décompose cette force RI en deux latérales RK , RL , perpendiculaires & parallèles à la direction du fluide, RK sera l'expression de l'effort perpendiculaire, & RL celle de l'effort parallèle. Si l'on fait $MR = a$, $MP = x$, PR sera $= \sqrt{aa - xx}$. Les triangles semblables MRP , MPQ & RIK donnent $MRa : MPx :: MPx : MQ$ $\frac{xx}{a} = RI$, & $MRa : MPx :: MQ$ ou $RI \frac{xx}{a} : KI$ ou $RL \frac{x^3}{aa}$ pour l'expression de la force latérale parallèle. Les mêmes triangles donnent $MRa : PR \sqrt{aa - xx} :: RI \frac{xx}{a} : RK \frac{xx \sqrt{aa - xx}}{aa}$ pour la latérale perpendiculaire; on aura donc pour chaque angle d'incidence l'expression des trois forces; sçavoir, $\frac{xx}{a}$ pour la force totale. $\frac{x^3}{aa}$ pour la latérale parallèle. Et $\frac{xx \sqrt{aa - xx}}{aa}$ pour la latérale perpendiculaire.

Donc lorsque plusieurs surfaces inégales reçoivent l'impulsion d'un fluide sous des angles d'incidence égaux, les forces des impressions latérales perpendiculaires & parallèles à la direction d'un fluide sont entr'elles dans la raison simple de la grandeur des surfaces.

Et lorsque les angles d'incidence sont inégaux, les forces latérales parallèles sont entr'elles en raison composée de la raison simple des surfaces & de la triplée des sinus d'incidence, & les latérales perpendiculaires sont entr'elles en raison composée de la raison simple des surfaces, de la doublée de sinus d'incidences & de la raison simple des sinus, complements des sinus d'incidences.

II. C'est sur ces principes que nous avons calculé la Table suivante. Voici la méthode dont nous nous sommes servis.

1.^o Nous avons pris l'unité pour la grandeur de la surface.
2.^o Supposé que la vitesse du fluide ou de la surface mûe dans le fluide est aussi l'unité. 3.^o Et nous avons pris l'impulsion perpendiculaire du fluide sur la surface 1 avec la vitesse 1 de 20000, tout cela par des raisons que nous expliquerons dans la suite. Or nous avons trouvé ci-dessus, en prenant a pour le sinus total, & x pour le sinus d'incidence, que a étant l'expression de la force totale de l'impulsion perpendiculaire, on aura $\frac{xx}{a}$ pour celle de l'impulsion oblique

$\frac{x^3}{aa}$ pour la latérale parallèle, & $\frac{xy}{aa}$ ou $\frac{xy\sqrt{aa-xx}}{aa}$ pour la latérale perpendiculaire. Pour donc avoir les forces latérales parallèles & perpendiculaires, la force totale de l'impulsion perpendiculaire à la surface étant de 20000, on fera $a \cdot \frac{x^3}{aa} :: 20000 \cdot \frac{x^1 \times 20000}{a^3} =$ la latérale parallèle, & $a \cdot \frac{xy}{aa} :: 20000 = \frac{xy \times 20000}{a^2} =$ la latérale perpendiculaire. Si l'angle d'incidence est, par exemple, de 15 degrés, on aura, en calculant par les logarithmes, $x = 941300$, donc $xx = 1882600$, & $xx \times 20000 = 2312703$, en ajoutant le logarithme

388 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
 de 20000, qui est 430103; & enfin si l'on ôte du logarithme de $xx \times 20000$ qui est 2312703, le logarithme de aa , quarré du sinus total qui est 2000000, on aura le logarithme de $\frac{xx \times 20000}{aa} = 312703$ qui répond dans les Tables à 1340, valeur de la force totale de l'impulsion par l'angle d'incidence de 15 degrés. Pour avoir le logarithme de $\frac{x^3 \times 20000}{a^3}$ au logarit. de $xx \times 20000$, on ajoutera le logarithme de x , & on retranchera le logarithme de a , & l'on aura le logarithme de $\frac{x^3 \times 20000}{a^3} = 254003$, qui donne 346, valeur de la latérale parallèle; & enfin pour avoir le logarithme de $\frac{xx \times \sqrt{aa - xx \times 20000}}{a^2}$ au logarit. de $\frac{xx \times 20000}{aa}$, on ajoutera le logarit. de $\sqrt{aa - xx}$, sinus complement, qui est 998494, & on retranchera le logarithme de a , le reste fera le logarithme de $\frac{xx \times \sqrt{aa - xx \times 20000}}{a^3} = 311197$, qui donne 1294, valeur de la force latérale perpendiculaire.

Avant que de donner des exemples des usages de nôtre Table, il est bon d'observer que si l'on calcule par la Regle que M. de la Hire a donnée dans les Mém. de l'Académie de 1702, ou par celle que nous avons donnée dans ceux de 1725 p. 77, la force de l'eau sur un pied quarré, la vitesse étant d'un pied par seconde, on trouvera cette force de 20 onces; & dans nôtre Table, au lieu de 20 onces, nous avons pris 20000 pour pouvoir abandonner les fractions. Mais de plus, suivant M. Mariotte, la force de l'impulsion de l'eau est à celle du vent comme le quarré de 1 est au quarré de 24, ou comme 1 à 576; & comme ce rapport est le même que celui du poids d'un grain à celui d'une once, il s'en suit que si l'eau & le vent rencontroient des surfaces égales avec des vitesses égales & sous des angles d'incidences égaux, les forces des impressions seroient entr'elles dans le rapport d'une once à un grain, ainsi nôtre Table peut servir également pour l'eau & le vent.

E X E M P L E.

Supposons qu'une surface de 30 pieds quarrés reçoive l'impression de l'eau, dont la vitesse soit de 5 pieds par seconde & sous un angle d'incidence de 60 degrés, on trouvera dans la Table, vis-à-vis de 60 degrés,

La force totale de 15000.

La latérale parallèle de 12991.

Et la latérale perpendiculaire de 7500.

qu'il faut multiplier par 30 pieds.

Grandeur de la surface pour avoir la force totale

de 450000.

La latérale parallèle de 389730.

Et la perpendiculaire de 225000.

Mais la vitesse étant de 5 pieds, & les impulsions étant comme les quarrés des vitesses, il faut multiplier ces trois forces par 25 quarrés de la vitesse, pour avoir la force totale de 11250000.

La latérale parallèle de 9743250.

Et la perpendiculaire de 5625000.

en milliême d'onces; enfin divisant par 1000, & réduisant les onces en livres, on aura la force totale de... 703.¹ 2.^{onc}

La latérale parallèle de 608 15

Et la perpendiculaire de 351 9

III. Pour faire une comparaison exacte de la nouvelle Machine du S.^r Duguet avec celles des S.^{rs} Boulogne & Caron, nous supposerons que celle du S.^r Duguet étant exécutée en grand, présenteroit autant de surfaces d'aubes ou aîles au courant de l'eau, que celle du S.^r Boulogne en présente actuellement, laquelle surface est environ de 130 pieds quarrés.

Soit *AB* l'arbre de la Machine de M. Duguet, parallèle au courant de l'eau, autour duquel sont appliquées les aubes ou aîles *CDEF, GHIK*, &c. faisant avec l'arbre & le courant de l'eau l'angle le plus avantageux, qui est de 54 degrés 44 minutes; car il est à présumer que si M. Duguet fait

Fig. 2.

executer sa Machine en grand, il donnera cet angle le plus avantageux à ces aîles.

Comme M. Duguet peut faire plonger ces aubes ou aîles dans l'eau, autant que la profondeur du lit de la rivière peut lui permettre, supposons que le niveau de l'eau MN passe par le centre de l'arbre, par-là il auroit toujours la moitié de ces aubes plongées dans l'eau, recevant continuellement une impression de l'eau égale & constante; c'est cette moitié des aubes que M. Duguet doit faire de 130 pieds de surface, pour avoir des aubes à peu près égales à celles de la Machine de M. Boulogne : mais pour que cette surface ou moitié du polygone soit de 130 pieds carrés, il faut que la longueur AC ou AD où la quantité dont les aubes doivent plonger dans l'eau, soit de 9 à 10 pieds; le calcul en est très-simple, au lieu que celles du S.^r Boulogne ne plongent que de 4 pieds, & celles du S.^r Caron de 3 pieds $\frac{1}{2}$ ou environ.

Mais passons par-dessus cet inconvénient, & voyons d'abord quelle seroit la force constante de la Machine de M. Duguet. Puisque l'eau agit pour faire tourner les aubes & l'arbre de sa Machine, de la même manière que le vent agit sur les aîles des Moulins à vent, & que ce n'est par conséquent qu'en vertu de la force latérale de l'eau perpendiculaire à sa direction, que ces aubes sont forcées de tourner, il faut prendre dans la Table la plus grande force latérale perpendiculaire, qui est de 7698, & la multiplier par la surface 130 pieds, pour avoir l'expression de la force de 1000740 en millième d'onces, la vitesse de l'eau n'étant que d'un pied par seconde; ce que nous supposerons de même dans le calcul de la force de l'eau sur les aubes du S.^r Boulogne.

Fig. 3. La rouë de Moulin du S.^r Boulogne porte six aubes de 4 pieds de large, appliquées sur des rayons AD de 15 pieds, lorsque l'aube CD est perpendiculaire au niveau de l'eau MN ; elle reçoit l'impulsion de l'eau le plus avantageusement qu'il est possible, & cela par deux causes principales, la première parce que l'angle d'incidence est droit, & la seconde parce qu'elle présente toute sa surface au courant de l'eau.

Mais lorsque la perpendiculaire AQ , tirée du centre de l'arbre sur la ligne MN du niveau de l'eau, divise l'angle DAF en deux également; dans ce cas l'aube CD étant couverte par la suivante EF , l'eau n'a plus d'action sur elle, il n'y a donc dans ce cas que la partie PF qui reçoit l'impulsion de l'eau sous l'angle d'incidence $MPF = APH$, lequel angle est ici de 60 degrés; & il est très-évident que c'est-là le cas de la moindre force de l'eau, ou de la moindre force de la Machine.

Fig. 4.

Si l'on multiplie la force totale de la Table, ou 20000 par 130 pieds de surface, on aura la plus grande force de l'eau, de 2600000; mais pour avoir la moindre, il faut d'abord observer que la longueur des aubes restant toujours la même, leurs grandeurs diminuent dans le second cas dans le rapport de EF à PF ; il faut donc trouver la valeur de PF . Or dans le Triangle rectangle APH , on a l'angle PAH de 30 degrés, & le côté AH de 11 pieds, l'on trouvera le côté AP de 12 pieds 8 pouces, & par conséquent PF de 2 pieds 4 pouces. Mais si l'on fait comme 4 pieds sont à 2 pieds 4 pouces, ainsi 130 pieds seront à 75 pieds 10 pouces, ainsi dans le cas de la moindre force de l'eau sur les aubes de la Machine du S.^r Boulogne, l'eau ne fait impression que sur 75 pieds 10 pouces de surface sous un angle d'incidence de 60 degrés; prenant donc dans la Table la force totale vis-à-vis 60 degrés, qui est de 15000; & la multipliant par $75\frac{5}{6}$, on aura 1137500. Cette moindre force est encore plus grande que celle de la Machine de M. Duguet, que nous avons trouvée de 1000740.

IV. Cette quantité de la force motrice ou de l'action de l'eau sur les ailes ou aubes doit être considérée comme appliquée au centre de l'impulsion de l'eau, ainsi le bras de levier de la force motrice est toujours égal à l'intervalle entre le centre de l'arbre & le centre de l'impulsion; d'où l'on doit conclure que l'impression de l'eau agit d'autant plus puissamment, que le centre de l'impulsion est plus éloigné du centre de l'arbre. Mais je dis que dans toutes les Machines mûes

par le courant de l'eau, on ne doit point y avoir égard, & que pourvû que la quantité de surface d'aube frappée par le courant, reste la même & dans un même courant, l'effet de la Machine restera le même, quoique le centre d'impulsion soit plus ou moins éloigné du centre de l'arbre, car puisque le centre d'impulsion doit toujours tourner avec le tiers de la vitesse du courant de l'eau (ainsi que je l'ai démontré; Art. V de mon Mémoire sur le plus grand effet des Machines page 79 des Mémoires de l'Académie de 1725.) Il est évident que ce qu'on gagneroit en force, en éloignant le centre d'impulsion, on le perdrait en temps, ou réciproquement ce qu'on gagneroit en temps, en approchant ce même centre, on le perdrait en force. D'où l'on voit que dans le cas de la plus grande force de la Machine de M. Boulogne; le centre d'impulsion étant au point (x) milieu de l'aube CD , & dans le cas de la moindre force ce centre étant au point (y) milieu de PF , ce centre se trouve dans le premier cas le plus proche qu'il est possible du centre A de l'arbre, ou du centre du mouvement, & qu'au contraire dans le second cas ce centre est le plus éloigné qu'il est possible, les aubes doivent tourner dans le moment du premier cas avec la plus grande vitesse, & avec la moindre dans le moment du second cas. Si le courant de l'eau est, par exemple, de 3 pieds par seconde, la vitesse du centre d'impulsion sera d'un pied, & l'on aura comme Ax est à Ay , ainsi en raison réciproque la vitesse du second cas sera à celle du premier.

Quoique nous ayons supposé que les aubes de la Machine de M. Duguet entrent de 9 à 10 pieds dans l'eau, il est aisé de voir que le centre d'impulsion ne sçauroit être qu'à 6 ou 7 pieds du centre de l'arbre, pendant qu'aux Machines de M.^{rs} Boulogne & Caron, ce même centre est toujours à 12 ou 13 pieds, ainsi la Rouë de Moulin du S.^r Duguet tournera nécessairement au moins une fois plus vite que celle des S.^{rs} Boulogne & Caron, mais il perdrait à proportion du côté de la force.



T Surface pour tous les Angles d'inclinaison de 30
perpendiculaire de 20000 parties.

| Angle
d'inclinaison. | Force latérale
perpendiculaire. | Angle
d'inclinaison. | Force totale. | Force latérale
parallele. | Force latérale
perpendiculaire. |
|-------------------------|------------------------------------|-------------------------|---------------|------------------------------|------------------------------------|
| 0. 30 | 7131 | 68 | 17194 | 15942 | 6441 |
| 1. 30 | 7189 | 68. 30 | 17314 | 16109 | 6345 |
| 2. 30 | 7244 | 69 | 17432 | 16274 | 6247 |
| 2. 30 | 7296 | 69. 30 | 17547 | 16436 | 6145 |
| 3. 30 | 7345 | 70 | 17660 | 16595 | 6040 |
| 3. 30 | 7390 | 70. 30 | 17772 | 16753 | 5932 |
| 4. 30 | 7434 | 71 | 17880 | 16906 | 5822 |
| 4. 30 | 7478 | 71. 30 | 17987 | 17057 | 5707 |
| 5. 30 | 7510 | 72 | 18091 | 17206 | 5463 |
| 5. 30 | 7544 | 72. 30 | 18192 | 17350 | 5471 |
| 6. 30 | 7575 | 73 | 18291 | 17492 | 5337 |
| 6. 30 | 7602 | 73. 30 | 18387 | 17630 | 5222 |
| 7. 30 | 7626 | 74 | 18480 | 17764 | 5094 |
| 7. 30 | 7646 | 74. 30 | 18572 | 17896 | 4963 |
| 8. 30 | 7664 | 75 | 18660 | 18024 | 4830 |
| 8. 30 | 7677 | 75. 30 | 18446 | 18149 | 4694 |
| 9. 30 | 7687 | 76 | 18829 | 18270 | 4555 |
| 9. 30 | 7694 | 76. 30 | 18910 | 18387 | 4414 |
| 10. 30 | 7698 | 77 | 18988 | 18501 | 4271 |
| 10. 30 | 7697 | 77. 30 | 19063 | 18611 | 4126 |
| 11. 30 | 7694 | 78 | 19135 | 18717 | 3979 |
| 11. 30 | 7687 | 78. 30 | 19205 | 18821 | 3829 |
| 12. 30 | 7676 | 79 | 19272 | 18918 | 3677 |
| 12. 30 | 7662 | 79. 30 | 19334 | 19011 | 3524 |
| 12. 30 | 7644 | 80 | 19397 | 19102 | 3368 |
| 13. 30 | 7622 | 80. 30 | 19455 | 19188 | 3211 |
| 14. 30 | 7597 | 81 | 19511 | 19270 | 3052 |
| 14. 30 | 7569 | 81. 30 | 19563 | 19348 | 2892 |
| 15. 30 | 7536 | 82 | 19612 | 19421 | 2730 |
| 15. 30 | 7500 | 82. 30 | 19659 | 19491 | 2566 |
| 16. 30 | 7461 | 83 | 19703 | 19556 | 2401 |
| 16. 30 | 7416 | 83. 30 | 19744 | 19617 | 2235 |
| 17. 30 | 7370 | 84 | 19781 | 19673 | 2067 |
| 17. 30 | 7320 | 84. 30 | 19817 | 19726 | 1899 |
| 17. 30 | 7266 | 85 | 19848 | 19772 | 1730 |
| 18. 30 | 7208 | 85. 30 | 19877 | 19816 | 1560 |
| 19. 30 | 7147 | 86 | 19903 | 19854 | 1388 |
| 19. 30 | 7082 | 86. 30 | 19925 | 19894 | 1216 |
| 20. 30 | 7014 | 87 | 19945 | 19917 | 1044 |
| 20. 30 | 6943 | 87. 30 | 19963 | 19943 | 870 |
| 21. 30 | 6866 | 88 | 19981 | 19969 | 697 |
| 21. 30 | 6788 | 88. 30 | 19986 | 19984 | 522 |
| 22. 30 | 6692 | 89 | 19994 | 19990 | 349 |
| 22. 30 | 6622 | 89. 30 | 19997 | 19997 | 174 |
| 22. 30 | 6532 | 90 | 20000 | 20000 | 0 |

TABLE des Chocs ou Impulsions obliques de l'Eau & du Vent sur un pied quarré de surface pour tous les Angles d'inclinaison de 30 en 30 Minutes & un pied de Vitesse par Seconde, en prenant la Force totale perpendiculaire de 20000 parties.

| Angle d'inclinaison | Force totale. | Force latérale parallèle. | Force latérale perpendiculaire. | Angle d'inclinaison. | Force totale. | Force latérale parallèle. | Force latérale perpendiculaire. | Angle d'inclinaison ou d'obliquité. | Force totale. | Force latérale parallèle. | Force latérale perpendiculaire. | Angle d'inclinaison. | Force totale. | Force latérale parallèle. | Force latérale perpendiculaire. |
|---------------------|---------------|---------------------------|---------------------------------|----------------------|---------------|---------------------------|---------------------------------|-------------------------------------|---------------|---------------------------|---------------------------------|----------------------|---------------|---------------------------|---------------------------------|
| 0. 30 | 0 | 0 | 0 | 23 | 3053 | 1193 | 2811 | 45. 30 | 10175 | 7257 | 7131 | 68 | 17194 | 15943 | 6441 |
| 1. 30 | 6 | 0 | 6 | 23. 30 | 3180 | 1268 | 2916 | 46 | 10349 | 7444 | 7189 | 68. 30 | 17314 | 16109 | 6345 |
| 2. 30 | 14 | 0 | 14 | 24 | 3309 | 1345 | 3023 | 46. 30 | 10523 | 7633 | 7244 | 69 | 17432 | 16274 | 6247 |
| 3. 30 | 24 | 0 | 24 | 24. 30 | 3439 | 1426 | 3130 | 47 | 10698 | 7824 | 7296 | 69. 30 | 17547 | 16436 | 6145 |
| 4. 30 | 38 | 1 | 38 | 25 | 3572 | 1510 | 3238 | 47. 30 | 10871 | 8015 | 7345 | 70 | 17660 | 16595 | 6040 |
| 5. 30 | 55 | 3 | 55 | 25. 30 | 3707 | 1595 | 3345 | 48 | 11045 | 8208 | 7390 | 70. 30 | 17772 | 16753 | 5932 |
| 6. 30 | 73 | 7 | 73 | 26 | 3844 | 1685 | 3454 | 48. 30 | 11219 | 8401 | 7434 | 71 | 17880 | 16906 | 5822 |
| 7. 30 | 97 | 10 | 97 | 26. 30 | 3982 | 1777 | 3563 | 49 | 11392 | 8598 | 7478 | 71. 30 | 17987 | 17057 | 5707 |
| 8. 30 | 123 | 13 | 123 | 27 | 4122 | 1871 | 3673 | 49. 30 | 11564 | 8793 | 7510 | 72 | 18091 | 17206 | 5593 |
| 9. 30 | 154 | 18 | 154 | 27. 30 | 4264 | 1969 | 3782 | 50 | 11736 | 8990 | 7544 | 72. 30 | 18192 | 17350 | 5471 |
| 10. 30 | 184 | 23 | 183 | 28 | 4408 | 2069 | 3892 | 50. 30 | 11909 | 9189 | 7575 | 73 | 18291 | 17492 | 5357 |
| 11. 30 | 218 | 29 | 217 | 28. 30 | 4554 | 2173 | 4002 | 51 | 12079 | 9387 | 7602 | 73. 30 | 18387 | 17630 | 5222 |
| 12. 30 | 256 | 36 | 255 | 29 | 4701 | 2279 | 4111 | 51. 30 | 12249 | 9586 | 7626 | 74 | 18480 | 17764 | 5094 |
| 13. 30 | 297 | 44 | 295 | 29. 30 | 4850 | 2388 | 4221 | 52 | 12419 | 9786 | 7646 | 74. 30 | 18572 | 17896 | 4963 |
| 14. 30 | 341 | 54 | 338 | 30 | 5000 | 2500 | 4330 | 52. 30 | 12588 | 9987 | 7664 | 75 | 18660 | 18024 | 4830 |
| 15. 30 | 388 | 65 | 384 | 30. 30 | 5152 | 2615 | 4439 | 53 | 12757 | 10188 | 7677 | 75. 30 | 18746 | 18149 | 4694 |
| 16. 30 | 437 | 76 | 432 | 31 | 5304 | 2732 | 4547 | 53. 30 | 12924 | 10389 | 7687 | 76 | 18829 | 18270 | 4555 |
| 17. 30 | 489 | 90 | 483 | 31. 30 | 5460 | 2853 | 4655 | 54 | 13090 | 10591 | 7694 | 76. 30 | 18910 | 18387 | 4414 |
| 18. 30 | 545 | 105 | 538 | 32 | 5616 | 2976 | 4763 | 54. 30 | 13256 | 10792 | 77 | 77 | 18988 | 18501 | 4271 |
| 19. 30 | 603 | 121 | 594 | 32. 30 | 5774 | 3102 | 4870 | 55 | 13420 | 10993 | 7697 | 77. 30 | 19063 | 18611 | 4126 |
| 20. 30 | 664 | 139 | 653 | 33 | 5933 | 3231 | 4976 | 55. 30 | 13584 | 11195 | 7694 | 78 | 19135 | 18717 | 3979 |
| 21. 30 | 728 | 159 | 715 | 33. 30 | 6093 | 3363 | 5081 | 56 | 13746 | 11396 | 7687 | 78. 30 | 19205 | 18821 | 3829 |
| 22. 30 | 795 | 180 | 779 | 34 | 6254 | 3497 | 5185 | 56. 30 | 13908 | 11597 | 7676 | 79 | 19272 | 18918 | 3677 |
| 23. 30 | 864 | 203 | 846 | 34. 30 | 6416 | 3634 | 5288 | 57 | 14067 | 11798 | 7662 | 79. 30 | 19334 | 19011 | 3524 |
| 24. 30 | 937 | 227 | 915 | 35 | 6580 | 3774 | 5387 | 57. 30 | 14226 | 11999 | 7644 | 80 | 19397 | 19102 | 3368 |
| 25. 30 | 1012 | 254 | 986 | 35. 30 | 6744 | 3916 | 5491 | 58 | 14384 | 12198 | 7622 | 80. 30 | 19455 | 19188 | 3211 |
| 26. 30 | 1090 | 284 | 1060 | 36 | 6910 | 4061 | 5590 | 58. 30 | 14540 | 12397 | 7597 | 81 | 19511 | 19270 | 3052 |
| 27. 30 | 1170 | 314 | 1136 | 36. 30 | 7077 | 4209 | 5689 | 59 | 14695 | 12598 | 7569 | 81. 30 | 19563 | 19348 | 2892 |
| 28. 30 | 1254 | 346 | 1211 | 37 | 7244 | 4360 | 5785 | 59. 30 | 14848 | 12794 | 7536 | 82 | 19612 | 19421 | 2730 |
| 29. 30 | 1340 | 381 | 1294 | 37. 30 | 7412 | 4512 | 5881 | 60 | 15000 | 12991 | 7500 | 82. 30 | 19659 | 19491 | 2566 |
| 30. 30 | 1428 | 419 | 1376 | 38 | 7581 | 4667 | 5974 | 60. 30 | 15151 | 13187 | 7461 | 83 | 19703 | 19556 | 2401 |
| 31. 30 | 1520 | 459 | 1461 | 38. 30 | 7751 | 4825 | 6066 | 61 | 15299 | 13324 | 7416 | 83. 30 | 19744 | 19617 | 2235 |
| 32. 30 | 1613 | 499 | 1547 | 39 | 7921 | 4985 | 6156 | 61. 30 | 15447 | 13475 | 7370 | 84 | 19781 | 19673 | 2067 |
| 33. 30 | 1714 | 540 | 1635 | 39. 30 | 8092 | 5147 | 6244 | 62 | 15592 | 13627 | 7320 | 84. 30 | 19817 | 19726 | 1899 |
| 34. 30 | 1819 | 584 | 1725 | 40 | 8263 | 5312 | 6345 | 62. 30 | 15736 | 13788 | 7266 | 85 | 19848 | 19772 | 1730 |
| 35. 30 | 1910 | 630 | 1816 | 40. 30 | 8436 | 5478 | 6444 | 63 | 15878 | 14147 | 7208 | 85. 30 | 19877 | 19816 | 1560 |
| 36. 30 | 2014 | 679 | 1909 | 41 | 8608 | 5648 | 6546 | 63. 30 | 16018 | 14335 | 7147 | 86 | 19903 | 19854 | 1388 |
| 37. 30 | 2120 | 730 | 2004 | 41. 30 | 8781 | 5822 | 6657 | 64 | 16157 | 14522 | 7082 | 86. 30 | 19925 | 19894 | 1216 |
| 38. 30 | 2264 | 784 | 2101 | 42 | 8955 | 5992 | 6655 | 64. 30 | 16294 | 14706 | 7014 | 87 | 19945 | 19917 | 1044 |
| 39. 30 | 2339 | 800 | 2198 | 42. 30 | 9128 | 6167 | 6730 | 65 | 16428 | 14889 | 6943 | 87. 30 | 19963 | 19943 | 870 |
| 40. 30 | 2433 | 859 | 2298 | 43 | 9302 | 6344 | 6803 | 65. 30 | 16560 | 15073 | 6866 | 88 | 19981 | 19969 | 697 |
| 41. 30 | 2569 | 921 | 2398 | 43. 30 | 9477 | 6523 | 6874 | 66 | 16692 | 15248 | 6788 | 88. 30 | 19986 | 19984 | 522 |
| 42. 30 | 2688 | 986 | 2498 | 44 | 9651 | 6705 | 6942 | 66. 30 | 16820 | 15426 | 6692 | 89 | 19994 | 19990 | 349 |
| 43. 30 | 2807 | 1051 | 2593 | 44. 30 | 9825 | 6887 | 7008 | 67 | 16940 | 15599 | 6622 | 89. 30 | 19997 | 19997 | 174 |
| 44. 30 | 2929 | 1121 | 2696 | 45 | 10000 | 7071 | 7069 | 67. 30 | 17071 | 15771 | 6532 | 90 | 20000 | 20000 | 0 |

*DE L'INCLINAISON DE L'ORBE
DU SECOND SATELLITE
A L'EGARD DE L'ORBE DE JUPITER.*

Par M. MARALDI.

L'INCLINAISON des Orbes des Satellites à l'égard de celui de Jupiter, est un des principes qu'il faut connoître dans leur théorie. Elle sert à déterminer la durée de leurs éclipses, & par conséquent le temps de leurs immersions & celui de leurs émerfions; car l'orbite de Jupiter est à l'égard des Orbes de ses Satellites, ce qu'est l'Ecliptique à l'égard de la Lune; ainsi l'inclinaison de l'orbite des Satellites à l'égard de l'orbite de Jupiter, est comme l'inclinaison de l'orbite de la Lune à l'égard de l'Ecliptique. Les nœuds des Satellites, qui sont les points où les Orbes des Satellites coupent le plan de l'orbite de Jupiter, sont analogues aux nœuds de la Lune, qui sont les deux points où l'orbite de la Lune coupe le plan de l'Ecliptique; & comme dans une Eclipsé de Lune, pour avoir son commencement & sa fin, il faut connoître la partie de son orbite qui se rencontre dans l'ombre de la Terre, de même pour avoir le commencement d'une Eclipsé de Satellite, qui est son Immersion, & la fin qui est son émerfion; il faut connoître la portion de l'orbite du Satellite, qui se rencontre dans l'ombre de Jupiter, ce qui détermine sa durée. Or cette durée des Eclipses des Satellites ne se connoît que par la distance ou déclinaison du Satellite, à l'égard de l'orbite de Jupiter, comparée à la grandeur que l'ombre de Jupiter occupe dans l'Orbe du Satellite, de la même manière que l'on trouve la portion de l'orbite de la Lune, qui se rencontre dans l'ombre de la Terre par la latitude de la Lune comparée à la grandeur que cette ombre occupe dans l'orbite de la Lune; & comme dans une Eclipsé de Lune on

Mem. 1729.

. Ddd

trouve sa latitude par sa distance à un des nœuds, & par l'inclinaison de son orbite à l'égard de l'Ecliptique vûe de la Terre, de même dans une Éclipse de Satellite on trouve sa déclinaison à l'égard de l'orbite de Jupiter par le moyen de la distance du Satellite à un de ses nœuds, & par l'inclinaison de l'orbite du Satellite à l'égard de celle de Jupiter, telle qu'elle seroit vûe par un Observateur qui seroit dans cet Astre. C'est cette inclinaison du second Satellite, vûe de Jupiter, que nous cherchons présentement.

Pour la déterminer nous avons employé deux observations du passage de ce Satellite par le disque de Jupiter, qui ont été faites, l'une proche des nœuds des Satellites, & l'autre proche des limites de leurs plus grandes latitudes, comme les plus propres à cet usage. Voici ces Observations: l'an 1691, le 29 Août, lorsque Jupiter étoit au $15^{\circ} 58'$ du Taureau, à un degré & 28 minutes près des limites de leurs plus grandes déclinaisons, qui, suivant la détermination de feu M. Cassini, se trouvent à $14^{\circ} 30'$ du même Signe, nous observâmes que le second Satellite qui parcouroit la partie inférieure de son cercle, commença de toucher par son bord occidental le bord oriental de Jupiter à $1^h 21'$ après minuit; à $1^h 32'$ il entra entièrement dans Jupiter; à $3^h 34'$ après minuit il commença de sortir du bord occidental, & à $3^h 45'$ il sortit entièrement. En comparant le temps qu'il commença d'entrer, avec celui qu'il finit de sortir, on trouve l'intervalle entre ces deux phases, de $2^h 24'$; de même si l'on compare le temps de l'entrée totale du Satellite avec le commencement de sa sortie, on trouve cet intervalle de $2^h 2'$. La différence entre un intervalle & l'autre est de 22 minutes, qui est le temps que le diamètre du Satellite a employé à entrer dans Jupiter & à en sortir. Ayant partagé cette différence par la moitié, on a 11 minutes, qui est le temps que le demi-diamètre du Satellite a employé à entrer dans le disque de Jupiter & à en sortir; ce qui étant ajouté au plus petit intervalle trouvé ci-dessus de $2^h 2'$, ou ôté du plus grand de $2^h 24'$, on aura $2^h 13'$, temps que le centre du Satellite a

employé à parcourir un arc que le disque de Jupiter occupoit dans l'orbe de ce Satellite au temps de cette observation, dont la moitié sera $1^h 6' 30''$.

L'autre observation que nous employons pour cette recherche, a été faite l'an 1695, le 9 de Février, le jour de l'opposition de Jupiter avec le Soleil, lorsque le second Satellite parcouroit la partie supérieure de son cercle. Nous observâmes donc ce jour-là que le second Satellite commença de toucher le bord de Jupiter à $8^h 35' 30''$, & qu'il entra entièrement dans Jupiter à $8^h 45' \frac{1}{4}$. Après avoir parcouru le disque de Jupiter, nous commençâmes de l'apercevoir à $11^h 45'$, lorsqu'il étoit sorti à moitié, & il sortit entièrement de Jupiter à $11^h 49' 35''$, d'où nous avons conclu que le centre du Satellite employa $1^h 32' 30''$ à parcourir la moitié de l'arc qui étoit caché par le disque de Jupiter.

Quoique dans cette dernière observation Jupiter fût éloigné des nœuds des Satellites d'un peu plus de 7 degrés, & que par conséquent le Satellite ne parcourût pas le diamètre de Jupiter, cependant nous négligeons cette différence, qui ne peut pas être considérable dans la comparaison que nous en faisons. Nous négligeons encore la différence qu'il peut y avoir, en comparant ces deux observations ensemble, à cause que la première a été faite lorsque le Satellite parcouroit la partie inférieure de son cercle, & la seconde lorsqu'il se trouvoit dans la supérieure, laquelle doit être un peu plus grande que l'inférieure, mais la différence qu'il y a entre l'une & l'autre n'étant que de 50 secondes de l'Orbe du Satellite, elle n'est pas susceptible par les observations.

Pour comparer ces deux observations, nous convertissons le temps trouvé, en degrés de l'Orbe du Satellite, ainsi dans l'observation de 1695 le second Satellite a parcouru en $1^h 32' 50''$ une portion de son cercle de 6 degrés $32'$, & dans l'observation de 1695, où la demi-incidence du Satellite dans le disque de Jupiter a été de $1^h 6' 30''$, le Satellite a parcouru $4^d 41' 0''$ dans son cercle. Ces deux arcs sont représentés, l'un par le demi-diamètre CE égal à AC , & l'autre Fig. 1.

D d d ij

par la corde AB du disque de Jupiter. Donc dans le triangle ABC rectangle en B , ayant AC & AB , on trouvera BC de $4^{\circ} 38'$, qui est la latitude apparente qu'avoit le Satellite dans l'observation de 1691 à l'égard de celle qu'il avoit dans l'observation de l'année 1695.

Telle seroit l'inclinaison de l'Orbe du second Satellite à l'égard de celui de Jupiter, vû de Jupiter même, si dans le temps de ces deux observations cet Astre n'avoit point eu de latitude, que le Soleil se fût trouvé dans un des nœuds de Jupiter, & que la première eût été faite dans les plus grandes déclinaisons des Satellites, & la seconde dans leurs nœuds; mais parce qu'aucunes de ces circonstances ne s'y sont rencontrées précisément, il faut considérer à part les variations que chacune peut avoir causé à cette déclinaison.

Pour les trouver, il faut faire attention à la latitude que Jupiter avoit, & outre cela à la distance du Soleil au nœud du même Astre, & à sa distance aux nœuds des Satellites; afin de projeter l'Ecliptique dans les Orbes des Satellites, l'orbite de Jupiter & celle des Orbes même des Satellites, pour avoir la situation de tous ces cercles les uns à l'égard des autres & à l'égard du centre de Jupiter dans chacune de ces observations.

Fig. 2.

Dans la première de 1691, soit C le centre de Jupiter qui étoit au $15^{\circ} 58'$ du Taureau avec une latitude méridionale de $1^{\circ} 17'$. A cause de cette latitude le parallèle à l'Ecliptique projeté dans l'Orbe du Satellite, est représenté par une ellipse, dont la moitié EBF est le demi-cercle supérieur de l'Ecliptique, & l'autre partie EHF le demi-cercle opposé, & BC la latitude méridionale de Jupiter. Le parallèle à l'Ecliptique étant décrit dans l'Orbe du Satellite, il faut représenter l'orbite de Jupiter. Pour cela il faut considérer que Jupiter étant au $15^{\circ} 58'$ du Taureau, & le nœud de Jupiter, vû du Soleil, au 7^{me} degré de Cancer, la distance de Jupiter à son nœud est de $1^{\circ} 21'$. Cette distance soit représentée par la portion de l'ellipse BD , la partie HG marquera la distance entre le nœud descendant G & le lieu de Jupiter H opposé au $15^{\circ} 58'$.

du Taureau, qui est le $15^{\circ} 58'$ de Scorpion. Soit décrite l'ellipse $LGKD$, qui passant par les points D & G , qui sont les nœuds de Jupiter, représentera l'orbite de Jupiter, dont la moitié LDK est la supérieure, l'autre moitié LGK l'inférieure. Soit présentement décrite l'orbite du Satellite, le nœud ascendant des Satellites étant au $14^{\circ} 30'$ d'Aquarius, & Jupiter dans cette observation au $15^{\circ} 58'$ du Taureau, la distance de Jupiter à l'égard de ce nœud est de $3^{\circ} 10' 28''$, donc les nœuds se trouvent à un degré $\frac{1}{2}$ près des plus grandes digressions, comme en N & en P . Donc l'orbite du Satellite passant par ces points à l'égard de celle de Jupiter, sera représentée par l'ellipse $XNOP$, dont la moitié PXN sera le demi-cercle supérieur, l'autre partie NOP le demi cercle inférieur que le Satellite parcouroit dans l'observation de 1691.

Présentement dans le triangle sphérique BDM rectangle en B , connoissant la distance BD de Jupiter à son nœud ascendant, & l'angle BDM inclinaison de l'orbite de Jupiter à l'égard de l'écliptique, on trouvera BM & l'angle BMD ; BM étant ôté de CB latitude de Jupiter vûë de la Terre, on aura CM . Dans le triangle MCY rectangle en Y , CM vient d'être connu, on a trouvé l'angle CMY ou BMD qui lui est égal, donc on aura l'arc CY . Cet arc mesure au centre de Jupiter l'élevation de nôtre œil sur l'orbite de Jupiter, vûë de cet astre, que nous trouvons de $15'$.

Il faut remarquer que la perpendiculaire CY , dans la partie supérieure du cercle du Satellite, est un peu plus petite que l'autre partie CQ qui est plus proche de nous; mais comme la variation de la distance du Satellite de la partie supérieure de son cercle à l'inférieure n'a point de rapport sensible à la distance de Jupiter à la Terre, on peut prendre sans erreur sensible CQ pour CY , donc CQ mesurera l'angle de l'élevation de l'œil sur l'orbite de Jupiter, qu'il faudra ôter de l'inclinaison apparente trouvée ci-dessus de $4^{\circ} 38'$, & on aura $4^{\circ} 23'$.

Il s'agit présentement de considérer la situation de l'Ecliptique, celle de l'orbite de Jupiter, & de l'Orbe du second

Satellite, dans l'observation de 1695, pour projeter tous ces cercles dans le système de Jupiter, & trouver les équations nécessaires pour avoir la véritable inclinaison de l'orbite du second Satellite à l'égard de celle de Jupiter. Dans cette observation cet astre étoit au $21^{\circ} 44'$ du Lion avec une latitude septentrionale de $1^{\circ} 8'$.

Fig. 3.

L'Écliptique dans le système de Jupiter étoit représentée par l'Ellipse $ABCD$, dont la moitié ADC représente la partie inférieure, l'autre moitié ABC la supérieure, I Jupiter, & BI la latitude septentrionale; le nœud ascendant de Jupiter, vû du Soleil, est de 7° Cancer, donc la distance de ce nœud à l'égard de la situation où Jupiter se trouvoit dans cette observation, est en $1^{\circ} 14^{\circ} 44'$. Cette distance soit marquée par l'arc BN , le point N représentera ce nœud; & l'orbite de Jupiter, qui passe par ce nœud, sera représentée par l'ellipse $NOPQR$; la moitié de cette ellipse RNP est la partie supérieure de l'orbite de Jupiter, & l'autre moitié PQR sera la partie inférieure.

Le nœud descendant des Satellites étant au $14^{\circ} 30'$ du Lion, & le lieu de Jupiter, au temps de cette observation, étant au $21^{\circ} 44'$ du Lion, la distance de Jupiter à ce nœud sera de $7^{\circ} 14'$. Donc l'orbite du Satellite sera représentée par l'ellipse $FGHK$, dont la moitié GFK est la supérieure, & l'autre moitié GHK l'inférieure.

Dans le triangle sphérique NXB rectangle en B , BN distance de Jupiter à son nœud vû du Soleil, & l'angle XNB inclinaison de l'orbite de Jupiter à l'égard de l'Écliptique de $1^{\circ} 20'$ étant donné, on aura l'angle NXB , & le côté BX qui étant ôté de BI latitude de Jupiter, donnera XI . Dans le triangle XIO rectangle en O , on connoît l'angle IXO ou NXB , & l'arc IX ; donc on connoîtra l'arc OI de $12'$. Cet arc mesure au centre de Jupiter l'inclinaison de l'orbite de Jupiter à l'égard du rayon visuel qui va de la Terre à Jupiter, qui étant ôté de la déclinaison de l'Orbe du Satellite; trouvée & réduite ci-dessus de $4^{\circ} 23'$, on aura $4^{\circ} 11'$.

Si l'observation de l'année 1695 avoit été faite dans les

nœuds des Satellites, la déclinaison que nous venons de trouver mesurerait l'inclinaison totale de l'Orbe du Satellite à l'égard de celui de Jupiter, vû de Jupiter même; mais parce que Jupiter étoit éloigné de $7^{\circ} 28'$ des nœuds de ses Satellites, cette inclinaison doit être un peu plus grande. Pour trouver de combien, soit GFK l'orbite du Satellite, PON celle de Jupiter. Dans le triangle OFV rectangle en F , la distance VF de Jupiter au nœud des Satellites & l'angle OVF étant connus, on aura OF déclinaison du Satellite à l'égard de l'orbite de Jupiter de $22'$. Cette déclinaison dans la partie supérieure du cercle du Satellite étoit méridionale, comme elle l'étoit aussi dans l'observation de 1695, lorsque le même Satellite parcouroit la partie inférieure de son Orbe; donc ajoutant cette déclinaison à celle que nous avons conclue ci-dessus de $4^{\circ} 11'$ après les Équations faites, on aura la totale inclinaison de l'Orbe du second Satellite à l'égard de celle de Jupiter, telle qu'elle seroit vûe de cet Astre de $4^{\circ} 33'$.

Feu M. Cassini, dans son Traité des Satellites de Jupiter, dit qu'il avoit trouvé quelque variation dans leurs déclinaisons, soit que cette variation fût réelle, ou que cela vînt de la difficulté de l'observer. Pour ce qui est de celle du second Satellite en particulier, dans son Traité de la Lumière, il remarque qu'il y a des Observations très-constantes, faites en certaines rencontres, qui font connoître évidemment que le cercle de ce Satellite décline un peu de ceux des trois autres Satellites, mais parce que la quantité de cette déclinaison n'est pas assez connue, on ne laisse pas dans l'usage, comme dans la description des Configurations & des Éclipses, de le supposer dans le plan des autres, de peur de s'éloigner plus de la vérité, en lui donnant une déclinaison déterminée, qu'en le supposant dans le même plan; d'où il paroît qu'il avoit reconnu non seulement une variation dans la déclinaison des cercles des Satellites, mais encore que celle du second étoit un peu plus différente de celle des autres.

En effet nous trouvons par cette recherche l'inclinaison du second, d'un degré & demi, plus grande que celle des

autres ; & par des observations très-rares , faites en certaines circonstances , nous avons aussi lieu de la croire variable.

Dans la première de ces Observations rares , qui a été faite par M. Cassini à Bologne le 11 Janvier 1668 , & qui est rapportée dans le précepte de ses Tables , le second Satellite après avoir parcouru depuis $5^h 4'$ jusqu'à $8^h 3'$ la partie supérieure de son cercle cachée par le disque de Jupiter , entra dans l'ombre à $8^h 17'$, dans laquelle il demeura éclipsé l'espace de $2^h 38'$, c'est-à-dire , jusqu'à $10^h 45'$ qu'il sortit de l'ombre.

Dans cette observation Jupiter , vû du Soleil , étoit au $70^{\circ} 52'$ du Taureau , & par conséquent éloigné de $2^{\circ} 23' 22''$ du nœud ascendant des Satellites. A cette distance , la déclinaison , qui est supposée dans les Tables de $20^{\circ} 55'$, donne la demeure du second Satellite dans l'ombre de $2^h 38'$, telle qu'elle fut observée en 1668 , mais par l'inclinaison de $40^{\circ} 32'$ que nous venons de conclure , la durée de cette Eclipsé ne résulte que de $2^h 17'$, il y auroit donc une différence de 21 minutes de temps dans la durée conclue , par la déclinaison déterminée & observée par M. Cassini , & celle qui se trouve par l'inclinaison que nous venons de conclure.

Quelques autres observations semblables à celle de 1668 que nous allons rapporter , confirment cette variation de durée dans les Eclipses du second Satellite. La première a été le 22 Septembre de l'année 1680 ; ce jour-là feu M. Cassini observa l'immersion totale dans l'ombre de Jupiter à $10^h 42' 15''$, & à $1^h 11' 15''$ après minuit il remarqua que le Satellite étoit déjà sorti de l'ombre , & qu'il entroit à moitié dans Jupiter. En comparant le temps de l'entrée dans l'ombre , avec celui qu'on remarqua qu'il en étoit sorti , il paroît que la durée de l'Eclipsé dans l'ombre a été pour le moins de 9 minutes plus courte que dans l'observation de 1688. Cependant l'an 1680 cette durée , ou cette incidence du Satellite dans l'ombre , devoit être plus grande , bien-loin d'être plus courte ; car le 22 Septembre de la même année , le lieu de Jupiter vû du Soleil étoit au $50^{\circ} 7'$ des Jumeaux , il étoit donc

donc éloigné des nœuds des Satellites de $3^{\text{f}} 20^{\circ} 37'$. Cette distance de Jupiter au nœud des Satellites sur l'hypothèse de l'observation de l'an 1668, donne la durée de l'Eclipse dans l'ombre de Jupiter de $2^{\text{h}} 40'$, ainsi elle a été au moins 11 minutes de temps plus courte, qu'elle n'auroit dû être sur le fondement de l'observation précédente; mais ce qui montre avec une entière évidence ce changement de durée, ce sont des observations que nous fîmes en 1715, en 1716, & d'autres que nous avons faites 12 ans après, c'est-à-dire, en 1727. Voici ces observations: Lan 1715 le 23 Août à $15^{\text{f}} 33''$ après minuit nous observâmes l'entrée du second Satellite dans l'ombre de Jupiter, & à $2^{\text{h}} 31' 5''$ après minuit du même jour, nous observâmes qu'il étoit sorti de l'ombre, & qu'il n'avoit pas encore acquis sa lumière ordinaire, de sorte qu'il n'y avoit pas long-temps qu'il devoit être sorti; donc la durée de l'Eclipse n'avoit pas été $2^{\text{h}} 15' 36''$. Dans cette observation Jupiter vû du Soleil étoit au $13^{\circ} 51'$ du Taureau, il étoit par conséquent éloigné du nœud ascendant du Satellite, de $2^{\text{f}} 29^{\circ} 21'$, & très proche du limite de ses plus grandes latitudes, où cette durée doit être la plus courte de toutes. Dans une autre observation du 17 Septembre de la même année 1715 nous observâmes l'entrée du second Satellite dans l'ombre à $11^{\text{h}} 51' 30''$ du soir, & sa sortie de l'ombre à $2^{\text{h}} 5' 58''$ après minuit, la durée de cette Eclipsé fut donc de $2^{\text{h}} 14' 28''$. Dans cette observation la distance entre Jupiter vû du Soleil, & le nœud ascendant des Satellites, est $3^{\text{f}} 1^{\circ} 37'$, ce qui donne une durée plus grande de quelques secondes, que dans l'observation du 23 Août précédent, au lieu qu'elle se trouve d'une minute & quelques secondes plus petite. Mais nous avons remarqué que le 23 Août nous n'aperçûmes le Satellite que lorsqu'il étoit déjà sorti de l'ombre, ce qui a dû prolonger la durée plus qu'elle n'auroit été, si on avoit pu faire l'observation exactement. D'où l'on peut conclurre que les limites des plus grandes latitudes, & par conséquent les nœuds des Satellites, sont encore présentement à $14^{\circ} 30'$.

402 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
d'Aquarius, où feu M. Cassini les avoit déterminés.

Nous observâmes le 24 Février de 1716, après l'opposition de Jupiter avec le Soleil, une immersion du second Satellite dans l'ombre, Jupiter étant près des secondes quadratures, mais les nuages nous ayant empêché de voir l'émergence qui devoit arriver la même nuit, nous avons trouvé le temps de cette éclipse par une autre qui fut observée le 17 du même mois à Genes par M. le Marquis Salvago, & à Marseille par le P. Feuillée, qui s'accordent ensemble, ayant eu égard à la différence des Méridiens. Par la comparaison de l'éclipse observée à Genes & à Marseille, & réduite au Méridien de Paris, avec l'observation de l'immersion que nous y observâmes, on trouve la durée de l'Eclipse du 24 Février de $2^h\ 18'\ 14''$, qui est 2 minutes & demie plus grande que celle que nous trouvâmes par l'observation du 24 Août & du 17 Septembre 1715 comme elle doit être, parce que dans celle du 24 Février, Jupiter étoit éloigné de 16 degrés des limites des plus grandes latitudes, au lieu que dans les deux autres de 1715 il en étoit beaucoup moins éloigné, ce qui est une nouvelle confirmation que les noeuds du second Satellite sont dans la situation où M. Cassini avoit déterminé non seulement ceux de ce Satellite, mais encore ceux des trois autres.

Toutes les observations faites jusqu'en 1715 sont voir que la durée des Eclipses de ce Satellite est allée en diminuant par rapport à celle qui fut observée en 1668, mais en voici une qui montre qu'après avoir diminué, elle a augmenté sensiblement dans l'espace de douze années.

Le 9 Septembre de 1727 nous observâmes que le second Satellite, après s'être affoibli insensiblement l'espace de 4 minutes, entra entièrement dans l'ombre à $1^h\ 29'\ 6''$. Nous observâmes la même nuit sa sortie de l'ombre à $1^h\ 59'\ 27''$ après minuit, ainsi la durée de cette Eclipse a été de $2^h\ 30'\ 24''$.

Cette observation de l'entrée & de la sortie du second Satellite dans l'ombre de Jupiter, dans la même révolution,

est la seule que nous avons pû faire pendant l'année 1727, quoiqu'il soit arrivé dans le mois d'Août d'autres conjonctions de ce Satellite, où l'on auroit pû voir les mêmes phases, mais le Ciel n'a pas été favorable pour les observer ni à Paris, ni en d'autres Villes de France & d'Italie, où il y a des Observateurs exacts, que nous avons averti d'être attentifs à ces observations.

Dans l'observation du 9 Septembre 1727 Jupiter, vû du Soleil, étoit à $20^{\circ} 6'$ d'Aries, donc la distance de Jupiter au nœud ascendant du Satellite, supposé au $14^{\circ} 30'$ d'Aquarius, étoit $3^{\circ} 5^{\circ} 36'$. Par cette distance des nœuds & par l'inclinaison du Satellite à l'égard de l'orbite de Jupiter, que nous avons trouvée ci-dessus de $4^{\circ} 32'$, fondée sur les observations de 1715; La durée de cette Éclipse auroit dû être seulement de $2^h 17'$, au lieu que par l'observation nous l'avons trouvée de $2^h 31'$; elle a donc été 13 minutes plus grande que n'avoit été celle de 1715 à pareille distance des nœuds, & elle approche de celle de 1668, qui fut de $2^h 38'$. Il est donc évident, par toutes ces observations, que la durée des Éclipses du second Satellite n'est pas toujours la même de douze en douze ans au retour de Jupiter au même degré du Zodiaque, mais qu'elle varie considérablement.

Cette durée différente des Éclipses du second Satellite au retour de Jupiter, à peu-près au même lieu du Zodiaque, peut venir de trois causes différentes. 1.^o De quelque excentricité du Satellite qui le fait passer tantôt plus éloigné du centre de Jupiter, où il parcourt pendant l'Éclipse une section du cône de l'ombre plus petite, & fait pour lors la durée de l'Éclipse plus courte, tantôt le fait passer plus proche du même centre, où le Satellite parcourt une portion de l'ombre plus grande, ce qui fait la durée plus longue; mais supposé que cette différente durée vienne d'une excentricité, elle devoit causer une inégalité très-différente dans le mouvement du Satellite au temps de ces différentes conjonctions; ce qui n'est pas conforme aux observations, qui font voir qu'en 1727 l'équation dans le mouvement du Satellite est

la même qu'elle avoit été en 1715, à quelques secondes près, quoique la demeure dans l'ombre soit différente de 14 minutes de temps l'une de l'autre. Cette hypothèse, quelque simple qu'elle paroisse, n'est donc pas la plus vrai-semblable.

La seconde supposition par laquelle on peut expliquer ce changement de durée des Eclipses du second Satellite est en donnant un mouvement aux nœuds du Satellite, ce qui produiroit une durée différente dans les Eclipses qui arrivent au retour de Jupiter au même lieu du Zodiaque, mais nous avons déjà remarqué que les nœuds & les limites des plus grandes latitudes des Satellites se trouvent par ces mêmes observations au même endroit où feu M. Cassini les avoit déterminés, on ne peut donc pas représenter cette différente durée par un mouvement des nœuds qui le demanderoit très-sensible.

La troisième hypothèse par laquelle on peut expliquer la différente durée des Eclipses, est en supposant une variation dans l'inclinaison de l'Orbe du second Satellite à l'égard de celui de Jupiter; car lorsque l'inclinaison est plus grande, la portion de l'orbite du Satellite qui se rencontre dans l'ombre est plus petite, & doit faire la durée plus courte; au contraire, lorsque l'inclinaison est plus petite, la portion de l'orbite du Satellite qui se rencontre dans l'ombre de Jupiter est plus grande, & fait la durée de l'Eclipse plus longue. C'est aussi par cette variation d'inclinaison de l'Orbe du second Satellite que nous croyons devoir expliquer ce phénomène, non seulement parce que cette supposition est la plus conforme aux observations que les autres, mais aussi parce qu'elle résulte des différentes conjonctions du Satellite avec Jupiter.

Par quel ordre & avec quelles regles que se fasse ce changement, c'est ce que nous ne sçaurions déterminer présentement par un aussi petit nombre d'observations que nous avons, il y a cependant lieu de croire que cette inclinaison a augmenté depuis 1668 jusqu'en 1692, & que depuis 1715 jusqu'en 1727 elle a diminué. Car en 1668 la durée de l'Eclipse fut de $2^h 38'$, en 1680 elle a été environ de 2^h

29'; par les observations de 1691 nous la trouvons d'environ $2^h 13'$; en 1715 elle a été observée de $2^h 17'$, & en 1727 de $2^h 31'$; d'où il paroît qu'en 1680 elle a été à peu-près la même qu'en 1727, & qu'en 1691 elle a été comme en 1715.

Il est évident que tant que nous n'aurons pas des connoissances plus certaines que celles que nous avons présentement sur les règles dont cette inclinaison varie, on ne pourra pas déterminer le temps des immersions & des émerfions de ce Satellite dans l'ombre de Jupiter qu'avec les différences qui peuvent être causées par cette variation, & qui depuis 1668 jusqu'en 1715 résultent de 21 minutes de temps.

Quoique l'on trouve quelque analogie entre le système des Satellites & celui de la Lune, il y a cependant deux principes essentiels dans lesquels ces deux systèmes sont différents. Dans celui de la Lune ses nœuds ont un mouvement sensible qui leur fait parcourir d'Orient en Occident tout le Zodiaque en 18 années; au contraire les nœuds des Satellites sont fixes, ou s'ils ont quelque mouvement, il est si petit, que depuis plus de 70 ans qu'on observe ces Satellites avec exactitude, il n'a pas été possible de l'apercevoir, & nous les trouvons encore présentement dans la même situation où feu M. Cassini les avoit déterminés par ses premières observations de 1650.

Dans le système de la Lune l'inclinaison de son orbite à l'égard de l'Écliptique, est supposée constante dans les conjonctions, & dans les oppositions de la Lune avec le Soleil; elle a à la vérité une petite variation, qui, quand elle est plus grande, monte à 20 minutes, mais cela n'arrive que lorsqu'elle est dans les quadratures, & que l'un de ses nœuds est en même temps avec le degré où se trouve le Soleil, & l'autre dans le degré opposé. Dans le système des Satellites, la déclinaison de leur Orbe, & sur-tout celui du second varie considérablement dans les Éclipses qui répondent aux oppositions de la Lune avec le Soleil, puisque dans ce Satellite nous avons trouvé cette variation d'un degré & demi;

qui est la moitié de toute la déclinaison qu'on avoit autrefois trouvée à ce Satellite. Dans le Mémoire que nous donnâmes l'année 1727 sur les mouvements du premier Satellite de Jupiter, nous remarquâmes que l'inclinaison de ce Satellite est variable; & dans un autre Mémoire, nous ferons voir qu'il en est de même à l'égard de celle du troisième & du quatrième; ainsi quoique la déclinaison de l'Orbe de la Lune à l'égard de l'Ecliptique soit constante dans ses conjonctions, & dans ses oppositions avec le Soleil; celle de l'orbite des Satellites à l'égard de l'orbite de Jupiter, qui leur tient lieu d'Ecliptique, est sujette à varier: au contraire les nœuds des Satellites sont fixes, au lieu que ceux de la Lune ont un mouvement très-sensible; par conséquent il n'y a pas une parfaite analogie entre le système des Satellites & celui de la Lune.

Comme les observations des immersions & des émerfions du second Satellite, faites dans la même revolution, sont des plus propres pour faire connoître si l'inclinaison de son orbe augmentera & jusqu'à quel point, ou plutôt si elle n'ira pas présentement en diminuant, & par quelles regles se fera ce changement, nous avons jugé à propos d'examiner ici quels sont les temps propres pour voir ces Phases, afin qu'on puisse se préparer à les observer.

Pour cet examen, il faut considérer que la ligne tirée de la Terre à Jupiter, projette le centre de cette Planete dans l'Orbe du Satellite, & que la ligne tirée du Soleil à Jupiter, détermine dans la même orbite le centre de son ombre. Dans les conjonctions & dans les oppositions de Jupiter avec le Soleil ces deux lignes sont dans le même plan, ou concourent ensemble, & par conséquent le centre apparent de Jupiter concourt pour lors avec le centre apparent de l'ombre, ou sont tous deux dans le même plan.

Hors des conjonctions & des oppositions, à mesure que Jupiter s'éloigne du Soleil, ces deux lignes se croisent au centre de Jupiter, & y font un angle de la seconde équation; ou de la parallaxe de l'Orbe, qui augmente à mesure que

Jupiter s'éloigne du Soleil, jusqu'aux quadratures où cet angle est plus grand; par conséquent le centre apparent de Jupiter s'éloignera aussi du centre apparent de l'ombre, & cette distance sera égale à un arc de l'Orbe du Satellite compris entre ces deux centres projetés dans son Orbe; cette portion de l'orbite du Satellite, comprise entre le centre de Jupiter & le centre de son ombre, sera plus grande lorsque Jupiter sera dans les quadratures. Pour voir dans la même révolution l'entrée du second Satellite dans l'ombre, & sa sortie, il faut que tout le disque de l'ombre paroisse détaché de celui de Jupiter, & par conséquent que la distance apparente entre ces deux centres, qui est mesurée par la parallaxe de l'Orbe, soit plus grande que la somme de deux demi-diamètres, dont l'un est celui de Jupiter, & l'autre celui de l'ombre, parcourus dans la même révolution par le Satellite.

Nous avons trouvé ci-dessus par l'observation de l'année 1695, que le demi-diamètre de Jupiter occupe $6^{\circ} 3' 2''$ de l'Orbe du second Satellite, le demi-diamètre de l'ombre de Jupiter dans l'Orbe du second Satellite est moindre que l'arc que Jupiter occupe dans l'Orbe du même Satellite, & la différence est égale au demi-diamètre du Soleil vu de Jupiter qui est de 4 minutes, donc le demi-diamètre que l'ombre de Jupiter occupe dans l'Orbe du Satellite, sera de $6^{\circ} 28'$, par conséquent la somme de ces deux arcs est de 13° . Dans les quadratures de Jupiter avec le Soleil, qui arrivent lorsque Jupiter est dans le nœud ascendant des Satellites, la parallaxe de l'Orbe qui est égale à la distance des centres de Jupiter & de son ombre, est de $11^{\circ} 25'$, elle est donc plus petite que la somme de deux arcs marquez ci-dessus, de 13° ; par conséquent on ne peut pas observer dans ces circonstances l'une & l'autre Phase, lorsque Jupiter est dans les nœuds des Satellites, quoique dans les quadratures; parce que le disque de Jupiter cache à la Terre dans l'Orbe du second, une portion de la section de son Orbe; ainsi dans les premières quadratures on peut voir seulement son immersion, sans pouvoir observer son émergence dans la même révolution du Satellite.

& dans les secondes quadratures on verra seulement son émer-
 sion, sans que son immersion puisse être visible. On pourra
 voir dans la même révolution l'une & l'autre Phase, lorsque
 Jupiter sera près des limites des plus grandes latitudes des Satel-
 lites, quand la parallaxe de l'Orbe sera de 10° degrés, pourvû
 que l'inclinaison de l'Orbe du Satellite soit de $4^\circ 32'$ comme
 nous la venons de trouver. Car, suivant cette hypothèse, la
 demi-incidence du Satellite dans le disque de Jupiter, est de
 $4^\circ 51'$; celle de la demi-demeure dans l'ombre, sera $4^\circ 47'$,
 la somme de ces deux arcs est $9^\circ 38'$; ainsi cette somme
 étant plus petite que la parallaxe de l'Orbe dans les quadra-
 tures, on pourra voir l'une & l'autre Phase dans les con-
 jonctions des Satellites avec Jupiter pendant un mois, mais
 comme l'inclinaison varie, cet espace sera plus court à pro-
 portion que l'inclinaison sera plus petite. Les limites des plus
 grandes latitudes sont au 14° du Taureau & du Scorpion;
 ainsi lorsque Jupiter vû du Soleil se trouvera vers le milieu
 de ces deux signes, & en même temps dans les quadratures,
 on sera attentif à remarquer ces Phénomènes.



Fig. 3.^e

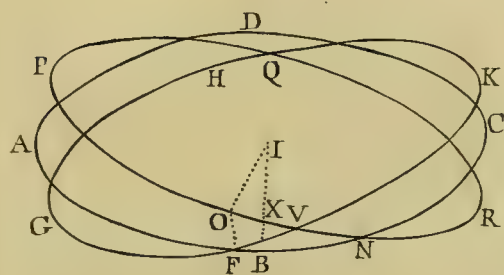


Fig. 1.^e



Fig. 2.^e

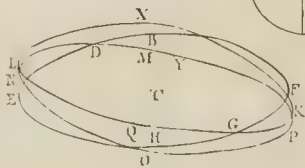
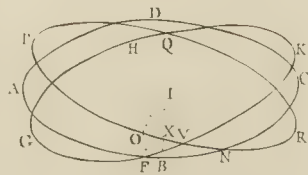


Fig. 3.^e



DE LA COMETE

*Qui a commencé à paroître à la fin du mois de Juillet
de cette année 1729.*

Par M. CASSINI.

Nous avons appris par des Lettres de Nîmes, que le 31 12 Nov.
Juillet de cette année 1729 le P. Sarabat, de la Com- 1729.
pagnie de Jesus, y avoit découvert une Comete entre la Con-
stellation du petit Cheval & celle du Dauphin; qu'on avoit
cessé de la voir, à cause de la clarté de la Lune, jusqu'au 8
Août suivant; mais qu'alors la Lune s'étant totalement éclip-
sée, on l'avoit apperçûe pendant le temps de l'immersion;
& qu'on avoit continué de la voir les jours suivants. Ainsi
nous cherchâmes si on pourroit encore la découvrir, &
j'apperçûs le 26 Août, qui étoit le jour même que nous en
reçûmes la nouvelle, une Etoile nébuleuse un peu plus mé-
ridionale que la queue du Dauphin, qui formoit une lozange
avec les trois Etoiles de cette Constellation, nommées par
Bayer, α , β & γ .

Comme on avoit de la peine à l'appercevoir à la vûe
simple, que d'ailleurs on n'avoit aucunes circonstances exactes
de cette observation, ni de la quantité de son mouvement,
on douta si c'étoit une Comete, ou quelque autre petite Etoile,
telle qu'il s'en trouve plusieurs dans le Ciel, & principale-
ment dans la voye lactée, qui ne sont point comprises dans
les descriptions des Etoiles, & qui ne se voyent que dans les
nuits les plus sereines.

On se persuadoit même qu'en cas qu'elle fut encore visible;
elle devoit dans l'intervalle de 26 jours, depuis sa première
apparition, être écartée de la Constellation près de laquelle on
avoit commencé à l'appercevoir, ainsi on remit à s'en assurer
les jours suivants, & le lendemain le Ciel ayant été couvert,

Mem. 1729.

. F ff

on ne put la voir que le 28 qu'on la trouva exactement dans la direction de l'Etoile β du Dauphin & de celle de la queue, dont elle parut s'écarter visiblement les jours suivans.

Cette Comete, qui à peine étoit visible à la vûe simple, paroissoit avec une Lunette de 16 pieds en forme d'une petite Etoile nébuleuse avec une chevelure autour d'elle, dont l'étendue paroissoit au moins aussi grande que le diametre de Jupiter, vû avec une pareille Lunette.

Nous continuâmes de l'observer les jours suivans, & de déterminer son mouvement, en la comparant aux Etoiles qui étoient voisines, & observant leur différence en ascension droite & en déclinaison.

Il étoit impossible de la voir dans la Lunette en éclairant les fils, comme on le pratique ordinairement pour observer de nuit la hauteur des Etoiles & leur différence en ascension droite, c'est pourquoi après diverses tentatives je m'imaginai de placer au foyer des deux Verres, quatre fils qui se croisoient à angles de 45 degrés, assez gros pour cacher entièrement la Comete & les Etoiles fixes pendant quelques secondes, lorsqu'elles passaient derrière ces fils, ce qui me réussit parfaitement, & j'observai par ce moyen assez exactement leur différence en ascension droite & en déclinaison, en marquant le temps que je perdois les Etoiles de vûe derrière ces fils, & qu'elles commençoient à réapparoître.

Nous comparions en même temps la Comete aux Etoiles près desquelles elle se rencontroit. Elle paroissoit le premier Septembre dans la direction de l'Etoile de la queue du Dauphin & de la plus méridionale des trois principales de la Constellation de l'Aigle. On continua de la voir les deux jours suivans, mais la clarté de la Lune qui augmentoit alors, empêchoit de la voir avec distinction, & nous cessâmes de l'apercevoir jusqu'au 9 Septembre, lorsque la Lune fut dans son décours. Nous continuâmes de déterminer sa situation le 10 & le 11 du même mois. Elle étoit le 12 dans la direction de l'Etoile de la queue du Dauphin à la supérieure de l'Aigle, au tiers de la distance qu'il y a entre ces deux

Etoiles, aussi éloignée de la queue du Dauphin que cette Etoile l'est de la plus occidentale, qui forme dans le Ciel cette lozange qui sert à reconnoître cette Constellation. Nous continuâmes de l'observer presque tous les jours jusqu'au 26 Septembre, après lequel le mauvais temps nous empêcha de déterminer sa situation, car nous ne laissions pas de l'apercevoir avec nos Lunettes dans quelques intervalles où le Ciel étoit serein, même dans la plus grande clarté de la Lune, comme le 6 Octobre au soir, quelques heures avant la Pleine Lune, qui devoit arriver le lendemain matin sur les 3 heures.

Le Ciel s'étant ensuite mis au beau, nous l'observâmes depuis le 9 jusqu'au 14 Octobre que son mouvement étoit fort ralenti, n'étant alors que de deux ou trois minutes contre la suite des Signes. Elle continua de diminuer de vitesse depuis le 14 jusqu'au 19 Octobre. Elle parut ensuite stationnaire pendant quelques jours, & devint ensuite directe, son mouvement en longitude ayant été observé de près de 14 minutes depuis le 19 jusqu'au 27 Octobre, après quoi le mauvais temps & le clair de la Lune qui survint nous empêcha de la voir jusqu'au 10 de ce mois, que le Ciel s'étant mis au beau, nous l'aperçûmes distinctement sur les huit heures du soir.

L'ayant comparée avec l'Etoile du Dauphin, qui est immédiatement au dessus de sa queue, appelée η par Bayer, nous trouvâmes le 10 Novembre sa longitude à $3^d 42' 37''$ du Verseau. Elle étoit le 19 Octobre, jour auquel elle cessa d'être rétrograde, à $2^d 26' 13''$ du même Signe; ainsi le mouvement apparent de cette Comete, depuis qu'elle a été stationnaire, a été de $1^d 17'$ suivant la suite des Signes.

Le Ciel ayant été couvert hier au soir, on n'a pas pu l'apercevoir, & nous continuerons de rendre compte à l'Académie des Observations que nous en ferons dans la suite, lorsque le Ciel nous permettra de la voir.

Cette Comete avoit été, comme on l'a remarqué ci-dessus, aperçûe pour la première fois le 31 du mois de Juillet, & on a continué de la voir jusqu'au 10 Novembre; ainsi elle a été visible pendant l'espace de près de trois mois

& demi, ce qui est une circonstance très-rare dans une Comete aussi petite que celle que nous venons d'observer. Nous avons déjà vû depuis le commencement de ce siècle plusieurs Cometes dont la moindre surpassoit celle-ci en grandeur & en clarté, mais aucune n'a été à beaucoup près d'une aussi longue durée.

Nous ne parlerons point ici de la première de 1702, qui fut observée à Rome le 2 du mois de Mars par M.^{rs} Bianchini & Maraldi, & qui ne parut qu'en forme d'une trace de lumière semblable à la queue d'une Comete.

Celle qui fut découverte le 20 Avril de la même année par M. Bianchini, & que M. de la Hire apperçût à Paris le 24 du même mois, avoit beaucoup plus de rapport à celle-ci, & ne continua cependant de paroître que jusqu'au 4 du mois suivant, pendant l'espace de quinze jours.

La Comete de 1706 ne fut apperçûë que depuis le 18 Mars jusqu'au 16 Avril pendant l'espace de 29 jours.

Celle de 1707 fut observée pendant l'espace d'un mois & 23. jours, depuis le 25 Novembre 1707 jusqu'au 17 Janvier suivant.

Enfin la Comete de 1723, qui est une de celles dont la durée a été la plus longue, n'a paru que depuis le 18 Octobre jusqu'au 18 Décembre dans l'espace de deux mois.

Cette circonstance de la longue durée de cette Comete; n'est pas la seule qui la distingue de celles qui ont paru depuis le commencement de ce siècle: on doit aussi remarquer que son mouvement a été beaucoup plus lent que celui de ces Cometes.

Dans celle de 1702, son mouvement fut d'abord observé de 13 degrés. La Comete de 1706 parcourut 12 degrés en trois jours. Le mouvement de celle de 1707 fut d'abord de plus de 4 degrés, & par les Observations de la Comete de 1723 on a trouvé que son mouvement, qui avoit paru du 18 au 19 Octobre de 5^d 5', devoit être le 14 à son passage par le Périgée de 20 degrés en vingt-quatre heures.

Nous ne sçavons pas précisément le mouvement de celle-ci

au commencement de son apparition, mais comme on l'a apperçû le 31 Juillet entre les Constellations du petit Cheval & du Dauphin, & que le 26 Août nous l'avons vûe près de la queue du Dauphin, on ne peut lui assigner dans l'espace de 26 jours qu'un mouvement au plus de 11 degrés qui mesurera l'intervalle entre ces deux Constellations, ce qui ne peut pas monter à un demi-degré l'un portant l'autre.

On ne peut pas non plus lui donner un mouvement moindre de 15 à 16 minutes, puisque le lieu de la Comete fut déterminé le 31 Août à $8^d 34'$ du Verseau avec une latitude septentrionale de $28^d 48' 10''$, & le 2 Sept. à $8^d 3' 0''$ du même Signe avec une latitude de $29^d 6' 30''$; de sorte que son mouvement qui commençoit alors à diminuer, comme on l'a reconnu par les Observations des jours suivans, étoit alors de $15' 30''$ en longitude, & de $9'$ en latitude; ce qui réduit à un grand Cercle, donne son mouvement journalier de 16 minutes.

Nous ne rapporterons point ici le détail de toutes les Observations que nous en avons faites dans la suite; il nous suffira de remarquer que le 26 Septembre sa longitude étoit à $3^d 48' 39''$ du Sagittaire, & sa latitude de $31^d 13' 57''$; de sorte que le mouvement de cette Comete a été pendant l'espace de 26 jours de $4^d 45'$ en longitude, & de $2^d 26'$ en latitude, ce qui est en raison de 11 minutes par jour en longitude, & de 5 minut. $\frac{1}{2}$ en latitude, & que depuis le 26 Septembre jusqu'au 19 Octobre, temps auquel la Comete a paru stationaire, ce mouvement a été pendant 23 jours de $1^d 22'$ en longitude, & de $1^d 2'$ en latitude, ce qui est à raison de 3 minutes & demie par jour en longitude, & de 2 minutes & demie en latitude.

Ayant examiné le mouvement de cette Comete & le chemin qu'elle a décrit dans le Ciel, on trouve qu'il étoit d'abord contre la suite des Signes, de l'Orient vers l'Occident, avec une latitude qui alloit en augmentant du Midi vers le Septentrion.

Ce mouvement est contraire à celui des Planetes qui se

fait de l'Occident vers l'Orient suivant la suite des Signes, ce qui semble favoriser le sentiment de quelques Philosophes modernes, qui prétendent que les Comètes se meuvent autour du Soleil, indifféremment de tous les sens, de l'Orient vers l'Occident, ou de l'Occident vers l'Orient.

Cependant si l'on examine les circonstances de cette Observation, on trouve qu'on peut représenter le cours de cette Comète, tel qu'on l'a aperçû, en supposant que son mouvement étoit réellement de l'Occident vers l'Orient suivant la suite des Signes.

On sçait que les Planètes, dont le mouvement propre est de l'Occident vers l'Orient, paroissent dans le cours de leurs révolutions directes, stationnaires & rétrogrades. Leur plus grande vitesse apparente, suivant la suite des Signes, s'aperçoit dans le temps de leurs conjonctions avec le Soleil, parce que le mouvement de la Planète se faisant en apparence dans un sens contraire à celui de la Terre, on aperçoit la somme de ces mouvements qui augmente la quantité de leur vitesse apparente.

Ce mouvement diminue ensuite à mesure que la Planète s'approche de sa quadrature, jusqu'à ce que le mouvement apparent de la Terre & celui de la Planète comparé aux Étoiles fixes, étant tous les deux dans le même sens & de la même quantité, la Planète paroît stationnaire; son mouvement apparent étant ensuite plus petit que celui de la Terre, elle commence à paroître rétrograde, & augmente continuellement de vitesse jusqu'à son opposition avec le Soleil, après laquelle ce mouvement diminue à peu-près dans la même proportion qu'il avoit augmenté.

C'est précisément dans cette circonstance qu'a paru cette Comète. Elle étoit le 31 Juillet; jour de sa première apparition, entre la Constellation du petit Cheval & celle du Dauphin, c'est-à-dire, vers le 18.^{me} degré du Verseau; le Soleil étoit alors au 9.^{me} degré du Lion. Ainsi la Comète étoit peu éloignée de son opposition avec le Soleil, qui a dû arriver vers le 8 Août, jour de l'Éclipse totale de la Lune.

Plaçant donc cette Comete dans le rang des Planetes, elle devoit paroître rétrograde, quoiqu'elle alla réellement suivant la suite des Signes. Elle devoit aussi, par la même raison, être la plus près de la Terre qu'il étoit possible. Aussi a-t-elle paru alors avec une chevelure & une petite queue que nous n'avons point distingué dans la suite de son cours, pendant lequel on l'a vû diminuer continuellement de grandeur.

Nous avons, dans les Cometes qui ont précédé celle-ci, représenté leurs cours, en supposant qu'elles décrivent des ellipses longues & étroites, dont le grand axe excède de beaucoup le petit, à l'un des foyers desquels se trouve placé le Soleil, & par cette manière l'on a coutume d'expliquer pourquoi nous ne les appercevons que pendant une partie de leurs révolutions dans le temps qu'elles se rencontrent le plus près de la Terre.

C'est en suivant cette hypothèse que nous essayerons de représenter le cours de cette Comete.

Nous considérerons d'abord qu'elle étoit au commencement de son apparition plus éloignée que nous du Soleil, puisque, quelques jours après, la Terre s'est trouvée directement entre elle & le Soleil. Ainsi on la doit mettre dans le rang des Planetes supérieures, dont les Orbes embrassent celui de la Terre.

Par cette raison, son mouvement autour du Soleil devoit être plus lent que celui de la Terre; car on sçait que les Planetes emploient plus de temps à décrire leurs révolutions, & qu'elles se meuvent réellement plus lentement sur leurs Orbes plus elles sont éloignées du centre de leur mouvement, & la proportion de leur mouvement avec celle de leurs distances s'observe avec tant de régularité, non seulement dans les Planetes autour du Soleil, mais même dans les Satellites autour de leur Planete, que cette proportion, découverte par Képler, est regardée comme une regle constante de la Nature.

Dans la Planete de Saturne, son mouvement rétrograde, lorsqu'elle est en opposition avec le Soleil, qui est dans ce temps-là, comme nous l'avons remarqué, le plus grand qui soit possible, est de 4 à 5 minutes.

Le mouvement de Jupiter, dans les mêmes circonstances, est de 8 à 9 minutes.

A l'égard de Mars, son mouvement, dans le temps de son opposition avec le Soleil, est depuis 16 jusqu'à 24 minutes, avec des différences assez considérables, à cause de l'excentricité de son Orbe, qui est beaucoup plus grande que celle des deux autres Planètes supérieures.

Nous ne savons pas, comme nous l'avons déjà remarqué, la quantité exacte du mouvement de notre Comète dans le temps qu'elle étoit en opposition avec le Soleil. Nous conjecturons seulement, par la comparaison des Observations qui ont été faites dans la suite, qu'il étoit d'environ 20 minutes plus grand que ceux de Saturne & de Jupiter, & plus petit que celui de Mars. Ainsi par le rapport des distances aux vitesses tirées de la règle de Képler, bien-loin que cette Comète fût au de-là de Saturne, comme on a eu lieu de le conjecturer dans quelques autres qui ont paru, elle devoit être plus près de nous que Jupiter. On peut même, en supposant que son mouvement fût réellement direct suivant la suite des Signes, démontrer que sa distance à la Terre, réduite à l'Ecliptique, ne pouvoit pas excéder trois fois celle de la Terre au Soleil, parce qu'une Étoile fixe, placée à cette distance, auroit dû par le mouvement journalier de la Terre, qui est d'environ un degré, paroître avoir un mouvement de l'Orient vers l'Occident de 20 minutes par jour. D'où il suit que si cette Comète, étant à la même distance, a eu un mouvement d'Occident vers l'Orient, elle a dû paroître avoir un mouvement rétrograde plus petit que celui que l'on y a observé d'abord de 20 minutes.

Nous avons donc examiné quelle est la situation de cette Comète qui résulte des Observations qui en ont été faites, & nous avons trouvé qu'elle devoit être entre les Orbes des Planètes de Mars & de Jupiter, & que l'on peut attribuer une figure elliptique à son Orbe sur lequel elle étoit placée, allant de son Périhélie à son Aphélie.

On peut par ce moyen expliquer pourquoi elle a paru
rétrograde

rétrograde pendant l'intervalle de près de deux mois & demi depuis son opposition avec le Soleil, au lieu que Mars ne l'est que pendant un mois & demi ou environ, & Jupiter pendant l'intervalle de deux mois.

On peut aussi rendre raison de ce qu'elle a été visible si long-temps, de sorte que plus de deux mois après son opposition on l'a observée le jour même de la Pleine Lune & celui qui l'a précédé, dans le temps où la clarté de la Lune nous fait perdre la vue des plus petites Étoiles, parce que pendant que la Terre s'éloignoit d'elle par son mouvement journalier, elle s'écartoit peu de l'Orbe annuel, sa plus grande distance à la Terre n'étant à la plus petite que comme trois à deux ou environ.

On peut enfin expliquer pourquoi son mouvement en latitude ne diminuoit point dans la même proportion que celui en longitude, l'ayant observé de 2 ou 3 minutes dans le temps même qu'elle étoit stationaire. Car le mouvement apparent de la Comète en longitude à l'égard des Étoiles fixes étant le même que celui de la Terre, on ne pouvoit y appercevoir que son mouvement en latitude, dont la vitesse apparente n'a dû diminuer que par rapport à la distance réelle de la Comète à la Terre, & à l'éloignement où elle étoit de ses nœuds.

Il resteroit à déterminer l'inclinaison de l'Orbite de cette Comète à l'égard de l'Écliptique & la situation de ses nœuds; mais comme dans tout le temps qu'elle a été visible, elle n'a parcouru que 6 degrés & demi, nous n'avons pas pu y employer, avec toute l'exactitude requise, les règles que l'on a prescrites dans les Mémoires précédents pour trouver ces deux éléments. Il nous suffit d'avoir fait voir qu'on peut expliquer assez exactement toutes les apparences de son cours, en supposant qu'elle avoit un mouvement autour du Soleil dans le même sens que les Planètes, & qu'ainsi nous avons crû lui devoir attribuer ce mouvement qui paroît plus conforme à celui que l'on observe dans le système solaire.

O B S E R V A T I O N S
M E T E O R O L O G I Q U E S
P E N D A N T L'ANNEE M. DCCXXIX.

Par M. M A R A L D I.

ON a vû pendant l'année 1729 plusieurs fois l'Aurore boréale. On l'a observée la première fois le 29 Mai à 11^h du soir assés belle & éclatante; elle étoit formée en Arc, qui s'étendoit depuis la Constellation du Lion jusqu'à celle de Cassiopée, qui étoient alors proche de l'horizon, elle s'élevoit jusqu'aux pattes de la grande Ourse, & jettoit des rayons foibles, qui cessèrent en peu de temps. On vit ensuite une Lumière constante, dont le plus grand éclat parut vers le Nord-ouïest, & continua jusqu'à minuit & demi.

Les soirs du 15 & du 26 Juin on en aperçut une autre dont il sortoit des rayons de lumière, mais elle fut de peu de durée.

Le 15 Septembre elle parut beaucoup plus éclatante, elle étoit terminée en Arc, son extrémité orientale étoit dans le vertical de Persée, & du côté du couchant elle se terminoit à Arcturus; sa partie supérieure alloit jusqu'aux pattes de la grande Ourse, & l'informe qui est sous la queue y étoit plongée. On n'a pas vû de jets de lumière, mais elle étoit fort constante, uniforme & claire. A 10^h le Ciel s'est tout couvert, ce qui cacha la lumière.

On a vû à peu-près la même apparence le 13 Octobre à 7^h du soir, la lumière étant assés belle, formée en Arc, dont les extrémités étoient depuis le vertical de la Chevre jusqu'à celui d'Arcturus; la partie de l'Arc la plus élevée étoit au Nord-nord-ouïest au dessus de la grande Ourse. Pendant le jour le Soleil étoit fort chaud, & on voyoit au Nord, vers les 5^h du soir, des nuages qui sortoient de l'horizon.

Le 16 Novembre il parut une Lumière boréale beaucoup plus grande que celles qu'on avoit vû dans le cours de cette année, & même depuis celle du 19 Octobre 1726, à laquelle elle avoit beaucoup de ressemblance, principalement par la manière dont se formoient les ondulations de lumière, qui se répandoient presque par tout le Ciel, à la réserve de la partie qui est entre l'Orient & le Midi, où l'on ne laissoit pas d'en voir quelque vestige. Il y avoit vers le Nord-est une Lumière rougeâtre qui paroissoit comme être le foyer d'où se répandoient ces lumières; on ne voyoit point, comme dans celle de 1726 une Couronne de lumière vers le Zénith, mais on apperçut vers le Midi deux Arcs lumineux qui s'étendoient depuis l'Orient vers l'Occident, & qui parurent successivement l'un après l'autre. On vit aussi du côté d'Orient une espece de Lumière en forme de Poutre, qui s'élevoit perpendiculairement depuis l'horizon jusqu'à l'œil du Taureau. Enfin on vit une Bande lumineuse qui commençoit au point de l'horizon du Nord-est, passoit près du Zénith, & alloit se terminer au point de l'horizon opposé au Sud-est. Cette Aurore dura depuis 7^h du soir jusqu'à 5^h du matin, pendant lequel temps il arriva divers changements, dont on a déjà parlé à l'Académie.

Les grands Vents ont regné cette année particulièrement dans le mois dernier, où le 6 & le 8 il a été le plus impétueux.

Observations sur la quantité de la Pluie.

| | lignes | | lignes |
|-----------------|------------------|------------------|------------------|
| En Janvier..... | 13 $\frac{3}{6}$ | En Juillet | 22 $\frac{1}{6}$ |
| Février..... | 5 $\frac{4}{6}$ | Août | 28 $\frac{3}{6}$ |
| Mars..... | 8 $\frac{1}{6}$ | Septembre..... | 20 |
| Avril | 19 $\frac{5}{6}$ | Octobre..... | 13 $\frac{2}{6}$ |
| Mai..... | 43 $\frac{5}{6}$ | Novembre | 8 $\frac{2}{6}$ |
| Juin | 8 $\frac{5}{6}$ | Décembre..... | 12 $\frac{1}{6}$ |

Somme de la hauteur de la Pluie qui est tombée en 1729, 204 lignes $\frac{2}{6}$, qui font 17 pouces 0 ligne $\frac{2}{6}$ moindre que
G g g ij

420 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
l'année commune, & plus grande de 11 lignes que l'année
précédente.

La Pluie tombée dans les six premiers mois est de 8 pouc.
3 lign. $\frac{5}{6}$, plus petite de 4 lign. $\frac{1}{2}$ que celle des mois derniers.

Les Pluyes du Printemps ont été les plus abondantes, de
forte que dans les trois mois de Mars, Avril & Mai elles
montent à 71 lignes $\frac{5}{6}$, c'est-à-dire, à 6 pouces moins un
fixième de ligne.

Elles n'ont pas été en si grande quantité dans l'Automne,
elles ne montent qu'à 3. pouces 5 lignes.

Mais elles ont été plus abondantes en Été, pendant le-
quel il a plu 4 pouces 11 lignes & demie.

Observations sur le Thermometre:

Le plus grand froid marqué par le Thermometre a été
le 18, 19, 20 Janvier; la liqueur est descendüe dans ces
trois jours, le 18 à 13 degrés, le 19 à 9 $\frac{3}{4}$, le 20 à 11,
par un petit vent de Nord.

Les chaleurs ont commencé au mois de Mai, elles ont fait
monter le 29 & le 30 de ce mois à 3^h après midi, par un
temps tranquille, la Liqueur du Thermometre à 73 degrés.

Elle est montée à la plus grande hauteur le 18 Juin au
lever du Soleil à 63 degrés, le 21 & le 22 à 62 degrés
au lever du Soleil, & à 78 degrés à 3^h après midi.

Sur le Barometre.

L'année 1729 le Barometre n'est pas monté plus haut
que 28 pouces 4 lignes $\frac{1}{2}$, ce qui est arrivé le 6 Février par
un vent de Nord-est serein, & le 9 Mars par le même vent.
Il est descendu le plus bas à 27 pouc. 1 lign. $\frac{1}{2}$ le 22 Février
par un vent de Sud-ouïest, couvert. Le 26 Janvier il est des-
cendu à 27 pouc. 2 lign. par un vent d'Oüest, couvert.

MESSIEURS DE LA SOCIÉTÉ
*Royale des Sciences, établie à Montpellier, ont
 envoyé à l'Académie l'Ouvrage qui suit, pour
 entretenir l'union intime qui doit être entre
 elles ; comme ne faisant qu'un seul Corps, aux
 termes des Statuts accordés par le Roy au mois
 de Février 1706.*

M E M O I R E
 SUR UNE NOUVELLE MANIÈRE D'OPÉRER
 LA FISTULE LACRYMALE.

Par M. LAMORIER.

QUOIQUE l'opération de la Fistule lacrymale ne soit pas du nombre des dangereuses, elle mérite pourtant toute l'attention du Chirurgien, tant par rapport à la délicatesse des parties sur lesquelles on doit manœuvrer, que par rapport à la crainte qu'ont la plupart de ceux qui ont cette maladie. Cette crainte est principalement produite par l'idée du feu qu'on a accoutumé d'employer dans cette opération, & c'est ce qui les empêche bien souvent de se faire opérer; c'est aussi ce qui m'a engagé à chercher des moyens pour éviter ce secours cruel, que la Chirurgie moderne a presque entièrement banni, & qu'on n'emploie aujourd'hui que dans les Gangrenes & dans les Caries très-considérables. En effet il y a peu de malades qui veuillent se laisser brûler, à moins que le danger de la maladie ne les y détermine.

G g g iij

Je ne m'attacherai pas à décrire la Fistule lacrymale, on en a suffisamment parlé dans nos Livres d'opérations de Chirurgie, mais avant d'établir nôtre nouvelle manière d'opérer, j'exposerai en peu de mots la Méthode ordinaire, pour en faire le parallèle, & en démontrer les inconvenients.

Lorsque la Fistule lacrymale n'a acquis aucun mauvais caractère, qu'elle ne participe ni du Virus écrouilleux, ni du chancreux, on prépare le Sujet, & pour l'opérer on commence par couvrir l'Oeil sain, on assujettit la peau du grand & du petit angle de l'Oeil malade, on fait avec un Bistouri une incision en croissant d'environ quatre lignes de longueur, dont la cavité regarde l'Oeil, & la convexité regarde le nés, pour éviter le tendon de l'orbiculaire des paupières. Cette incision doit découvrir l'os unguis, qu'on enfonce avec une Sonde, avec un Déchaussoir, ou avec quelque autre instrument de cette nature; à la faveur de la Sonde on porte une cannule qui sert de guide pour un cautere actuel, dont l'action doit être démontrée par la fumée qui sort par le nés, & par-là on prétend détruire la carie. Quelques-uns veulent que cette opération soit faite à deux fois, & n'appliquent le feu que le lendemain de l'incision, ce qui est bien plus rude; puisque non seulement on multiplie le nombre des instruments, mais encore le temps de l'opération, ce qui est contre les regles de la bonne Chirurgie, qui ne doit tendre qu'à diminuer le nombre des instruments, & à rendre les opérations plus simples, & par conséquent moins douloureuses.

Cette intention est remplie par nôtre Méthode que je vais rapporter. Sans avoir le soin d'assujettir ni le grand ni le petit angle de l'Oeil, je porte un Bistouri droit une ligne au-dessus de la Fistule lacrymale, j'incise en croissant vers le bord inférieur de l'orbite, & je l'enfonce, sans beaucoup ménager ni la peau ni le muscle de cette partie, jusque sur l'os unguis que je découvre d'abord, & sur le champ j'introduis des pincettes pointues & recourbées vers leur pointe, dont la convexité doit regarder l'Oeil, & la concavité le dos du nés. J'enfonce l'os unguis en portant la main vers l'Oeil, afin que

la pointe de l'instrument ne blesse point son globe, & qu'elle soit dirigée vers la narine, & en pénètre la cavité ; j'ouvre les branches *AA*, qui font ouvrir en même temps les pointes *BB*, qui faisant fonction de dilatatoire, brisent l'os unguis, & déchirent la membrane pituitaire qui le tapisse au dedans du nés : on connoît que l'os est brisé, & que la membrane pituitaire est déchirée par la résistance que l'on a senti, par le bruit que l'on a entendu, & par le sang qui sort par la narine.

Mais cette ouverture seroit bientôt bouchée par le gonflement des chairs & des membranes, si on n'avoit le soin de la tenir dilatée, non pas par des tentes ni par des bourdonnets qu'on introduit, & qu'on assujettit avec beaucoup de peine & de douleur, mais par une petite bougie un peu courbée, dont la grosseur & longueur doivent être proportionnées à la playe ; en général elle doit avoir une ligne de diametre, il ne faut l'introduire que vers le troisième ou quatrième jour ; & même s'il étoit survenu un peu de tension vers le grand coin de l'Oeil, il en faudroit différer l'introduction vers le huitième : il ne faut pas craindre que cette ouverture soit fermée, il en est de même que dans la taille plus de huit jours après cette opération, on peut introduire dans la Vessie des tenettes, pour y prendre des pierres, ou des fragments de pierres, que l'on n'a pû tirer le jour de l'opération.

On doit s'assurer que l'extrémité *D* de la bougie soit bien dans la narine, ce que l'on connoît par une espèce de chute, que l'on a senti quand elle a passé l'os unguis, ce que l'on ne peut exprimer, & que l'on ne peut apprendre que par la pratique, elle est retenue en place par sa tête *C*, qu'on assujettit par un petit plumaceau, par une petite compresse triangulaire, & par le bandage qu'on appelle *Oeil simple*, auquel on substitue vers la curation le bandage d'Acier, nommé *Compressif de la Fistule lacrymale*, qui convient beaucoup, parce qu'il laisse l'Oeil en liberté. Il faut changer quelquefois cette bougie, parce qu'elle se ramollit, & en continuer l'usage pendant plus de trente jours, parce qu'alors les bords de la

playe du périoste & de la membrane pituitaire du nés doivent être endurcis & hors d'état de pouvoir se rejoindre. Il ne faut pas craindre que l'os unguis qui a été une fois brisé par cette dilatation, puisse se réunir, les feuilles sont trop minces, & il arrive la même chose qu'aux fractures des Sinus sourciliers & maxillaires qui se recouvrent rarement, parce que leur lame se trouve fort mince, & que les fibres osseuses n'ont pas assés d'appui pour se soutenir, & se rejoindre les unes aux autres pour former le calus.

C'est donc le gonflement du périoste & de la membrane pituitaire, qu'il faut éviter, qui boucheroit le trou de l'os unguis, & les larmes ne pouvant point couler dans le nés, seroient obligées de refluer vers les points lacrymaux. De-là le larmoyement, qui très-souvent n'est pas détruit dans la méthode ordinaire, parce que l'os unguis n'a pas été assés dilaté, & que la membrane pituitaire n'a pas été suffisamment déchirée, & que l'ouverture de l'un & de l'autre n'a pas été assés long-temps entretenüe; d'ailleurs la pression qui est faite par des bourdonnets est rude & inégale, au lieu que celle de la bougie est douce & égale depuis le dehors de la playe jusque dans la narine. Vers le trente-cinquième ou quarantième jour on ôte la bougie, on touche légèrement les bords de la playe de la peau avec un peu de Pierre à cautere, parce qu'ils pourroient être devenus durs, & dans peu de jours l'on voit la playe réunie.

Il semble que dans les grandes caries qui ont travaillé, non seulement sur l'os unguis, mais encore sur le maxillaire & sur l'os ethmoïde, nôtre méthode ne suffiroit pas, & qu'alors le feu seroit absolument nécessaire. Je réponds à cela que l'action du cautere actuel ne s'étend pas, à beaucoup près, si loin que la brisure qui est faite par les pincettes; d'ailleurs l'expérience nous a fait voir que des grandes caries de cette nature ont été parfaitement guéries sans le secours du feu, les esquilles s'étant séparées & tombées par le nés.

Pour avoir une idée claire de la manœuvre qui se passe dans l'os unguis & dans la membrane pituitaire, j'ai pris la

Tête

Tête d'un Cadavre, j'ai séparé de la base le crâne & la mâchoire inférieure, & après avoir opéré de deux côtés & introduit les bougies, j'ai coupé cette base verticalement sur le vomer, en sciant l'os ethmoïde, l'os sphénoïde, les os maxillaires & les os du palais jusqu'au derrière de l'occipital. Par cette coupe j'ai séparé le nés en deux parties égales, & j'ai observé que l'ouverture de la membrane pituitaire avoit environ deux lignes de longueur sur une ligne de largeur, par conséquent d'une figure ovale qui doit prendre la figure ronde, parce que les bords de la membrane pituitaire se moulent sur la bougie qui est ronde; j'ai observé de plus que la bougie passoit le niveau de la membrane d'environ deux lignes.

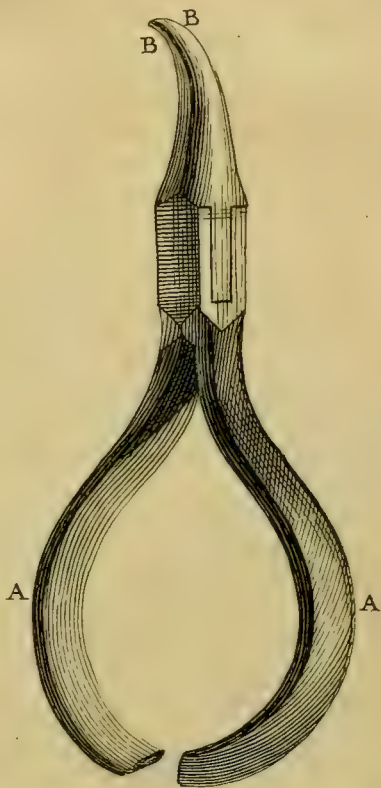
Je conclus que l'essentiel de cette opération consiste dans le coup de dilatatoire donné par les pincettes, & dans l'introduction de la bougie qui doit être employée plus d'un mois, d'où il s'ensuit que l'on doit retirer plusieurs avantages de cette Méthode.

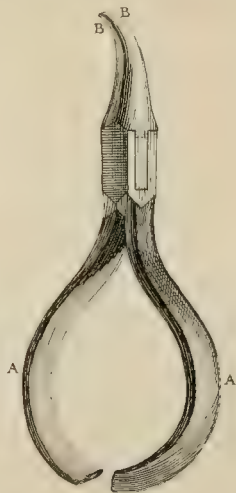
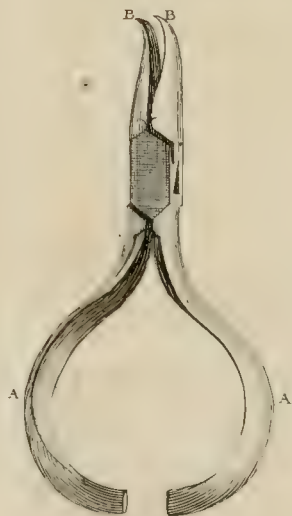
En premier lieu on supprime beaucoup d'instruments; puisque l'on n'en emploie que deux, au lieu que dans la manière ordinaire il en faut cinq, sçavoir un Bistouri, un Déchauffoir, ou autre instrument équivalent, une Sonde, une Cannule & un Cautere actuel. En second lieu, on abrége beaucoup le temps de l'opération, car elle peut être faite en moins de dix secondes, au lieu que dans la manière ordinaire il faut parler de plusieurs minutes. En troisième lieu, le larmoyement doit finir, parce que l'ouverture de l'os unguis est bien pratiquée, & que les larmes ont leur pente dans le nés, à moins qu'il n'y eût quelque embarras depuis les orifices des points lacrymaux jusque dans le sac lacrymal; complication de maladie qui ne peut être emportée par cette opération seule, & pour laquelle la Méthode de M. Anel sembleroit fort convenir. En quatrième lieu, je crois que l'éraïllement de la paupière inférieure qui arrive quelquefois après cette opération, & que je pense être une suite de l'action du feu qui faisant escarre, détruit en partie les fibres de l'orbiculaire des paupières qui deviennent moins en état de

contrebalancer les contractions de la peau , & par conséquent la paupière doit se renverser au dehors ; je crois , dis-je , que ce fâcheux inconvénient ne doit pas arriver. Enfin ce qu'il y a de plus avantageux est que l'idée du feu est bannie de l'esprit des malades , & qui est souvent la cause , comme nous l'avons déjà dit , qu'ils ne se font pas opérer ; persuadés que cette maladie n'est pas dangereuse , ils aiment mieux s'assujettir à porter pendant leur vie un Emplâtre , & à essuyer le pus & les larmes qui coulent continuellement sur la joie.

F I N.







FAUTES A CORRIGER

Dans les Mémoires de 1727.

Page 108. ligne 22. pour hient, lisés Hunt.

*Page 110. l. 35. pour Meque, lisés Jamaïque. Ligne 36.
pour 126. lis. Introd. pag. CXXVI. & Vol. II. pag. 190.
l'ab. 233.*

*Page 127. ligne penultième, après ces mots, toujours plus
grand, ajoutés, ou non plus plus petit.*

Page 308. ligne penult. pour parvu, lisés parva.

Page 331. l. 7. pour urne, lis. corne.

